

Постройте график функции

$$y = x|x| + |x| - 6x.$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

1.  $y = x|x| + |x| - 6x$

а)  $y = x^2 + x - 6x = x^2 - 5x = x(x-5)$ ,  $x \geq 0$

б)  $y = -x^2 - x - 6x = -x^2 - 7x$ ,  $x < 0$

а)  $y = x^2 - 5x$ , пр. параб., ветви вверх

$x$	0	1	2	3	4
$y$	0	-4	-6	-6	-4

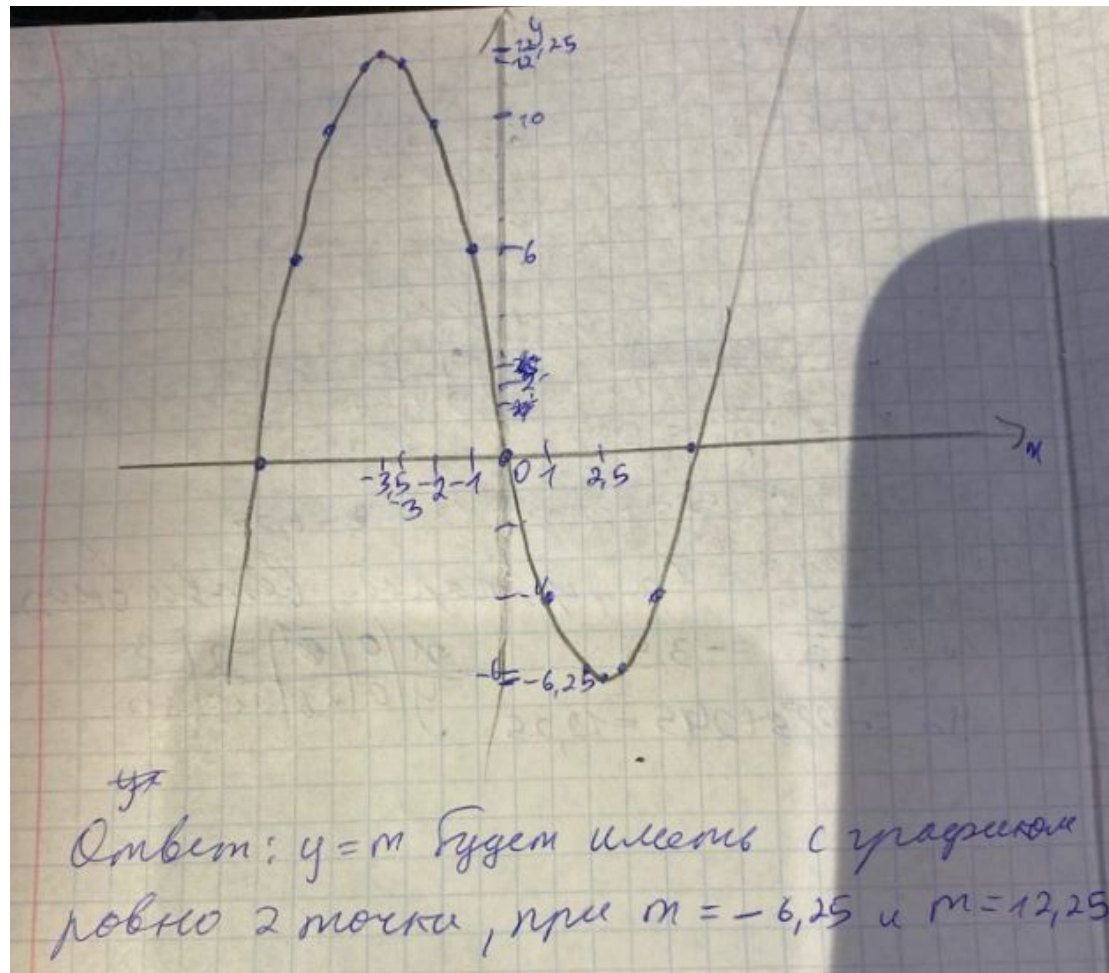
$$x_0 = \frac{+5}{2} = 2,5$$

$$y_0 = 12,25 - 6,25 - 12,5 = -6,25$$

б)  $y = -x^2 - 7x$ , пр. параб., ветви вниз

$x$	0	-1	-2	-3
$y$	0	+6	+10	+12

$$y_0 = -12,25 + 24,5 = 12,25$$





4.

Найдите все значения  $a$ , при которых неравенство  $x^2 + (2a+4)x + 8a+1 \leq 0$  не имеет решений.

5.

Постройте график функции  $y = \frac{1-2x}{2x^2-x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

одну точку, при  $k \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$ .

У.  $x^2 + (2a+4)x + 8a+1 \leq 0$  - не им. реш.

$x^2 + (2a+4)x + 8a+1 > 0$ , т.к. это кв. ур., то если  $y$  не имеет решений  $> 0$ , то  $D < 0$  и  $a$  при  $x^2 > 0$  тогда:

$$D < 0, D = (2a+4)^2 - (8a+1) \cdot 4 < 0$$

$$4a^2 + 8a + 16a + 16 - 32a - 4 < 0$$

$$4a^2 - 16a + 12 < 0$$

$$a^2 - 4a + 3 < 0$$

$$D_a = 16 - 12 = 4$$

$$a_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2} \quad a_1 = 3 \quad a_2 = 1$$

$$(a-3)(a-1) < 0$$

$\frac{+}{-} \quad \frac{+}{-}$

Ответ: при  $a \in (1; 3)$  уравнение не имеет решений

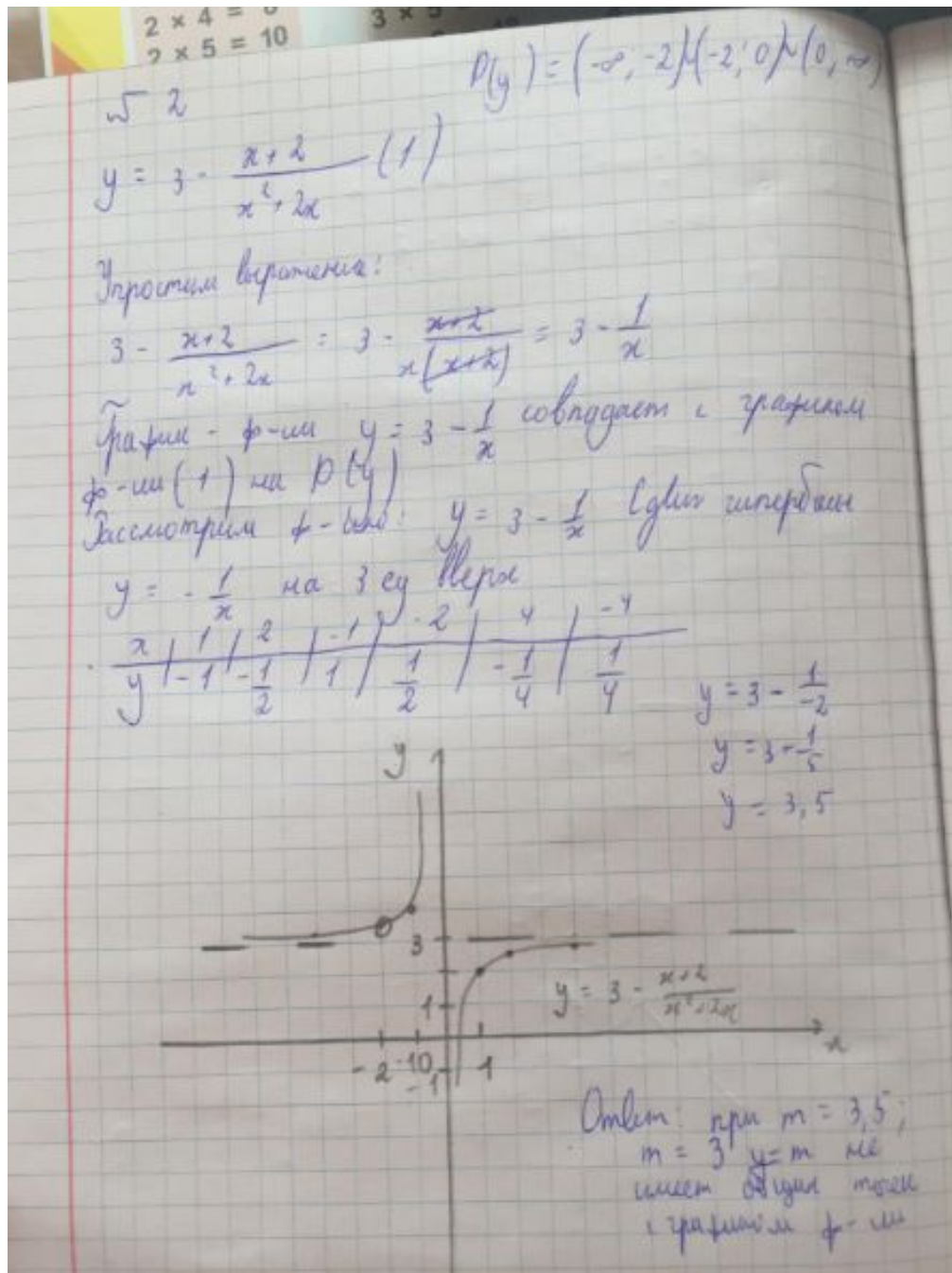
5.  $y = \frac{1-2x}{2x^2-x}$

$y = 1-2x$ , ур. прам., лин. ф.

$x(1/2)$   
 $y(-1/-3)$

$2x^2 - x \neq 0$   
 $x(2x-1) \neq 0$   
 $x \neq 0$   
 $\frac{1}{2}x \neq \frac{1}{2}$

Ответ:  $y = kx$  и будет иметь 1 общую точку с граф. при  $k \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; +\infty)$ .



Постройте график функции

$$y = 3 - \frac{x+2}{x^2+2x}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком общих точек.



53

$$D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; 9) \cup (9; \infty)$$

$$y = \frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27} \quad (1)$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$D = 36 + 108 = 144 = 12^2$$

$$x_1 = \frac{6+12}{2} = 9$$

$$x_2 = \frac{6-12}{2} = -3$$

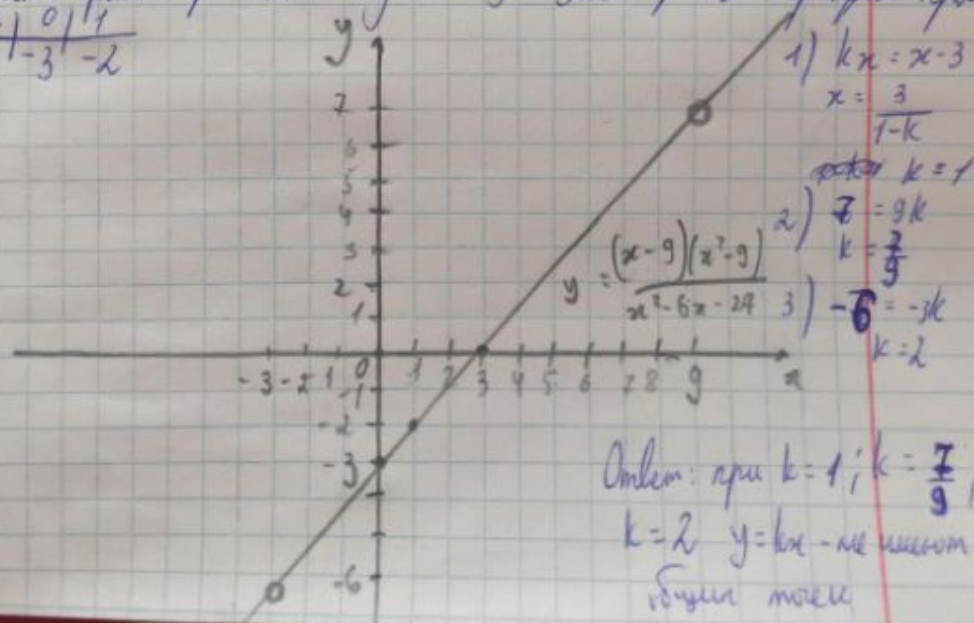
Упростим выражение:  $\frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27} = \frac{(x-9)(x-3)(x+3)}{(x-9)(x+3)} =$

$$= x-3$$

График  $f$ -ии  $y = x-3$  совпадает с графиком  $f$ -ии (1) на  $D(y)$

Рассмотрим  $f$ -ию:  $y = x-3$  Лич.  $f$ -ии - графики-прямые

$$\begin{array}{l} x | 0 | 1 \\ y | -3 | -2 \end{array}$$



Отв.: при  $k = 1$ ;  $k = \frac{7}{9}$ ,  
 $k = 2$   $y = kx$  не имеют  
общих точек

Постройте график функции  $y = \frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27}$  и определите, при каких значениях  $k$  построенный график не будет иметь общих точек с прямой  $y = kx$ .

5 ч

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a}, \text{ см. мо,}$$

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 16a+4b+c=6 \\ c=-2 \end{cases} \begin{cases} a+b+c=3 \\ b=6-c-16a \\ c=-2 \end{cases} \begin{cases} a+2-4a-2=3 \\ b=2-4a \\ c=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3a-3=0 \\ b=2-4a \\ c=-2 \end{cases} \begin{cases} a=-1 \\ b=6 \\ c=-2 \end{cases}$$

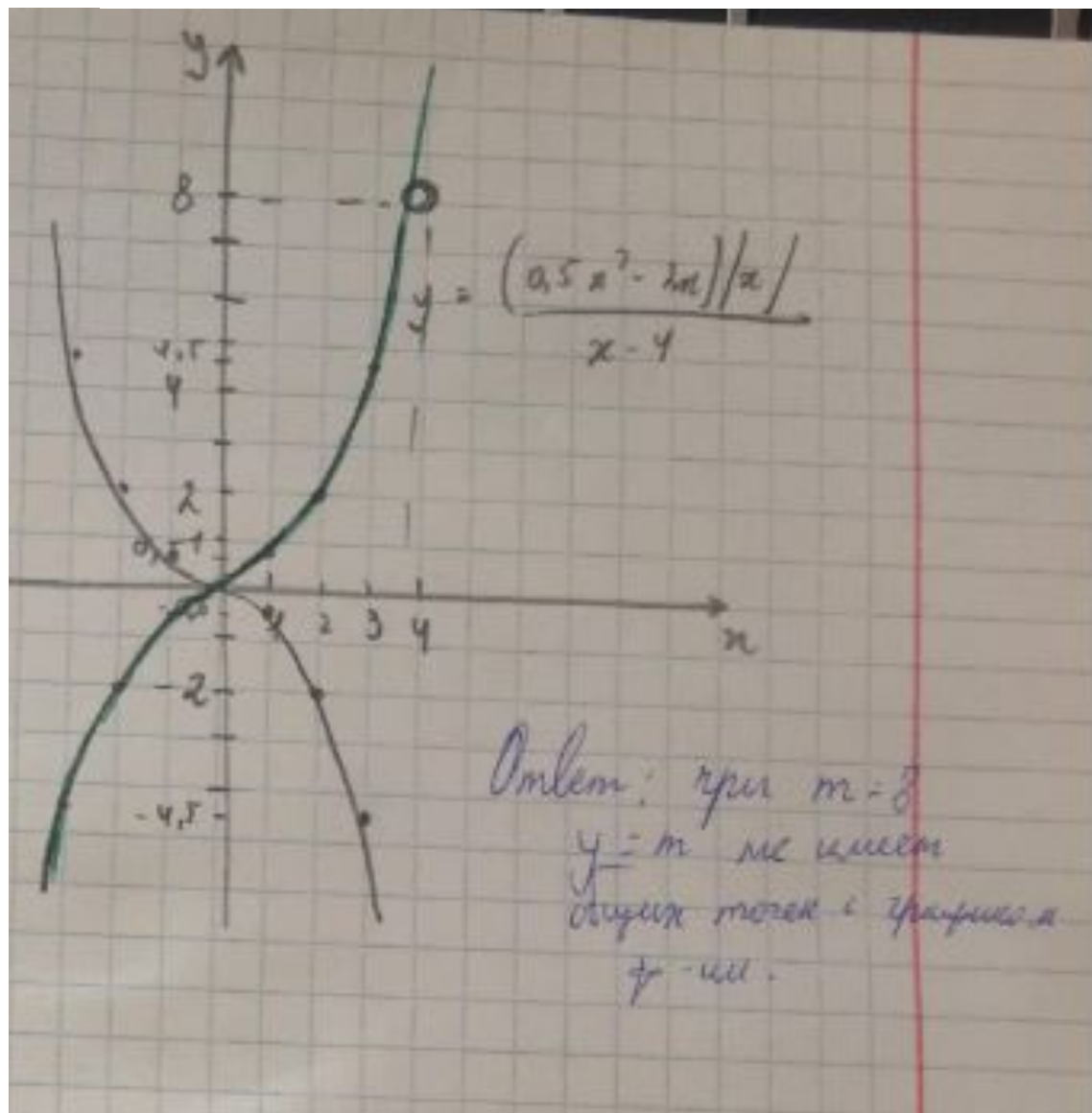
вершина:  $x_0 = \frac{6}{2} = 3$

$$y_0 = -9 + 6 \cdot 3 - 2 = 7$$

Ответ:  $(3; 7)$

Парабола проходит через точки  $K(0; -2)$ ,  $L(4; 6)$ ,  $M(1; 3)$ . Найдите координаты её вершины.

Постройте график функции  $y = \frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x-4}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.



$\sqrt{5}$

$b(y) = (-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$

$y = \frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x-4} (1)$

Упростим выражение:  $\frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x-4} =$

$= \frac{0,5x(x-4)|x|}{x-4} = 0,5x|x|$

График ф-ии:  $y = 0,5x|x|$  совпадает с графиком  
 ф-ии (1) на  $D(y)$

Рассмотрим ф-ию:  $y = 0,5x|x|$

$y = \begin{cases} 0,5x^2 & \text{при } x \geq 0 \\ -0,5x^2 & \text{при } x < 0 \end{cases}$

I Рассмотрим ф-ию:  $y = 0,5x^2$   
 Рл ф-ии, график - парабола, ветки вверх

$x_0 = 0$	$x$	1	2	3
$y_0 = 0$	$y$	0,5	2	4,5

II Рассмотрим ф-ию:  $y = -0,5x^2$   
 Рл ф-ии, график - парабола, ветки вниз

$x_0 = 0$	$x$	1	2	3
$y_0 = 0$	$y$	-0,5	-2	-4,5



$$ax^2 + bx + c = y$$

$$a \neq 0$$

кв. ф-я, у-е — парабела

$$\left. \begin{array}{l} K(0; 5) \\ L(4; -3) \\ M(-1; 2) \end{array} \right\} \in y$$

$$1) a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 5$$

$$c = 5$$

$$2) 16a + 4b + 5 = -3 \quad a = \frac{-x - y}{16}$$

$$3) a + 2b + 5 = 2$$

$$2b + 5 + \frac{-2 - b}{4} = 2$$

$$\frac{8b + 20 - 2 - b}{4} = 2$$

$$\frac{7b + 18}{4} = 2$$

$$b = -\frac{10}{7} \quad a = \frac{-2 - b}{4} = -\frac{1}{7}$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{\frac{10}{7}}{-\frac{2}{7}} = -5$$

Парабола проходить через точки  $K(0; 5)$ ,  $L(4; -3)$ ,  $M(-1; 2)$ . Найдите координаты её вершины.

$$y = -\frac{1}{7}x^2 - 1\frac{3}{7}x + 5$$

$$y_0 = -\frac{25}{7} + \frac{50}{7} + 5 = 8\frac{4}{7}$$

$$\text{Ответ: } (-5; 8\frac{4}{7}).$$

$$y = \frac{3|x| - 1}{|x| - 3x^2}$$

Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком общих точек.

$\sqrt{2}$ .

$$y = \frac{3|x| - 1}{|x| - 3x^2} = \frac{\cancel{3|x| - 1}}{\cancel{|x|} (3x - 1)} \cdot \frac{3|x| - 1}{-|x| (3|x| - 1)} =$$

$$= -\frac{1}{|x|}$$

x	1	2	0,5
y	-1	$-\frac{1}{2}$	-2

Решение:

$$|x| - 3x^2 \neq 0$$

$$x - 3x^2 \neq 0 \quad -x - 3x^2 \neq 0$$

$\sqrt{2}$ .

$$y = \frac{3|x| - 1}{|x| - 3x^2} = \frac{\cancel{3|x| - 1}}{\cancel{|x|} (3x - 1)} \cdot \frac{3|x| - 1}{-|x| (3|x| - 1)} =$$

$$= -\frac{1}{|x|}$$

x	1	2	0,5
y	-1	$-\frac{1}{2}$	-2

Решение:

$$|x| - 3x^2 \neq 0$$

$$x - 3x^2 \neq 0 \quad -x - 3x^2 \neq 0$$

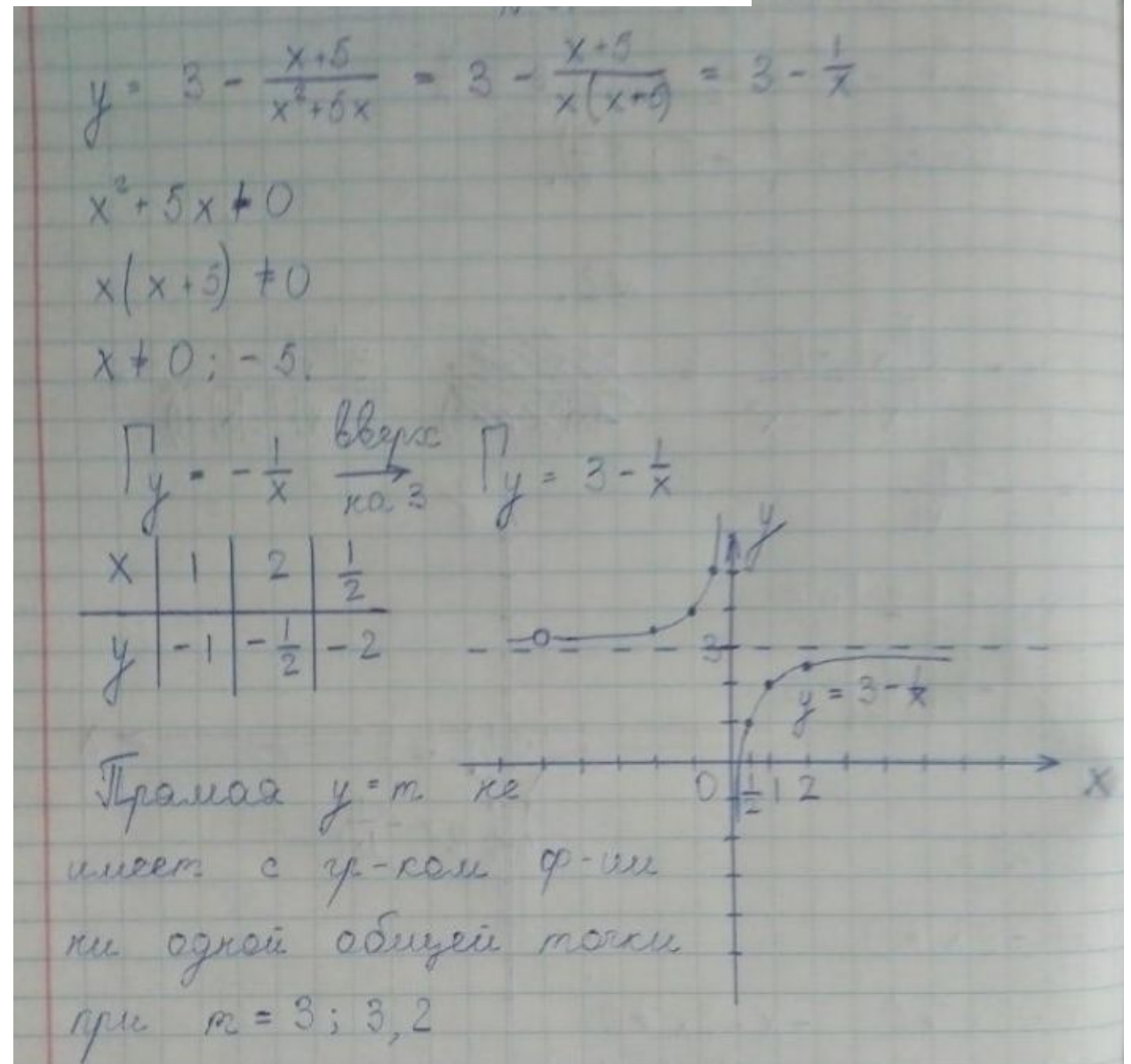
$$x(1 - 3x) \neq 0 \quad -x(1 + 3x) \neq 0$$

$$x \neq 0; \frac{1}{3} \quad x \neq 0; -\frac{1}{3}$$

прямая  $y = kx$  не имеет с графиком общих точек, при  $k = 0$ .

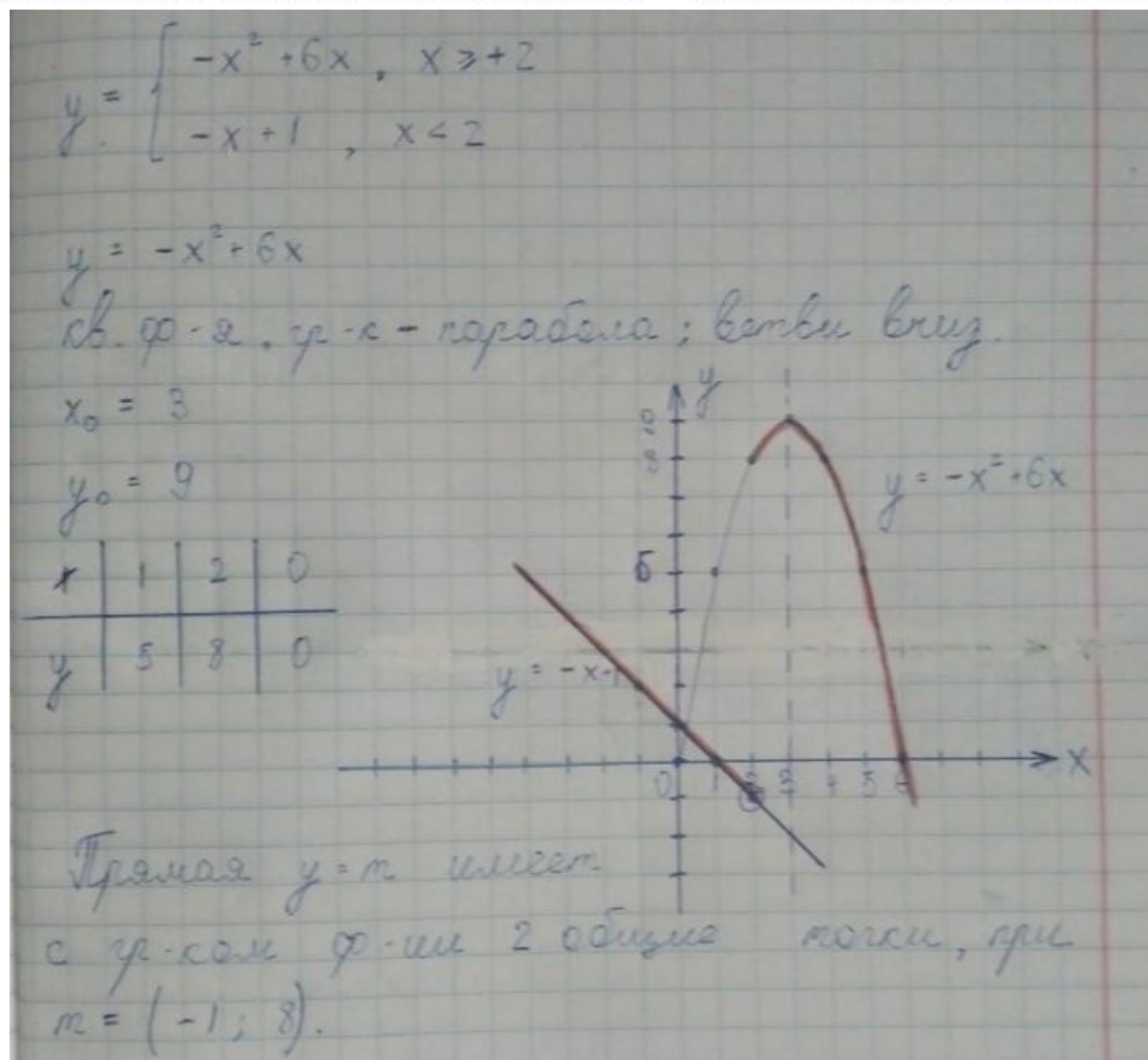


Постройте график функции  $y = 3 - \frac{x+5}{x^2+5x}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.



$$\begin{cases} -x^2 + 6x - 9 & \text{при } x \geq 2, \\ -x + 1 & \text{при } x < 2. \end{cases}$$

и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.



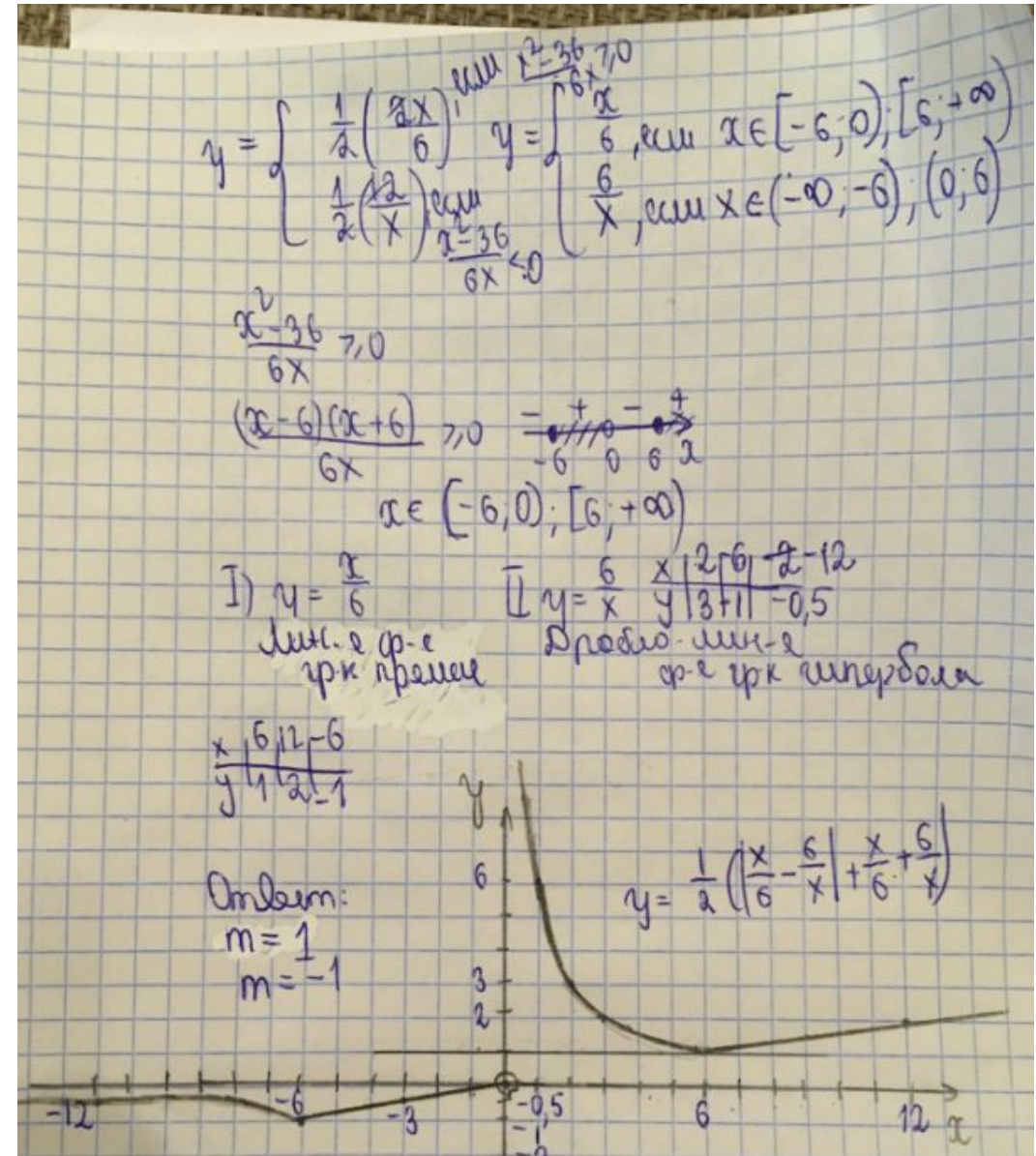
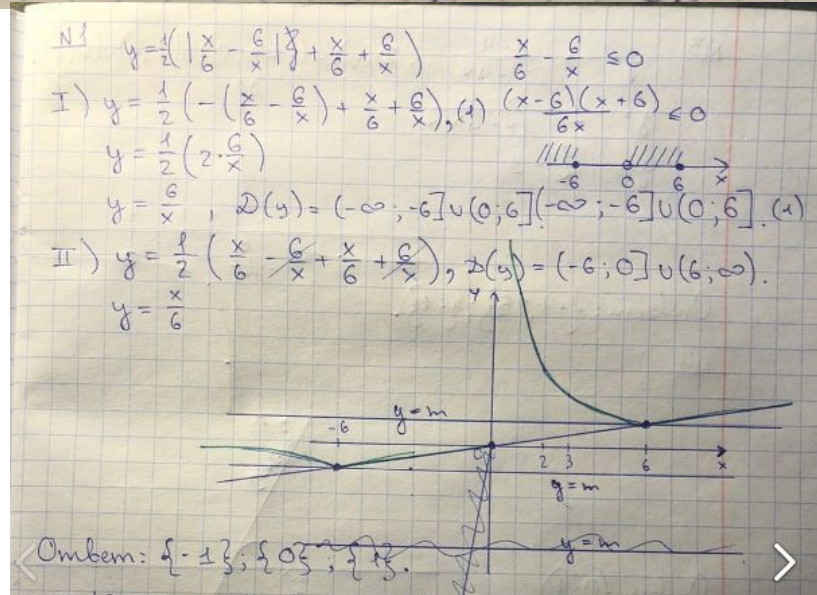


Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{6} - \frac{6}{x} \right| + \frac{x}{6} + \frac{6}{x} \right)$ . Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

$$N2) y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{6} - \frac{6}{x} \right| + \frac{x}{6} + \frac{6}{x} \right)$$

$$\frac{x^2 - 6(6 - \frac{x^2}{6x})}{6x} \geq 0 \quad \frac{x^2 - 36}{6x} < 0$$

$$y = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( \frac{x}{6} - \frac{6}{x} + \frac{6x}{6} + \frac{6}{x} \right), & \text{если } \frac{x^2 - 36}{6x} \geq 0 \\ \frac{1}{2} \left( -\frac{x}{6} + \frac{6}{x} + \frac{x}{6} + \frac{6}{x} \right), & \text{если } \frac{x^2 - 36}{6x} < 0 \end{cases}$$



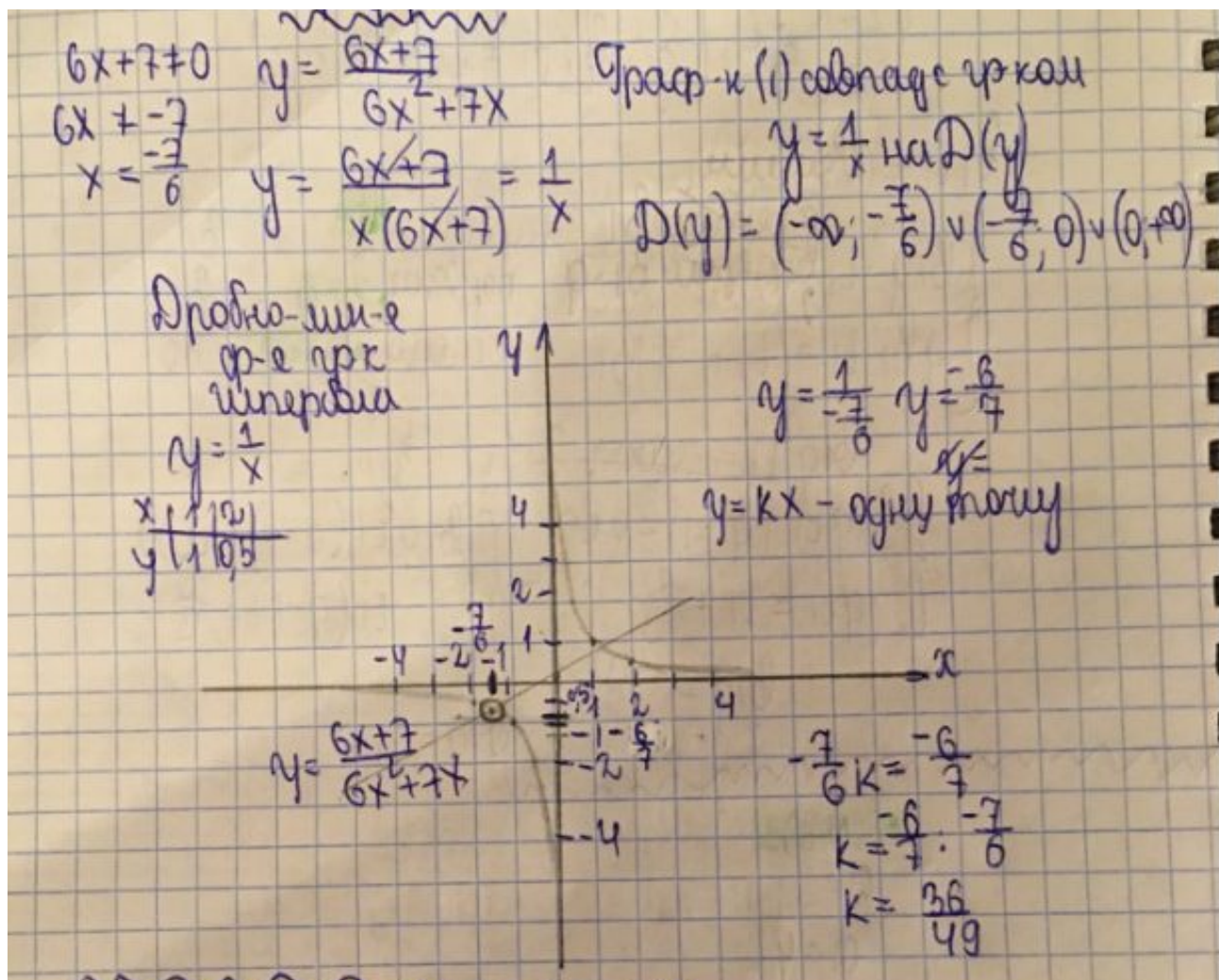
Первая прямая проходит через точки  $(0; 4,5)$  и  $(3; 6)$ . Вторая прямая проходит через точки  $(1; 2)$  и  $(-4; 7)$ . Найдите координаты общей точки этих двух прямых.

$$\begin{aligned} & \text{N1) } (0; 4,5) \text{ и } (3; 6) \quad (1; 2) \text{ и } (-4; 7) \\ & y = kx + b \quad y = kx + b \\ & \begin{cases} 4,5 = 4,5 = k \cdot 0 + b \\ b = 4,5 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 = k + b \\ 7 = -4k + b \end{cases} \quad \begin{cases} -5 = 5k \\ k = -1 \end{cases} \\ & y = 0,5x + 4,5 \quad \begin{cases} b = 3k + 4,5 \\ 1,5 = 3k \\ 0,5 = k \end{cases} \quad \begin{cases} k = -1 \\ b = 2 - k \end{cases} \quad \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases} \\ & \Rightarrow y = -x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 0,5x + 4,5 = -x + 3 \\ & 0,5x + x = 3 - 4,5 \\ & 1,5x = -1,5 \\ & x = -1 \\ & \text{Общая точка } (-1; 5) \end{aligned} \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = 0,5x + 4,5 \\ x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$$



Постройте график функции  $y = \frac{6x+7}{6x^2+7x}$ . Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.



Постройте график функции  $y = x + 5|x| - x^2$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно три общие точки.

№4)  $y = x + 5|x| - x^2$

$$y = \begin{cases} x + 5x - x^2, & \text{если } x \geq 0 \quad \text{I)} \\ x - 5x - x^2, & \text{если } x < 0 \quad \text{II)} \end{cases}$$

I)  $y = -x^2 + 6x$  II)  $y = -x^2 - 4x$

*кв-е др-е - прк* *кв-е др-е прк*

*парабола* *парабола*

*верши* *верши*

*отн-0* *отн-0*

$x_0 = 3$   $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{-2} = -2$

$x_0 = -\frac{b}{2a} = 3$   $x_0 = -\frac{4}{-2} = -2$

$y_0 = -9 + 18 = 9$   $y_0 = -4 + 8 = 4$

$\frac{x}{y} \begin{array}{r} 4 \ 1 \ 1 \\ 8 \ 5 \end{array}$   $x_0 = -2$

Ответ:  $c = 4, c = 0$

№3) р?  $y = -2x + p$   $y = x^2 + 2x$

$-2x + p = x^2 + 2x$   $D = 0$  т.о. одна точка

$x^2 + 2x + 2x - p = 0$

$x^2 + 4x - p = 0$   $D = 16 + 4p$

$16 + 4p = 0$

$4p = -16$   $p = -4$

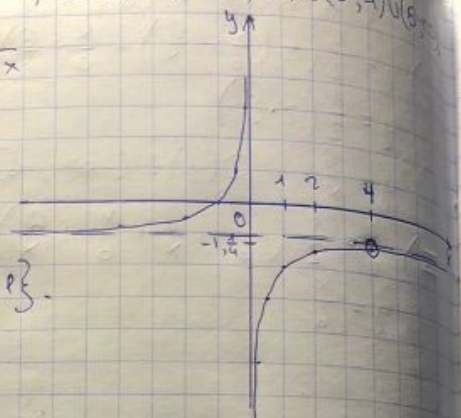
Ответ:  $-4$



N3  $y = -1 - \frac{x-4}{x^2-4x}$ ,  $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; 4) \cup (4; \infty)$

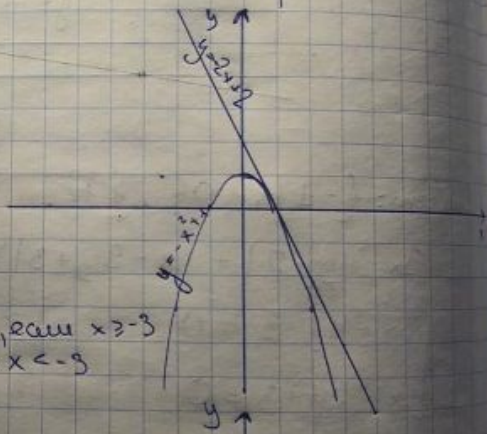
$y = -1 - \frac{x-4}{(x-4)x}$

$y = -\frac{1}{x} - 1$



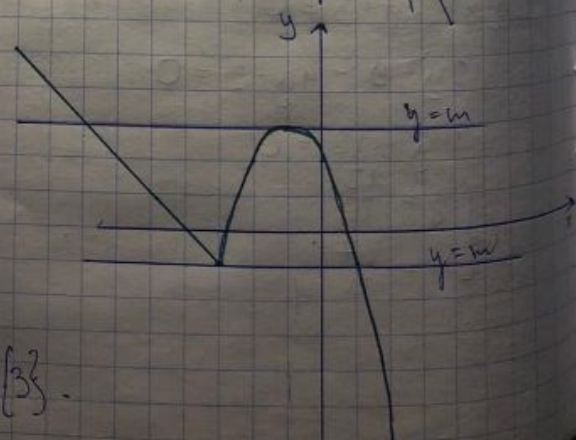
Jawab:  $\{-1, 25\}; \{1/4\}$ .

N4



Jawab:  $(0; 1)$ .

N5  $y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 2, & \text{cara } x \geq -3 \\ -x - 4, & \text{cara } x < -3 \end{cases}$



Jawab:  $\{-1\}; \{3\}$ .

N2  $|3x - 4y - 2| + |x - 5y + 3|$

$$\begin{cases} 3x - 4y - 3 = 0 \\ x - 5y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$15y - 9 - 4y - 3 = 0$$

$$11y - 12 = 0$$

$$\begin{cases} y = \frac{12}{11} \\ x = \frac{27}{11} \end{cases}$$



B 23.

$$N 210 \quad x^4 = (x-56)^2$$

$$x^2 = |x-56|$$

$$\begin{cases} x = 7 \\ x = -8 \end{cases}$$

Jawab: -8, 7.

$x = -12$  - no sign, no equality.

Jawab: 12 km/u.

$$N 22 \quad y = ||x+1| - 2|$$

$$I) \quad x \leq -3$$

$$II) \quad -3 \leq x < -1$$

$$y = -(-x-1-2)$$

$$y = -x-3$$

$$y = -(-x-1-2)$$

$$y = x+3$$

$$III) \quad -1 \leq x < 1$$

$$y = -(x+1-2)$$

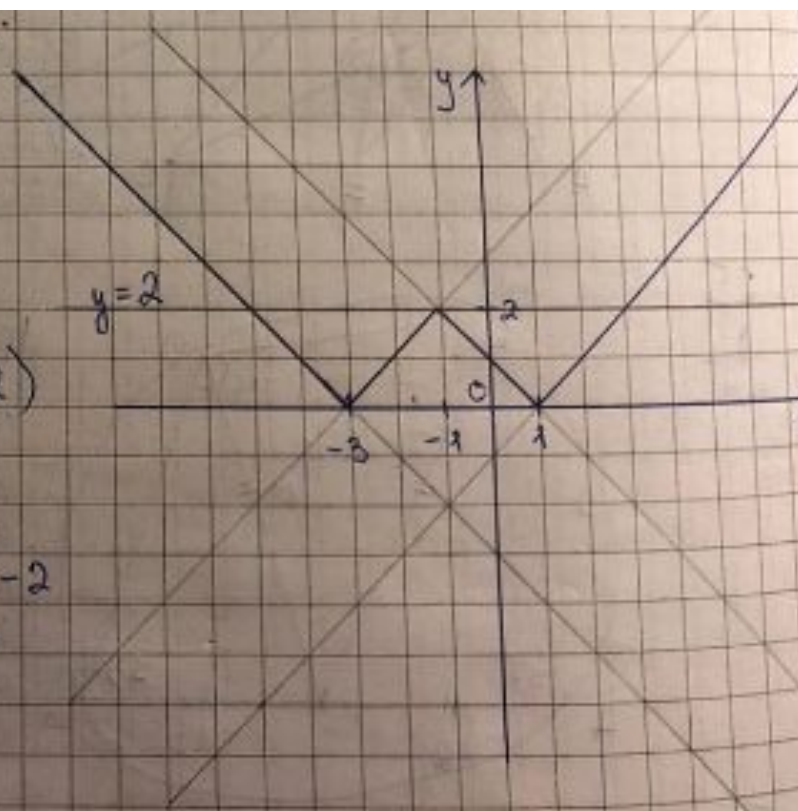
$$y = -x+1$$

$$IV) \quad 1 \leq x$$

$$y = x+1-2$$

$$y = x-1$$

Jawab:  $m = 2$ .



№21 Пусть  $x$  км/ч -  $V$  лодки в стоячей воде, тогда  $(x-4)$  км/ч -  $V$  против течения, а  $(x+4)$  км/ч -  $V$  по течению реки.

Зная, что весь путь 24 км, а  $t$  пр. теч на 4 часа дольше, чем по теч., составим уравнение:

$$\frac{24}{x+4} + 1,5 = \frac{24}{x-4}$$

$$\begin{cases} \text{ОДЗ} \\ x \neq -4 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$$\frac{24x - 96 + 1,5x^2 - 24x - 96}{x^2 - 16} = 0$$

$$1,5x^2 - 216 = 0$$

$$1,5(x^2 - 144) = 0$$

$$1,5(x-12)(x+12) = 0$$

$$x = 12$$

$x = -12$  - не подх. по смыслу.

Ответ: 12 км/ч.

y↑

B 38.

$$N20 \quad (x^2 - 81)^2 + (x^2 - 6x - 27)^2 = 0$$

$$((x-9)(x+9))^2 + ((x-9)(x+3))^2 = 0$$

$$(x-9)^2 ((x+9)^2 + (x+3)^2) = 0$$

$$x=9 \quad \text{oder} \quad x^2 + 18x + 81 + x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$2x^2 + 24x + 90 = 0$$

$$2(x^2 + 12x + 45) = 0$$

$$x \notin \mathbb{R}$$

Antwort: 9.



№21 Пусть  $x$  - концентрация конечного раствора.

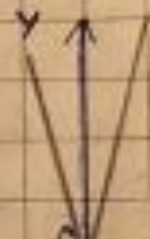
Зная, что объемы исходных растворов равны, возьмем их за 1, а объем конечной жидкости за 2, составим уравнение:

$$0,09 \cdot 1 + 0,19 \cdot 1 = 2x$$

$$0,27 = 2x$$

$$x = 0,14$$

Ответ: 14%.



$$0,27 = 2x$$

$$x = 0,14$$

Ответ: 14%

№22  $y = -x^2 - 4$   
 кв. ф-я  $y = kx^2 + n$  - парабола.

темпы роста

x	0	-1	1	-2	2
y	-4	-5	-5	-8	-8

$$x_0 = 0$$

$$y_0 = -4$$

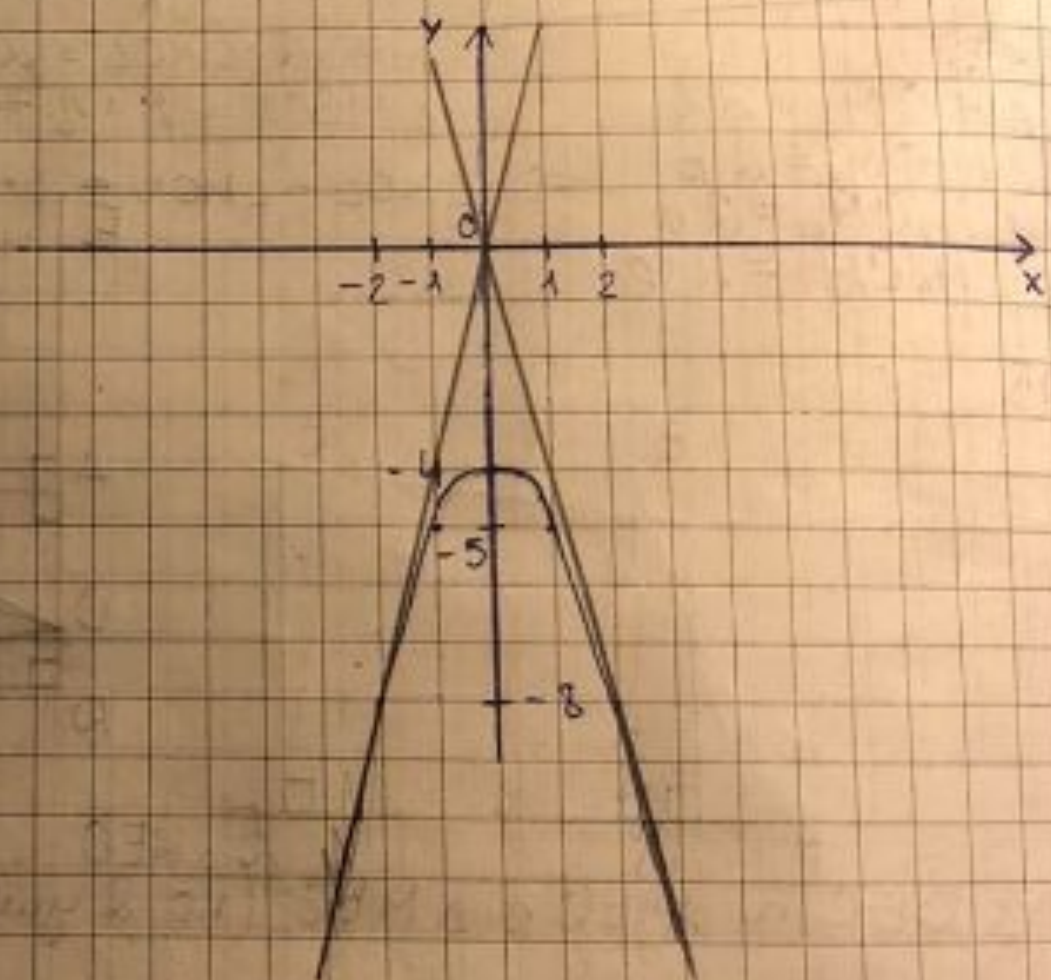
$$y = -4x$$

x	0	-1	2
y	0	-4	-8

$$y = -4x$$

x	0	1	2
y	0	-4	-8

Ответ: -4; 4



№20  $x^3 - 7x^2 - x + 7 = 0$

$x^2(x-7) - (x-7) = 0$

$(x^2-1)(x-7) = 0$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 7 \end{cases}$$

№21 Пусть вся работа = 8. Производительности - Д, П, У, составим систему уравнений:

$$\begin{cases} Д + П = \frac{1}{9} & (1) \\ У + П = \frac{1}{12} & (2) \\ У + Д = \frac{1}{18} & (3) \end{cases}$$

$2П + 2Д + 2У = \frac{9}{36} \quad | : 2$

$П + Д + У = \frac{1}{8}$  - их суммарная произв.

Ответ: за 8 часов.

№22  $y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & \text{если } x \geq -2 \\ -\frac{4}{x}, & \text{если } x < -2 \end{cases} \quad y = m$

$y = x^2 + 4x + 4$  кв. ф-я, в-к-нар. б-б.

$x_0 = -2$

$y_0 = 0$

$x \quad -2 \quad -1 \quad 0$

$y \quad 0 \quad 1 \quad 4$

$y = -\frac{4}{x}$  обратная ф-я, в-к-нар.

$x \quad -8 \quad -4 \quad -2$

$y \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad 2$

Ответ:  $[0; \infty) = m$ .

