Постройте график функции

$$y = x|x| + |x| - 6x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

1. $y = x|x| + |x| - 6x$

$$\left[\begin{array}{l} y = x^2 + x - 6x \cancel{= x^2 - 5x = x(x-5)},\ x \ge 0 \\ y = -x^2 - x - 6x \cancel{= -x^2 - 7x},\ x < 0 \end{array}\right.$$

(1) $y = x^2 - 5x$, кв. параб., ветви вверх

~~$y = x(x-5)$~~

x	0	1	2	3	4
y	0	-4	-6	-6	-4

$x_0 = \frac{+5}{2} = 2,5$

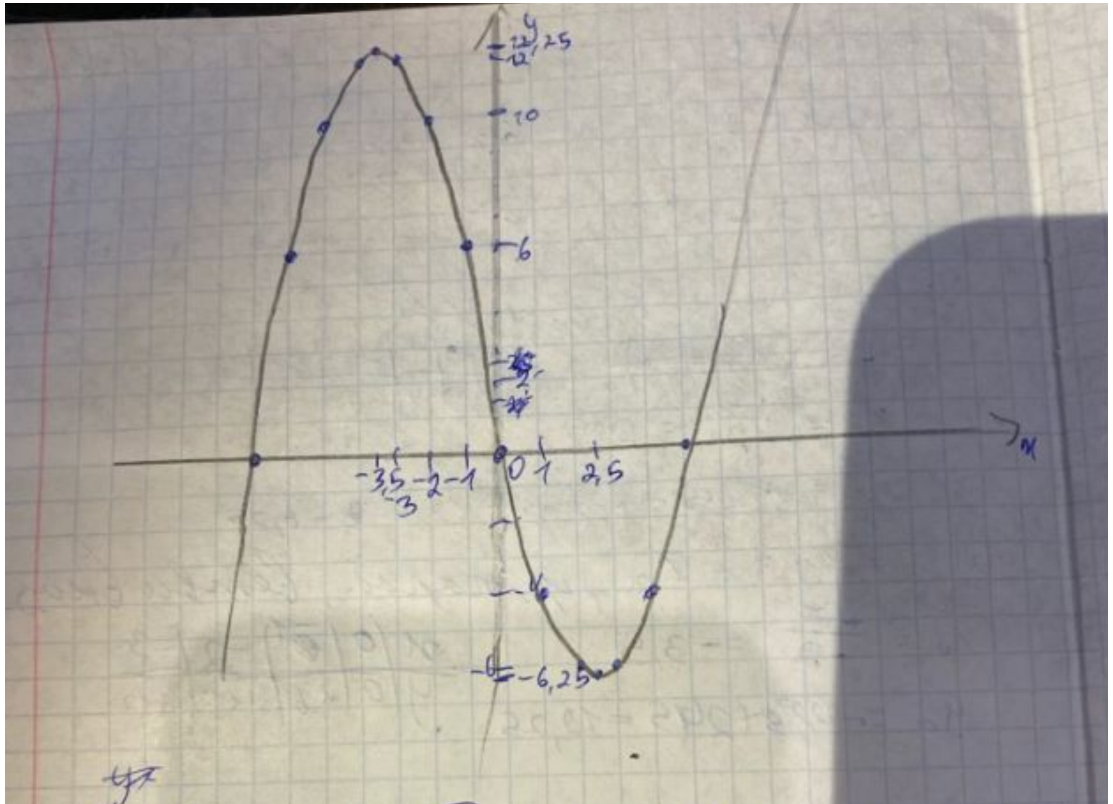
$y_0 = 6,25 - 12,5 = -6,25$

(2) $y = -x^2 - 7x$, кв. параб., ветви вниз

$x_0 = \frac{+7}{-2} = -3,5$

x	0	-1	-2	-3
y	0	+6	+10	+12

$y_0 = -12,25 + 24,5 = 12,25$



Ответ: $y = m$ будет иметь с графиком ровно 2 точки, при $m = -6,25$ и $m = 12,25$

4.

Найдите все значения a, при которых неравенство $x^2+(2a+4)x+8a+1 \le 0$ не имеет решений.

5.

Постройте график функции $y=\dfrac{1-2x}{2x^2-x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

одну точку, при $k\in(-\infty;-2);[0;$

4. $x^2+(2a+4)x+8a+1\le 0$ – не им. реш.

$x^2+(2a+4)x+8a+1>0$, т.к. это кв. ур., то если ~~у нет~~ все его решения >0, то $D<0$ и ~~a~~ k при $x^2>0$, тогда:

$D<0$, $D=(2a+4)^2-(8a+1)\cdot 4<0$

$4a^2+16a+16-32a-4<0$

$-16a \quad +12$

$4a^2-16a+12<0$

$a^2-4a+3<0$

$\frac{D}{4}=+2^2-3=1^2$

$a_{1,2}=\frac{+2\pm 1}{1}$ $\quad a_1=3$, $a_2=1$ $\quad (a-3)(a-1)<0$

$+ \quad - \quad +$

$1 \quad 3$

Ответ: при $a\in(1;3)$ уравнение не имеет решений

$\infty).)$

5. $y=\dfrac{1-2x}{2x^2-x}$ $\quad |\cdot 2x^2-x$

ОДЗ

$2x^2-x\ne 0$

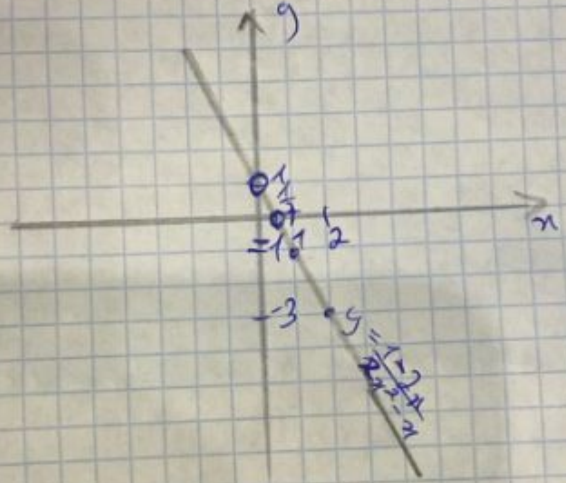
$x(2x-1)\ne 0$

$x\ne 0$

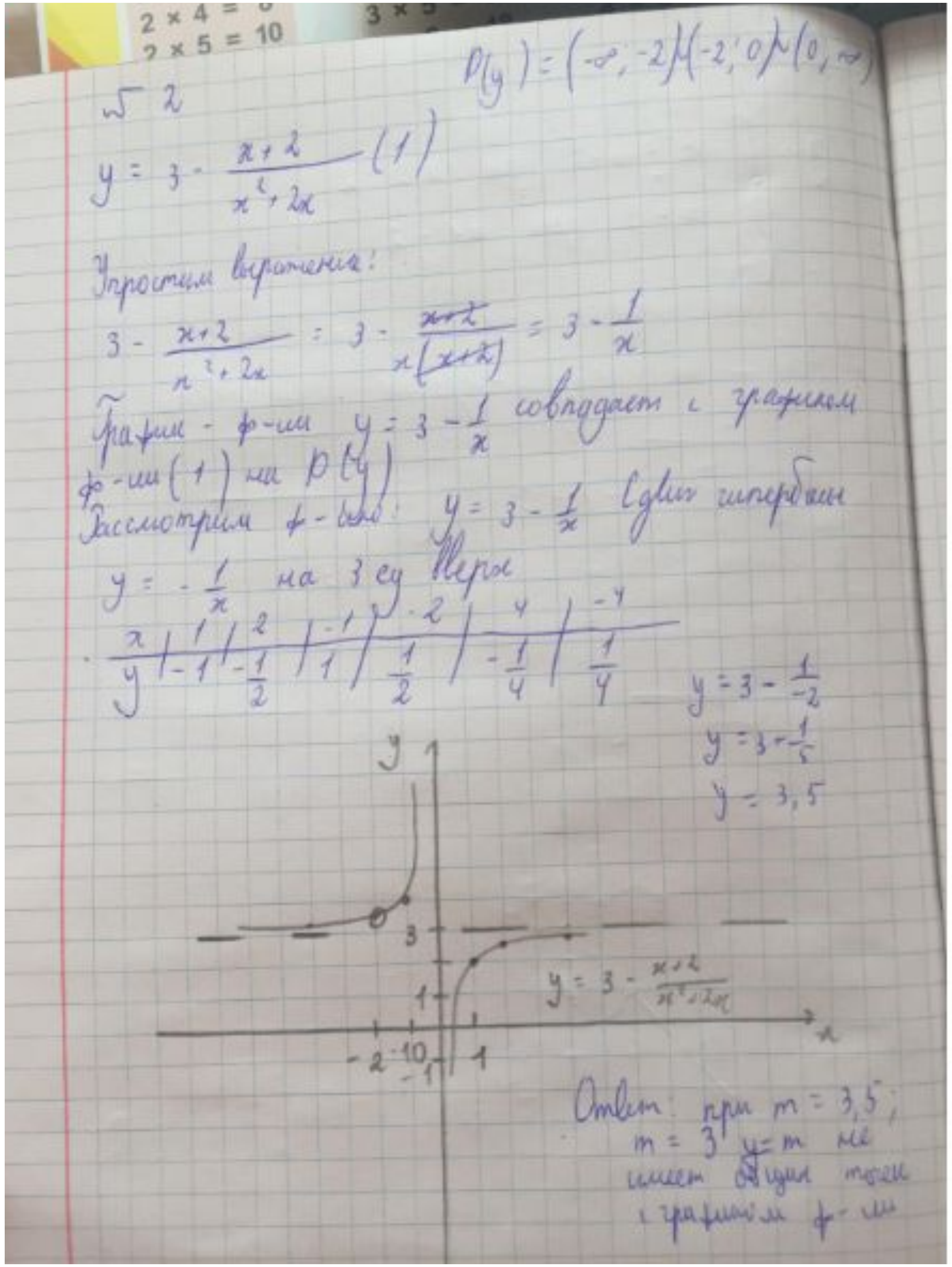
$x\ne \frac{1}{2}$

$y=1-2x$, ур. прям., лин.ф.

x	1	2
y	−1	−3



Ответ: $y=kx$ будет иметь 1 общ. точку с граф. при $k\in(-\infty;-2);$ $(-2;0);(0;+\infty)$.



№ 2

$D(y) = (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; \infty)$

$y = 3 - \frac{x+2}{x^2+2x}$ (1)

Упростим выражение:

$3 - \frac{x+2}{x^2+2x} = 3 - \frac{x+2}{x(x+2)} = 3 - \frac{1}{x}$

График ф-ии $y = 3 - \frac{1}{x}$ совпадает с графиком ф-ии (1) на $D(y)$

Рассмотрим ф-ию $y = 3 - \frac{1}{x}$. Сдвиг гиперболы $y = -\frac{1}{x}$ на 3 ед. вверх

x	1	2	-1	-2	4	-4
y	-1	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$y = 3 - \frac{1}{-2}$

$y = 3 - \frac{1}{5}$

$y = 3,5$

Ответ: при $m = 3,5$; $m = 3$ $y = m$ не имеет общих точек с графиком ф-ии

Постройте график функции

$$y = 3 - \frac{x+2}{x^2+2x}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Постройте график функции $y=\dfrac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27}$ и определите, при каких значениях k построенный график не будет иметь общих точек с прямой $y=kx$.

№53

$D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; 9) \cup (9; +\infty)$

$$y=\frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27^{*}} \quad (1)$$

* $x^2-6x-27=0$

$D = 36+108=144=12^2$

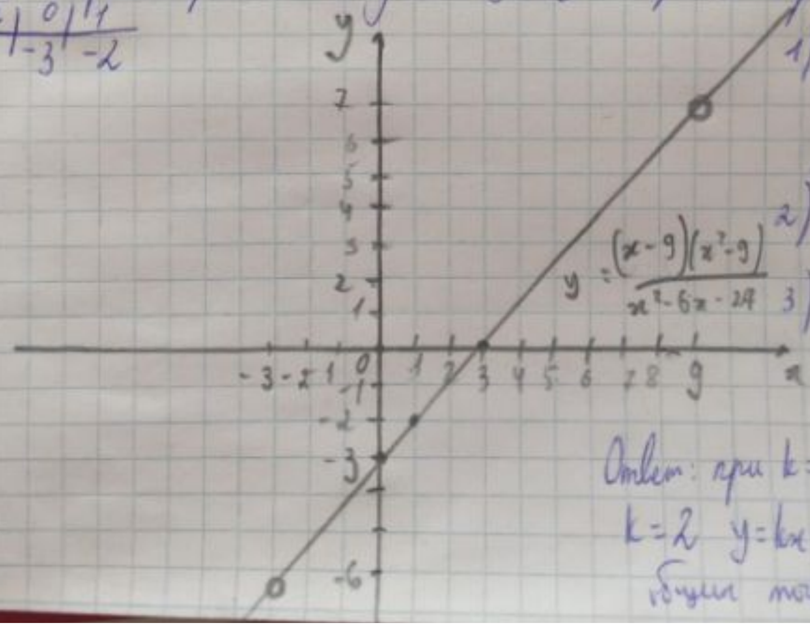
$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{6+12}{2} = 9 \\ x_2 = \dfrac{6-12}{2} = -3 \end{cases}$$

Упростим выражение: $\dfrac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27} = \dfrac{\cancel{(x-9)}(x-3)\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x-9)}\cancel{(x+3)}} = x-3$

График ф-ии $y=x-3$ совпадает с графиком ф-ии (1) на $D(y)$

Рассмотрим ф-ию: $y=x-3$ Лин. ф-ия – график-прямая

x	0	1
y	−3	−2



1) $kx=x-3$

$x=\dfrac{3}{1-k}$

$k=1$

2) $7=9k$

$k=\dfrac{7}{9}$

3) $-6=-3k$

$k=2$

Ответ: при $k=1$; $k=\dfrac{7}{9}$, $k=2$ $y=kx$ – не имеют общих точек

Парабола проходит через точки $K(0; -2)$, $L(4; 6)$, $M(1; 3)$. Найдите координаты её вершины.

№4

$y = ax^2 + bx + c$

$x_0 = \frac{-b}{2a}$, сл-но,

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 16a+4b+c=6 \\ c=-2 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b+c=3 \\ b=\frac{6-c-16a}{4} \\ c=-2 \end{cases} \quad \begin{cases} a+2-4a-2=3 \\ b=2-4a \\ c=-2 \end{cases}$$

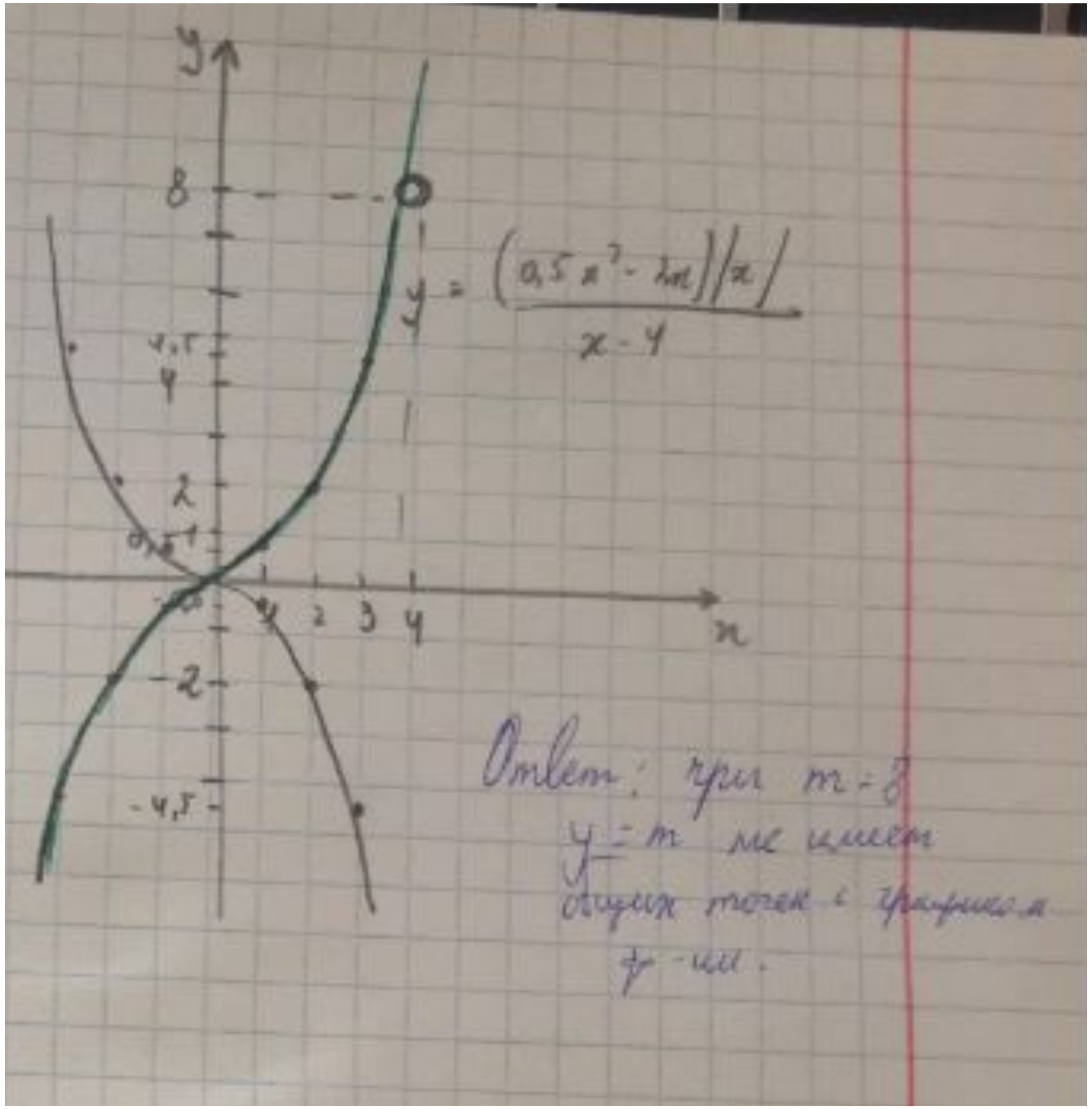
$$\begin{cases} -3a-3=0 \\ b=2-4a \\ c=-2 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-1 \\ b=6 \\ c=-2 \end{cases}$$

Вершина: $x_0 = \frac{6}{2} = 3$

$y_0 = -9+6\cdot 3-2=7$

Ответ: $(3; 7)$

Постройте график функции $y = \dfrac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x-4}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.



№5 $D(y) = (-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$

$y = \frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x-4}$ (1)

Упростим выражение: $\frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x-4} =$

$= \frac{0,5x\cancel{(x-4)}|x|}{\cancel{x-4}} = 0,5x|x|$

График ф-ии: $y = 0,5x|x|$ совпадает с графиком ф-ии (1) на $D(y)$

Рассмотрим ф-ию: $y = 0,5x|x|$

$$y = \begin{cases} 0,5x^2 \text{ при } x \geq 0 \\ -0,5x^2, \text{ при } x < 0 \end{cases}$$

I Рассмотрим ф-ию: $y = 0,5x^2$

Кв. ф-ия, график – парабола, ветви вверх

$x_0 = 0$

$y_0 = 0$

x	1	2	3
y	0,5	2	4,5

II Рассмотрим ф-ию $y = -0,5x^2$

Кв. ф-ия, график – парабола, ветви вниз

$x_0 = 0$

$y_0 = 0$

x	1	2	3
y	-0,5	-2	-4,5

Парабола проходит через точки $K(0;\ 5)$, $L(4;\ -3)$, $M(-1;\ 2)$. Найдите координаты её вершины.

$ax^2 + bx + c = y$

$a \neq 0$

кв. ф-я, г-к — парабола

$\left.\begin{array}{l} K(0;5) \\ L(4;-3) \\ M(-1;2) \end{array}\right\} \in y$

1) $a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 5$

$c = 5$

2) $16a + 4b + 5 = \cancel{y}\ -3$ $\qquad a = \frac{-\cancel{8}^{2} - \cancel{4}b}{\cancel{16}_{4}}$

3) $a + 2b + 5 = 2$

$2b + 5 + \frac{-2-b}{4} = 2$

$\frac{8b + 20 - 2 - b}{4} = 2$

$\frac{7b + 18}{4} = 2$

$b = -\frac{10}{7} \qquad a = \frac{-2-b}{4} = -\frac{1}{7}$

$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{\frac{10}{7}}{-\frac{2}{7}} = -5$

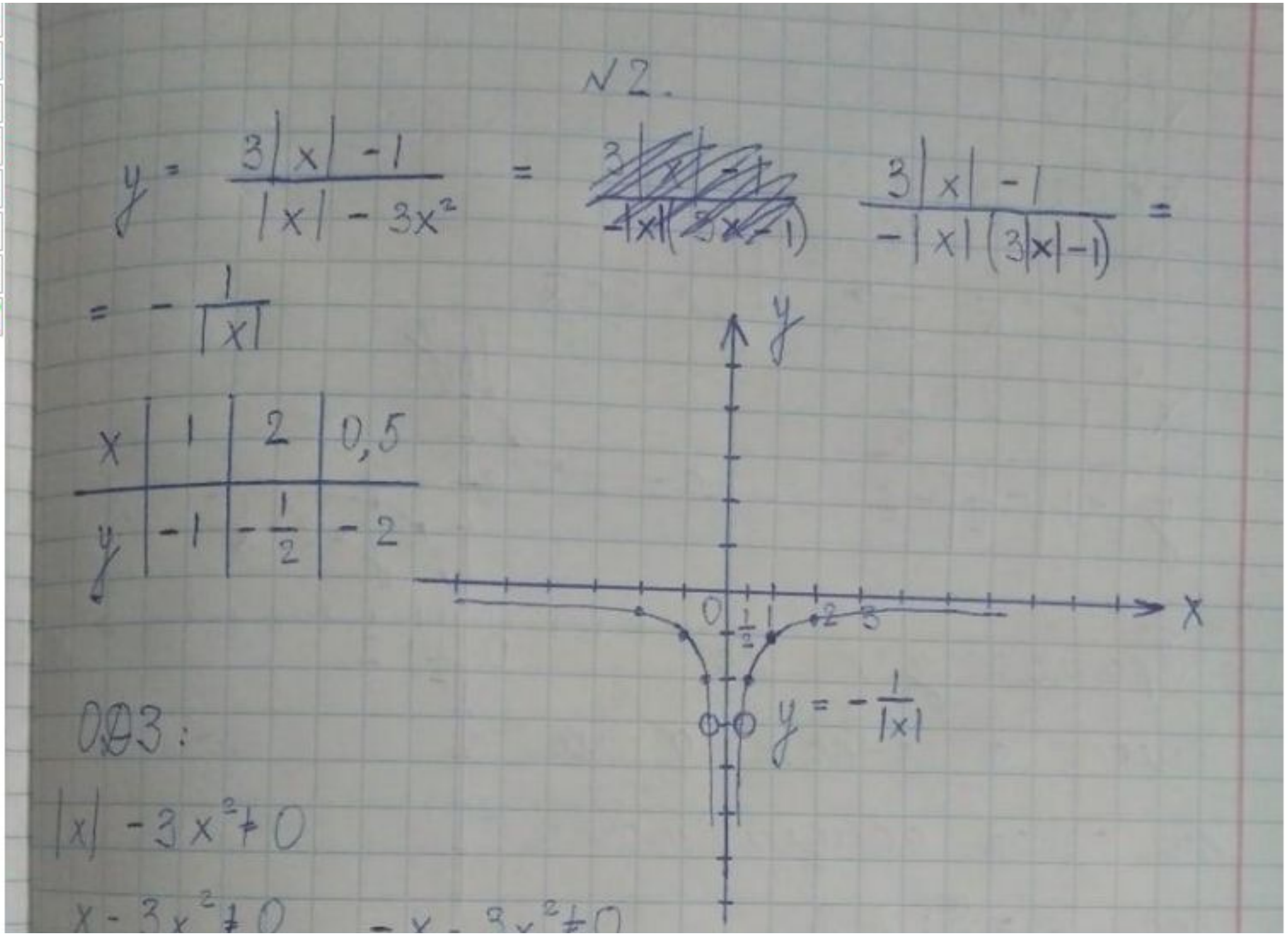
$y = -\frac{1}{7}x^2 - 1\frac{3}{7}x + 5$

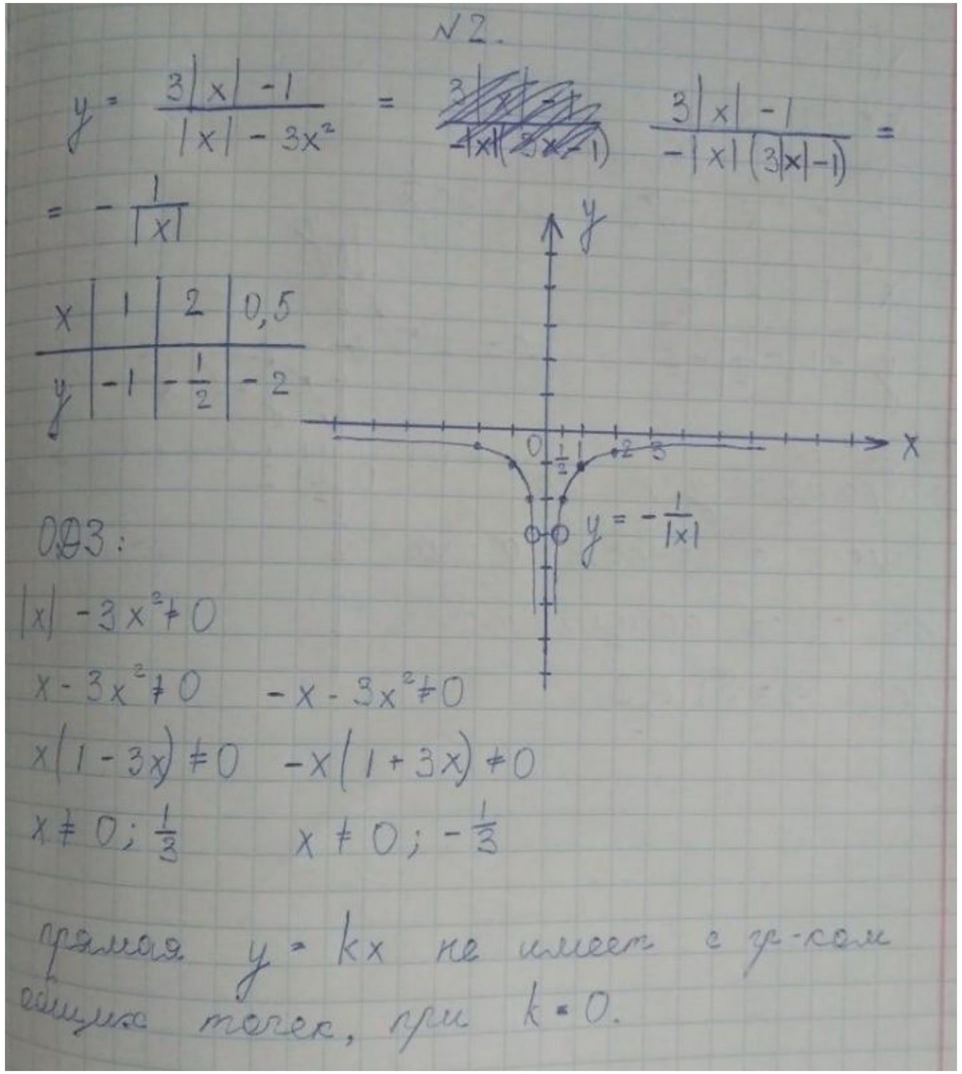
$y_0 = -\frac{25}{7} + \frac{50}{7} + 5 = 8\frac{4}{7}$

Ответ: $(-5;\ 8\frac{4}{7})$.

$$y = \frac{3|x| - 1}{|x| - 3x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.





Постройте график функции $y = 3 - \dfrac{x+5}{x^2+5x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

$$y = 3 - \frac{x+5}{x^2+5x} = 3 - \frac{x+5}{x(x+5)} = 3 - \frac{1}{x}$$

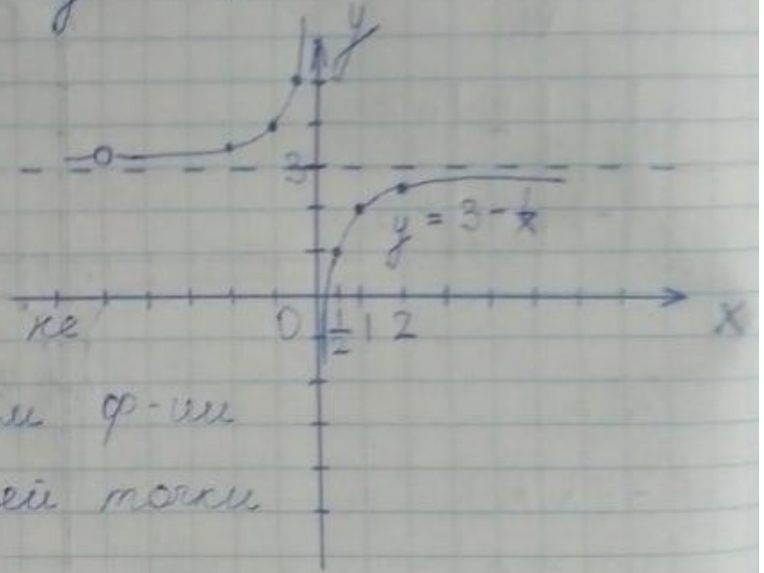
$x^2 + 5x \neq 0$

$x(x+5) \neq 0$

$x \neq 0;\ -5.$

$\Gamma\ y = -\frac{1}{x} \xrightarrow[\text{на } 3]{\text{вверх}} \Gamma\ y = 3 - \frac{1}{x}$

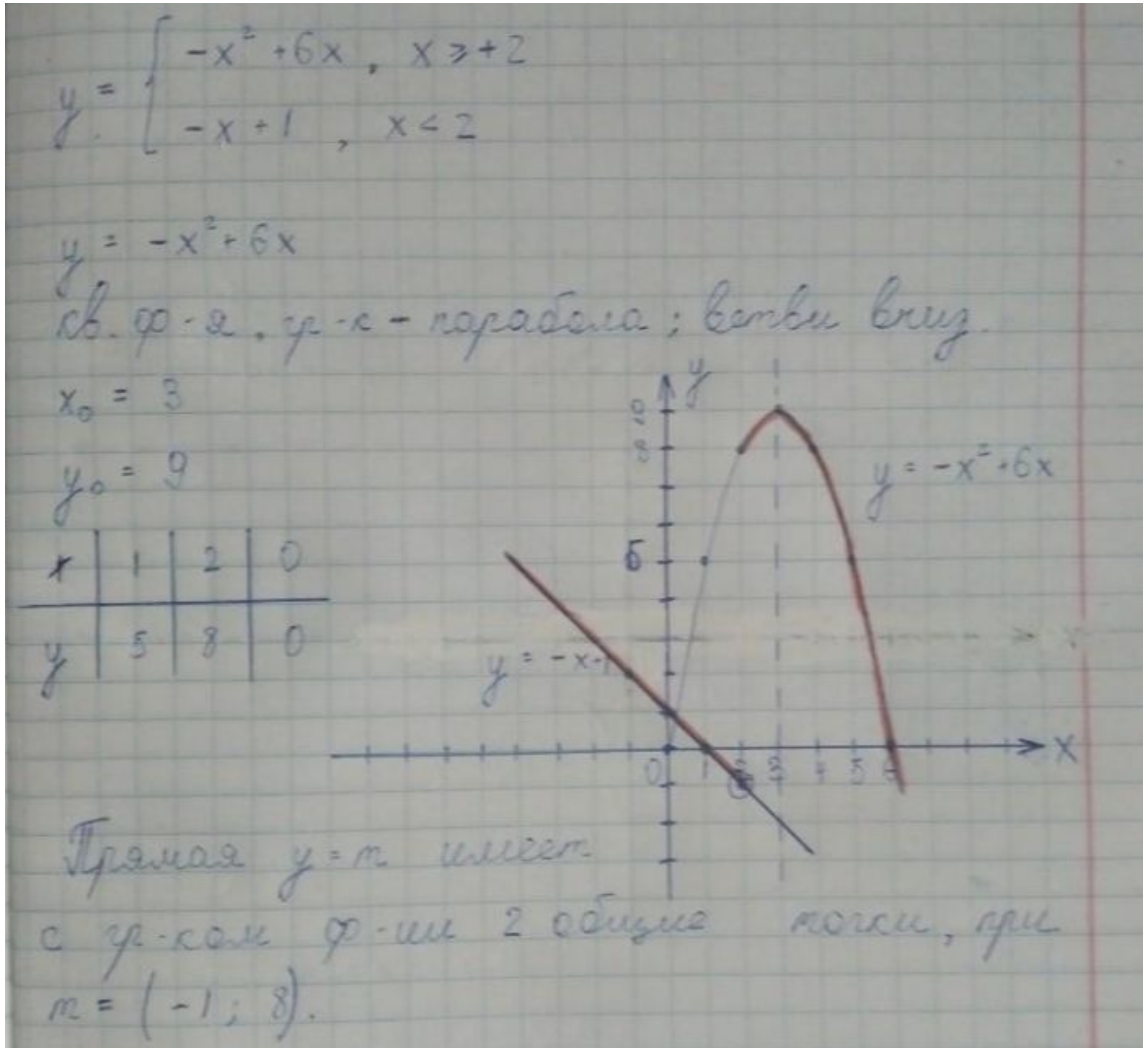
x	1	2	$\frac{1}{2}$
y	−1	$-\frac{1}{2}$	−2



Прямая $y = m$ не имеет с гр-ком ф-ции ни одной общей точки при $m = 3;\ 3,2$

$$\begin{cases} -x^2+6x-9 \text{ при } x \geq 2, \\ -x+1 \text{ при } x < 2. \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.



$$y = \begin{cases} -x^2+6x, & x \geq 2 \\ -x+1, & x < 2 \end{cases}$$

$y = -x^2+6x$

кв. ф-я, гр-к – парабола; ветви вниз

$x_0 = 3$

$y_0 = 9$

x	1	2	0
y	5	8	0

Прямая $y = m$ имеет с гр-ком ф-ии 2 общие точки, при $m = (-1;\ 8)$.

Постройте график функции $y=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{6}-\frac{6}{x}\right|+\frac{x}{6}+\frac{6}{x}\right)$. Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

№2) $y=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{6}-\frac{6}{x}\right|+\frac{x}{6}+\frac{6}{x}\right)$

$\frac{x}{6}-\frac{6}{x}=\frac{x^2-36}{6x}\geq 0 \qquad \frac{x^2-36}{6x}<0$

$$y=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(\frac{x}{6}-\cancel{\frac{6}{x}}+\frac{x}{6}+\cancel{\frac{6}{x}}\right), \text{если } \frac{x^2-36}{6x}\geq 0\\ \frac{1}{2}\left(-\cancel{\frac{x}{6}}+\frac{6}{x}+\cancel{\frac{x}{6}}+\frac{6}{x}\right), \text{если } \frac{x^2-36}{6x}<0\end{cases}$$

N1 $y=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{6}-\frac{6}{x}\right|+\frac{x}{6}+\frac{6}{x}\right)$ $\qquad \frac{x}{6}-\frac{6}{x}\leq 0$

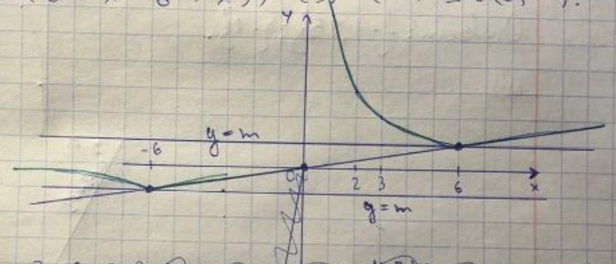
I) $y=\frac{1}{2}\left(-\left(\frac{x}{6}-\frac{6}{x}\right)+\frac{x}{6}+\frac{6}{x}\right)$, (1) $\qquad \frac{(x-6)(x+6)}{6x}\leq 0$

$y=\frac{1}{2}\left(2\cdot\frac{6}{x}\right)$

$y=\frac{6}{x}$, $D(y)=(-\infty;-6]\cup(0;6]$ $\quad (-\infty;-6]\cup(0;6]$. (1)

II) $y=\frac{1}{2}\left(\frac{x}{6}-\cancel{\frac{6}{x}}+\frac{x}{6}+\cancel{\frac{6}{x}}\right)$, $D(y)=(-6;0]\cup(6;\infty)$.

$y=\frac{x}{6}$



Ответ: $\{-1\}; \{0\}; \{1\}$.

$$y=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(\frac{2x}{6}\right), \text{если } \frac{x^2-36}{6x}\geq 0\\ \frac{1}{2}\left(\frac{12}{x}\right), \text{если } \frac{x^2-36}{6x}<0\end{cases} \qquad y=\begin{cases}\frac{x}{6}, \text{если } x\in[-6;0);[6;+\infty)\\ \frac{6}{x}, \text{если } x\in(-\infty;-6),(0;6)\end{cases}$$

$\frac{x^2-36}{6x}\geq 0$

$\frac{(x-6)(x+6)}{6x}\geq 0$ $\quad$ − + − + ; −6, 0, 6, x

$x\in[-6;0);[6;+\infty)$

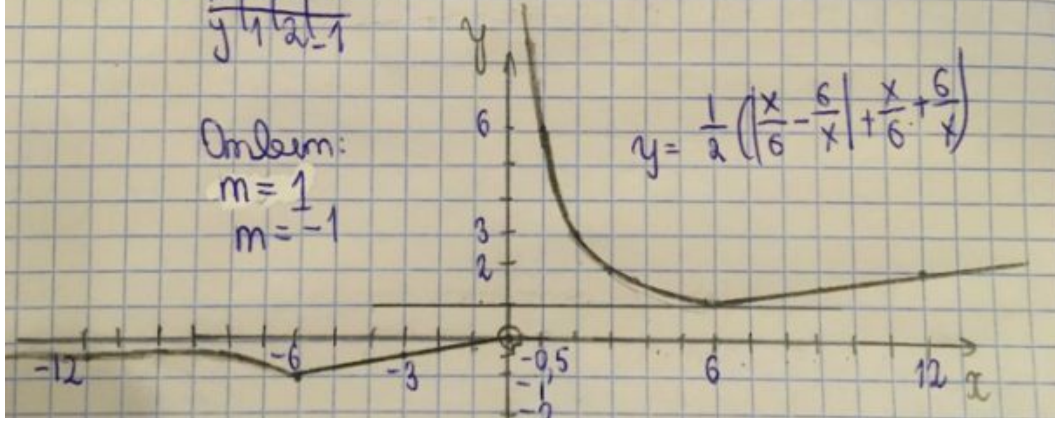
I) $y=\frac{x}{6}$ лин. ф-я, гр-к прямая

II) $y=\frac{6}{x}$ дробно-лин-я ф-я, гр-к гипербола

x	2	6	-2	-12
y	3	1		-0,5

x	6	12	-6
y	1	2	-1

Ответ:
m = 1
m = −1



Первая прямая проходит через точки $(0;\ 4{,}5)$ и $(3;\ 6)$. Вторая прямая проходит через точки $(1;\ 2)$ и $(-4;\ 7)$. Найдите координаты общей точки этих двух прямых.

№1) $(0; 4{,}5)$ и $(3; 6)$ $\qquad$ $(1; 2)$ и $(-4; 7)$

$y = kx + b$ $\qquad$ $y = kx + b$

$$\begin{cases} \cancel{4{,}5 =} 4{,}5 = k\cdot 0 + b \\ b = 4{,}5 \end{cases} \qquad -\begin{cases} 2 = k + b \\ 7 = -4k + b \end{cases} \qquad \begin{aligned} -5 &= 5k \\ k &= -1 \end{aligned}$$

$y = 0{,}5x + 4{,}5 \Leftarrow$

$6 = 3k + 4{,}5$

$1{,}5 = 3k$

$0{,}5 = k$

$$\begin{cases} k = -1 \\ b = 2 - k \end{cases} \quad \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow y = -x + 3$

$0{,}5x + 4{,}5 = -x + 3$

$0{,}5x + x = 3 - 4{,}5$

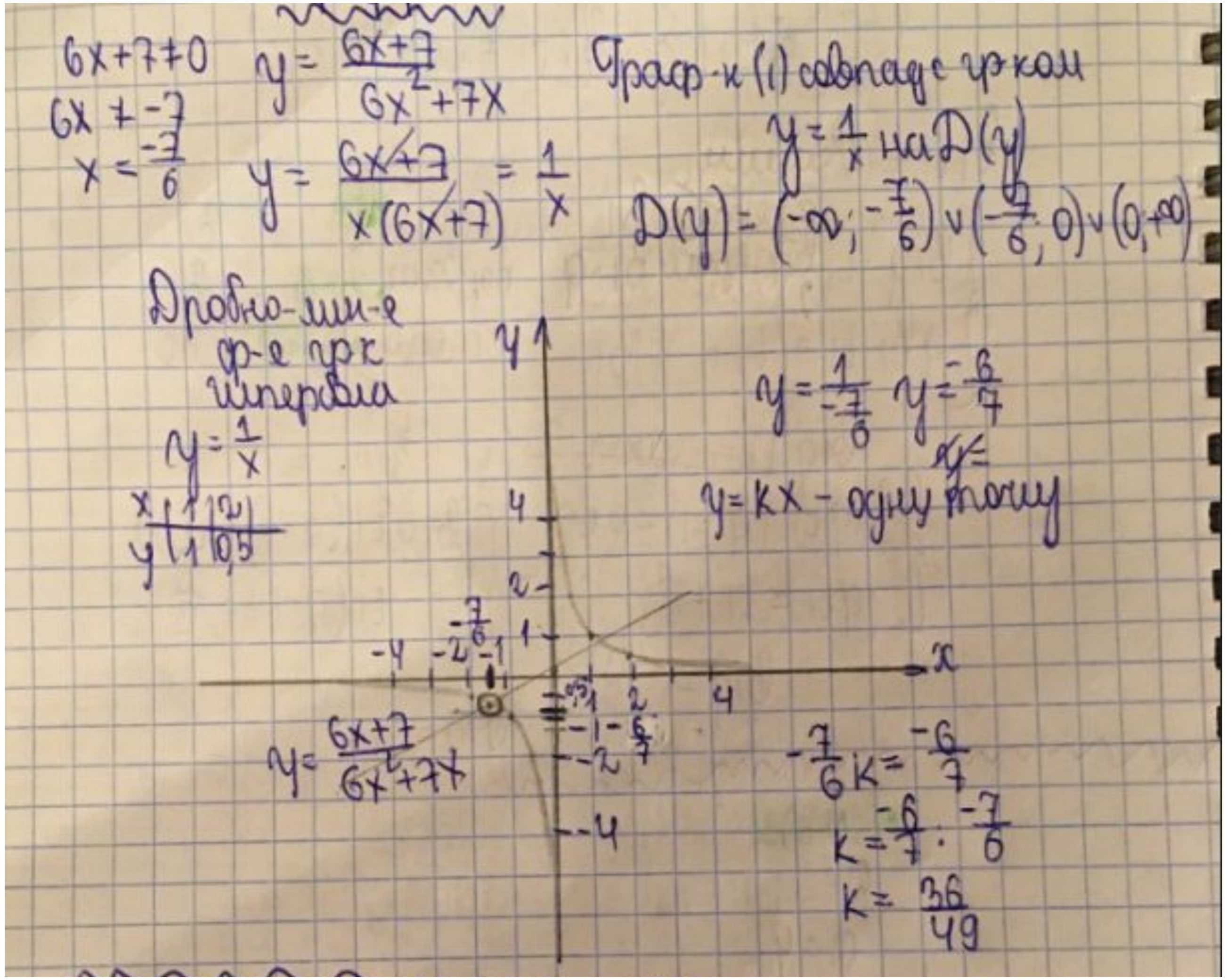
$1{,}5x = -1{,}5$

$x = -1$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 0{,}5x + 4{,}5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -1 \\ y = \cancel{5}\,4 \end{cases}$$

Ответ $(-1; \cancel{5}\,4)$

Постройте график функции $y = \dfrac{6x+7}{6x^2+7x}$. Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.



$6x+7 \neq 0$

$6x \neq -7$

$x \neq \frac{-7}{6}$

$y = \frac{6x+7}{6x^2+7x}$

$y = \frac{\cancel{6x+7}}{x(\cancel{6x+7})} = \frac{1}{x}$

Граф-к (1) совпад с гр-ком $y = \frac{1}{x}$ на $D(y)$

$D(y) = (-\infty; -\frac{7}{6}) \cup (-\frac{7}{6}; 0) \cup (0; +\infty)$

Дробно-лин-е ф-е гр-к гипербола

$y = \frac{1}{x}$

x	1	2
y	1	0,5

$y = \frac{1}{-\frac{7}{6}}$ $y = -\frac{6}{7}$

$y = kx$ – одну точку

$y = \frac{6x+7}{6x^2+7x}$

$-\frac{7}{6}k = -\frac{6}{7}$

$k = -\frac{6}{7} : -\frac{7}{6}$

$k = \frac{36}{49}$

Постройте график функции $y = x + 5|x| - x^2$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

№4) $y = x + 5|x| - x^2$

$$y = \begin{cases} x + 5x - x^2, \text{ если } x \geq 0 & \text{I)} \\ x - 5x - x^2, \text{ если } x < 0 & \text{II)} \end{cases}$$

I) $y = -x^2 + 6x$ кв-я ф-я-грк парабола ветви вниз

ось сим-и отн-о $ox = 3$

$x_0 = -\frac{b}{2a}$

$x_0 = -\frac{6}{-2} = 3$

$y_0 = -9 + 18 = 9$

x	4	1
y	8	5

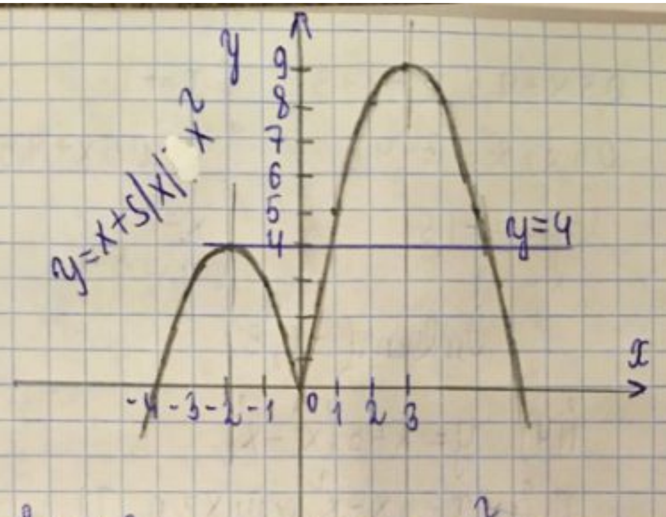
II) $y = -x^2 - 4x$ ветви вниз кв-ая ф-я грк парабола

$x_0 = -\frac{b}{2a}$ $x_0 = \frac{4}{-2} = -2$

$y_0 = -4 + 8 = 4$ ось сим-и отно-о $ox = -2$

x	-6	-4	-1
y	-12	0	3

Ответ: $c = 4$, $c = 0$



№3) p? $y = -2x + p$ $y = x^2 + 2x$

$-2x + p = x^2 + 2x$ $D = 0$ т.к. одна точка

$x^2 + 2x + 2x - p = 0$

$x^2 + 4x - p = 0$ $D = 16 + 4p$

$16 + 4p = 0$

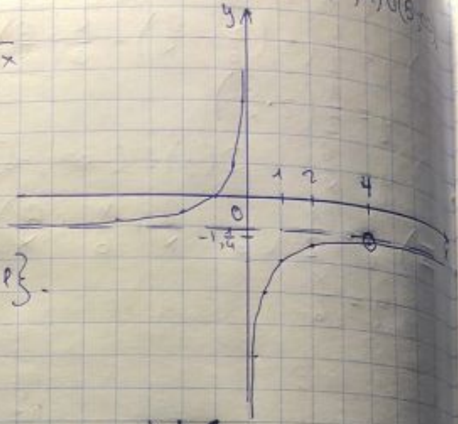
$4p = -16$ $p = -4$

Ответ: -4

№3 $y = -1 - \frac{x-4}{x^2-4x}$, $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; 4) \cup (4; ...$

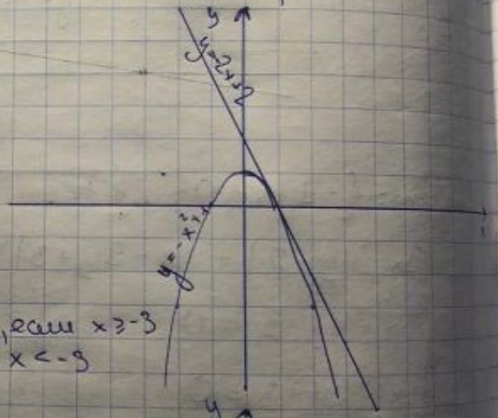
$y = -1 - \frac{x-4}{(x-4)\,x}$

$y = -\frac{1}{x} - 1$



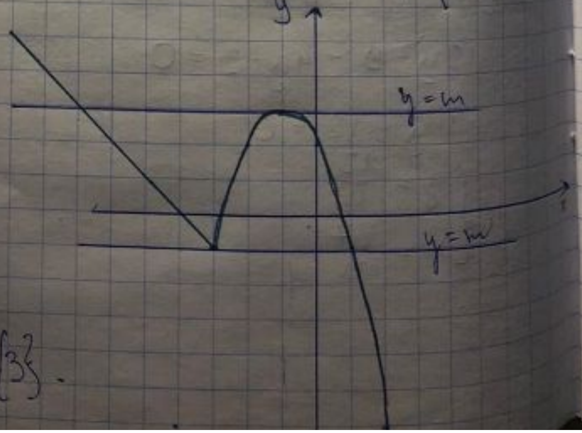
Ответ: $\{-1{,}25\}; \{-1\}$.

№4



Ответ: $(0; 1)$.

№5 $y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 2, & \text{если } x \geq -3 \\ -x - 4, & \text{если } x < -3 \end{cases}$



Ответ: $\{-1\}; \{3\}$.

№2 $|3x-4y-2|+|x-5y+3|$

$$\begin{cases} 3x-4y-3=0 \\ x-5y+3=0 \end{cases}$$

$$15y-9-4y-3=0$$

$$11y-12=0$$

$$\begin{cases} y=\frac{12}{11} \\ x=\frac{27}{11} \end{cases}$$

В23.

№20 $\quad x^4 = (x-56)^2$

$$x^2 = |x-56|$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 7 \\ x = -8 \end{array}\right.$$

Ответ: -8; 7.

$\left[x = -12 \right.$ — не подх. по смыслу.

Ответ: 12 км/ч.

№22 $\quad y = ||x+1|-2|$

I) $x \le -3$

$y = -(-x-1-2)$

$y = -x-3$

II) $-3 \le x < -1$

$y = -(-x-1-2)$

$y = x+3$

III) $-1 \le x < 1$

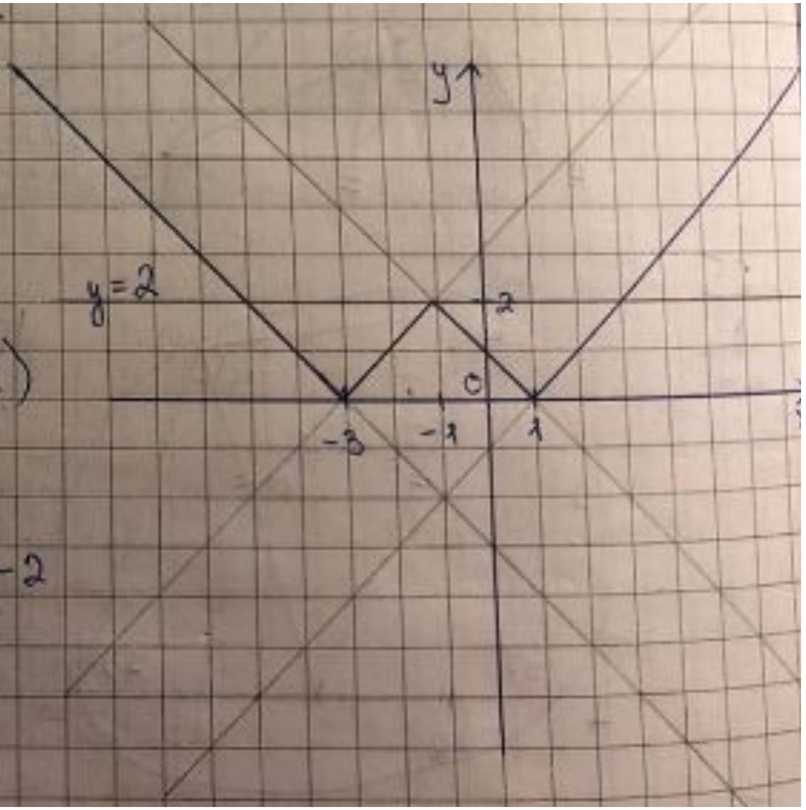
$y = -(x+1-2)$

$y = -x+1$

IV) $1 \le x$

$y = x+1-2$

$y = x-1$



Ответ: $m=2$.

№21 Пусть x км/ч – V лодки в стоячей воде, тогда (x – 4) км/ч – $V_л$ против течения, а (x + 4) км/ч – $V_л$ по течению реки.

Зная, что весь путь 24 км, а t пр. теч на 4 часа больше, чем по теч,

Составим уравнение:

$$\frac{24}{x+4}^{(x-4} + 1,5^{(x^2-16} = \frac{24}{x-4}^{(x+4}$$

ОДЗ

$$\begin{cases} x \neq -4 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$$\frac{\cancel{24x} - 96 + 1,5x^2 - 24 - \cancel{24x} - 96}{x^2 - 16} = 0$$

$$1,5x^2 - 216 = 0$$

$$1,5(x^2 - 144) = 0$$

$$1,5(x - 12)(x + 12) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 12 \\ x = -12 \text{ – не подх. по смыслу.} \end{array}\right.$$

Ответ: 12 км/ч.

В 38.

N20 $(x^2-81)^2+(x^2-6x-27)^2=0$

$((x-9)(x+9))^2+((x-9)(x+3))^2=0$

$(x-9)^2((x+9)^2+(x+3)^2)=0$

$x=9$ или $x^2+18x+81+x^2+6x+9=0$

$2x^2+24x+90=0$

$2(x^2+12x+45)=0$

$x\notin R$

Ответ: 9.

№21 Пусть x – концентрация конечного раствора.
Зная, что объемы изначальных растворов равны, возьмем их за 1, а объем конечной жидкости за 2, составим уравнение:

$$0{,}09 \cdot 1 + 0{,}19 \cdot 1 = 2x$$
$$0{,}27 = 2x$$
$$x = 0{,}14$$

Ответ: 14%.

$0,27 = 2x$

$x = 0,14$

Ответ: 14%.

№22 $y = -x^2 - 4$

кв. ф-я, гр-к - парабола.

ветви вниз.

x	0	-1	1	-2	2
y	-4	-5	-5	-8	-8

$x_0 = 0$

$y_0 = -4$

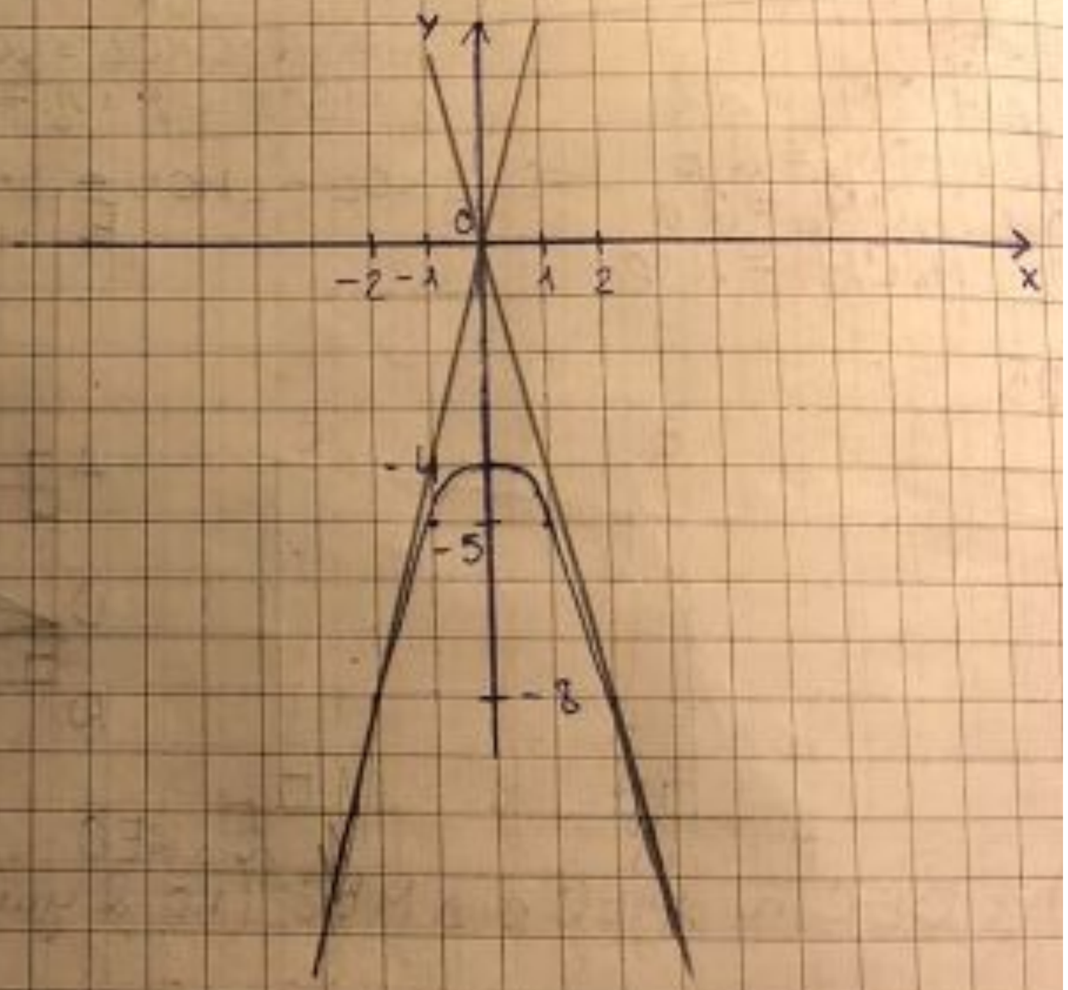
$y = 4x$

x	0	-1	-2
y	0	-4	-8

$y = -4x$

x	0	1	2
y	0	-4	-8

Ответ: -4; 4



В40

№20 $x^3 - 7x^2 - x + 7 = 0$

$x^2(x-7) - (x-7) = 0$

$(x^2-1)(x-7) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 7 \end{array}\right.$$

№21 Пусть вся работа = 1. Произв. Димы – Д, Пети – П, Игоря – И

составим систему ур-ий:

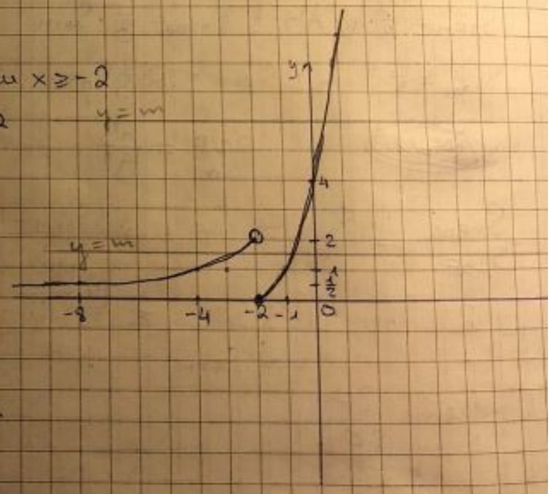
$$+\begin{cases} Д + П = \frac{1}{9} \ (4 \\ И + П = \frac{1}{12} \ (3 \\ И + Д = \frac{1}{18} \ (2 \end{cases}$$

$2П + 2Д + 2И = \frac{9}{36} \ | : 2$

$П + Д + И = \frac{1}{8}$ – их суммарная произв.

Ответ: за 8 часов.

№22. $y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, \text{ если } x \geq -2 \\ -\frac{4}{x}, \text{ если } x < -2 \end{cases}$



$y = x^2 + 4x + 4$ кв. ф-я, гр-к – пар. в-в.

$x_0 = -2$

$y_0 = 0$

x	-2	-1	0
y	0	1	4

$y = -\frac{4}{x}$ обр. проп. ф-я, гр-к – гип.

x	-8	-4	-2
y	$\frac{1}{2}$	1	2

Ответ: $[0; \infty) = m$.