

Постройте график функции

$$y = x|x| + |x| - 6x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

1. $y = x|x| + |x| - 6x$

а) $y = x^2 + x - 6x = x^2 - 5x = x(x-5)$, $x \geq 0$

б) $y = -x^2 - x - 6x = -x^2 - 7x$, $x < 0$

а) $y = x^2 - 5x$, пр. параб., ветви вверх

x	0	1	2	3	4
y	0	-4	-6	-6	-4

$x_0 = \frac{+5}{2} = 2,5$

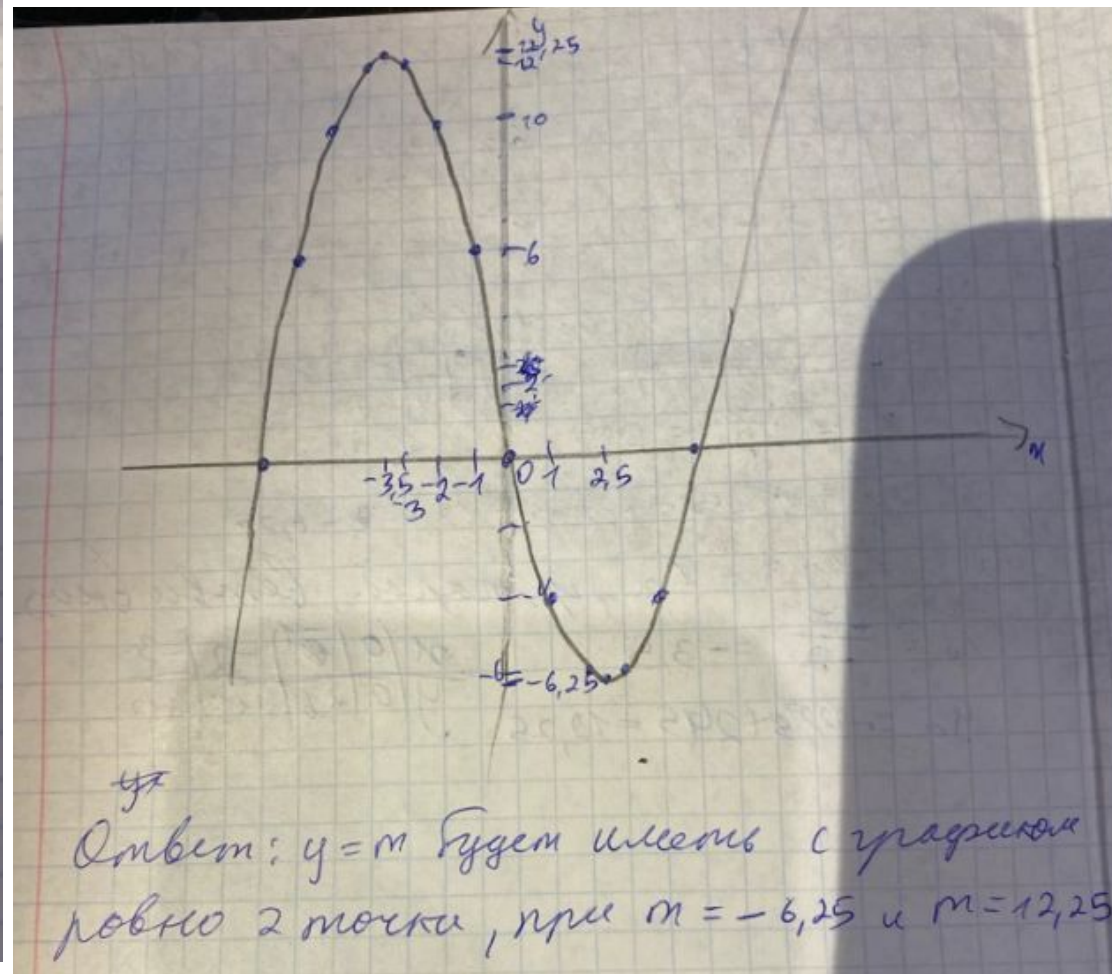
$y_0 = 12,25 - 6,25 - 12,5 = -6,25$

б) $y = -x^2 - 7x$, пр. параб., ветви вниз

x	0	-1	-2	-3
y	0	+6	+10	+12

$x_0 = \frac{+7}{-2} = -3,5$

$y_0 = -12,25 + 24,5 = 12,25$



а) Ответ: $y = m$ будет иметь с графиком ровно 2 точки, при $m = -6,25$ и $m = 12,25$

4.

Найдите все значения a , при которых неравенство $x^2 + (2a+4)x + 8a+1 \leq 0$ не имеет решений.

5.

Постройте график функции $y = \frac{1-2x}{2x^2-x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

одну точку, при $k \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$.

У. $x^2 + (2a+4)x + 8a+1 \leq 0$ - не им. реш.

$x^2 + (2a+4)x + 8a+1 > 0$, т.к. это кв. ур., то если $\Delta < 0$ и $a < k$ при $x^2 > 0$, тогда:

$$D < 0, D = (2a+4)^2 - (8a+1) \cdot 4 < 0$$

$$4a^2 + 8a + 16a + 16 - 32a - 4 < 0$$

$$4a^2 - 16a + 12 < 0$$

$$a^2 - 4a + 3 < 0$$

$$D_a = 16 - 12 = 4$$

$$a_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2} \quad a_1 = 3 \quad a_2 = 1$$

$(a-3)(a-1) < 0$

$\frac{+}{-} \quad \frac{+}{-}$

1 3

Ответ: при $a \in (1; 3)$ уравнение не имеет решений

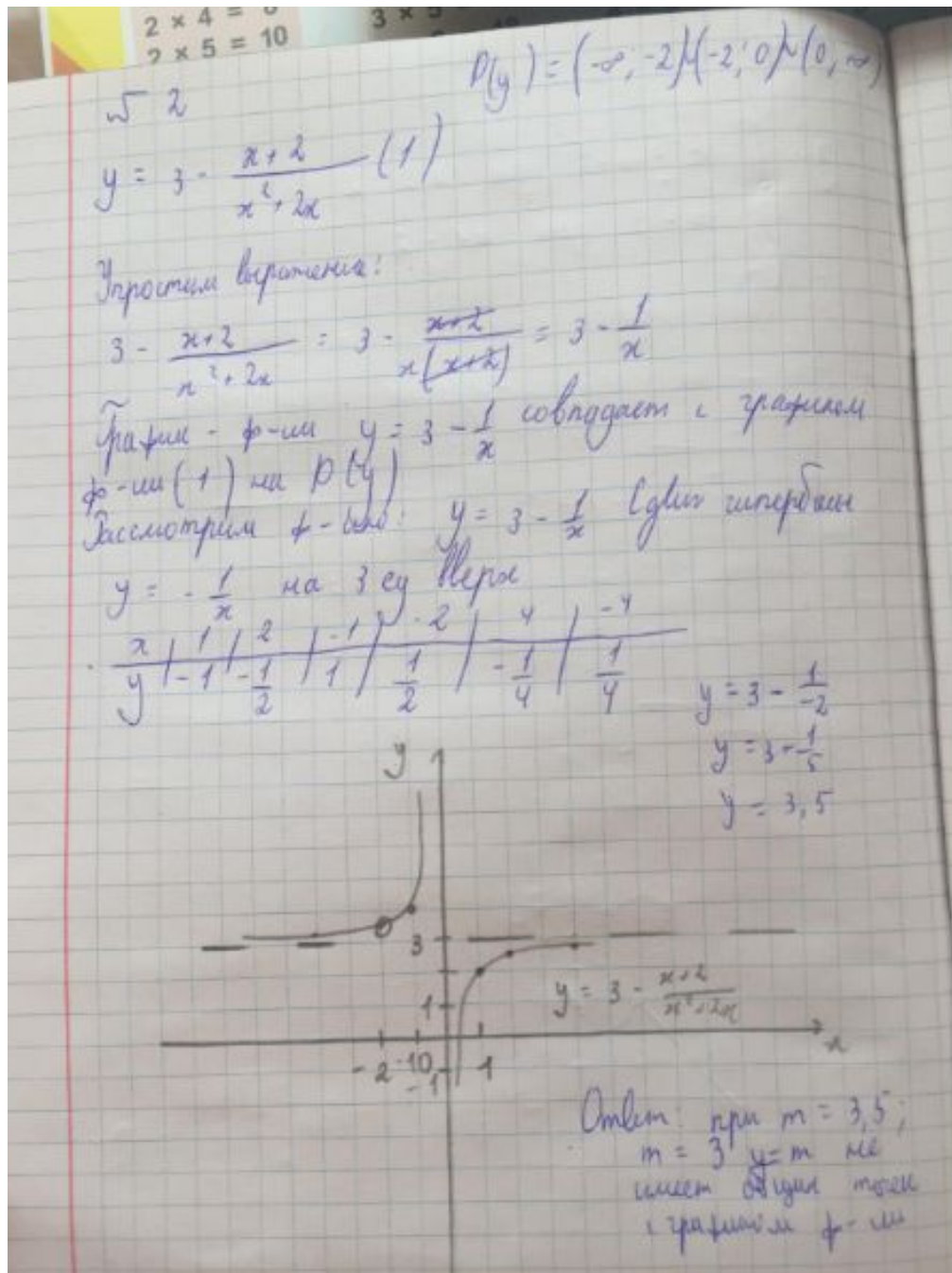
5. $y = \frac{1-2x}{2x^2-x}$

$y = 1-2x$, ур. прам., лнн. ф.

$x(1/2)$
 $y(-1/-3)$

$2x^2 - x \neq 0$
 $x(2x-1) \neq 0$
 $x \neq 0$
 $\frac{1}{2}x \neq \frac{1}{2}$

Ответ: $y = kx$ и будет иметь 1 общую точку с граф. при $k \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; +\infty)$.



Постройте график функции

$$y = 3 - \frac{x+2}{x^2+2x}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

53

$$D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; 9) \cup (9; \infty)$$

$$y = \frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27} \quad (1)$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$D = 36 + 108 = 144 = 12^2$$

$$x_1 = \frac{6+12}{2} = 9$$

$$x_2 = \frac{6-12}{2} = -3$$

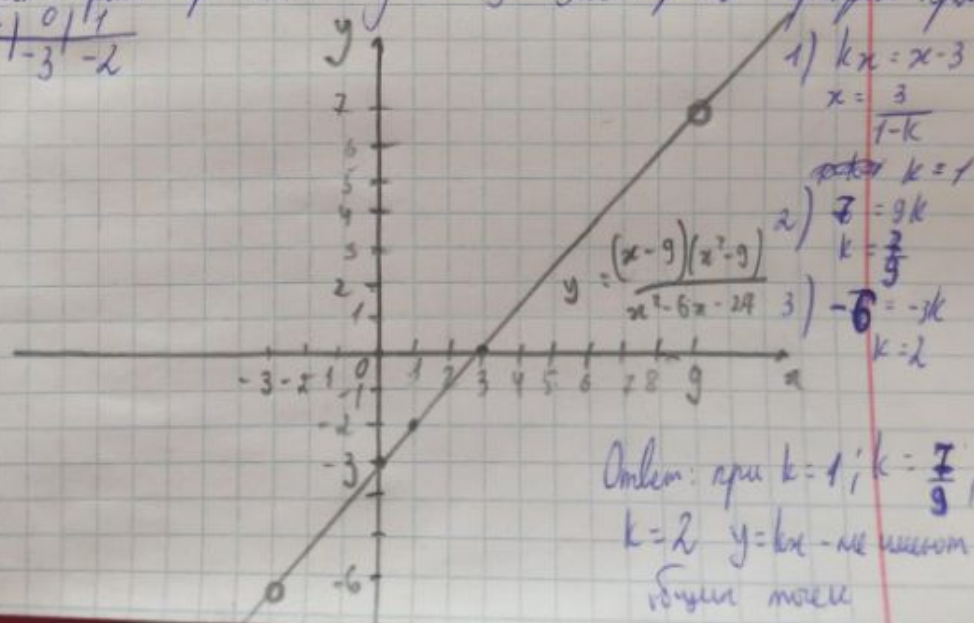
Упростим выражение: $\frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27} = \frac{(x-9)(x-3)(x+3)}{(x-9)(x+3)} =$

$$= x-3$$

График f -ии $y = x-3$ совпадает с графиком f -ии (1) на $D(y)$

Рассмотрим f -ию: $y = x-3$ Лич. f -ии - графики-касательные

$$\begin{array}{l} x | 0 | 1 \\ y | -3 | -2 \end{array}$$



Постройте график функции $y = \frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27}$ и определите, при каких значениях k построенный график не будет иметь общих точек с прямой $y = kx$.

5 ч

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a}, \text{ см. мо,}$$

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 16a+4b+c=6 \\ c=-2 \end{cases} \begin{cases} a+b+c=3 \\ b=6-c-16a \\ c=-2 \end{cases} \begin{cases} a+2-4a-2=3 \\ b=2-4a \\ c=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3a-3=0 \\ b=2-4a \\ c=-2 \end{cases} \begin{cases} a=-1 \\ b=6 \\ c=-2 \end{cases}$$

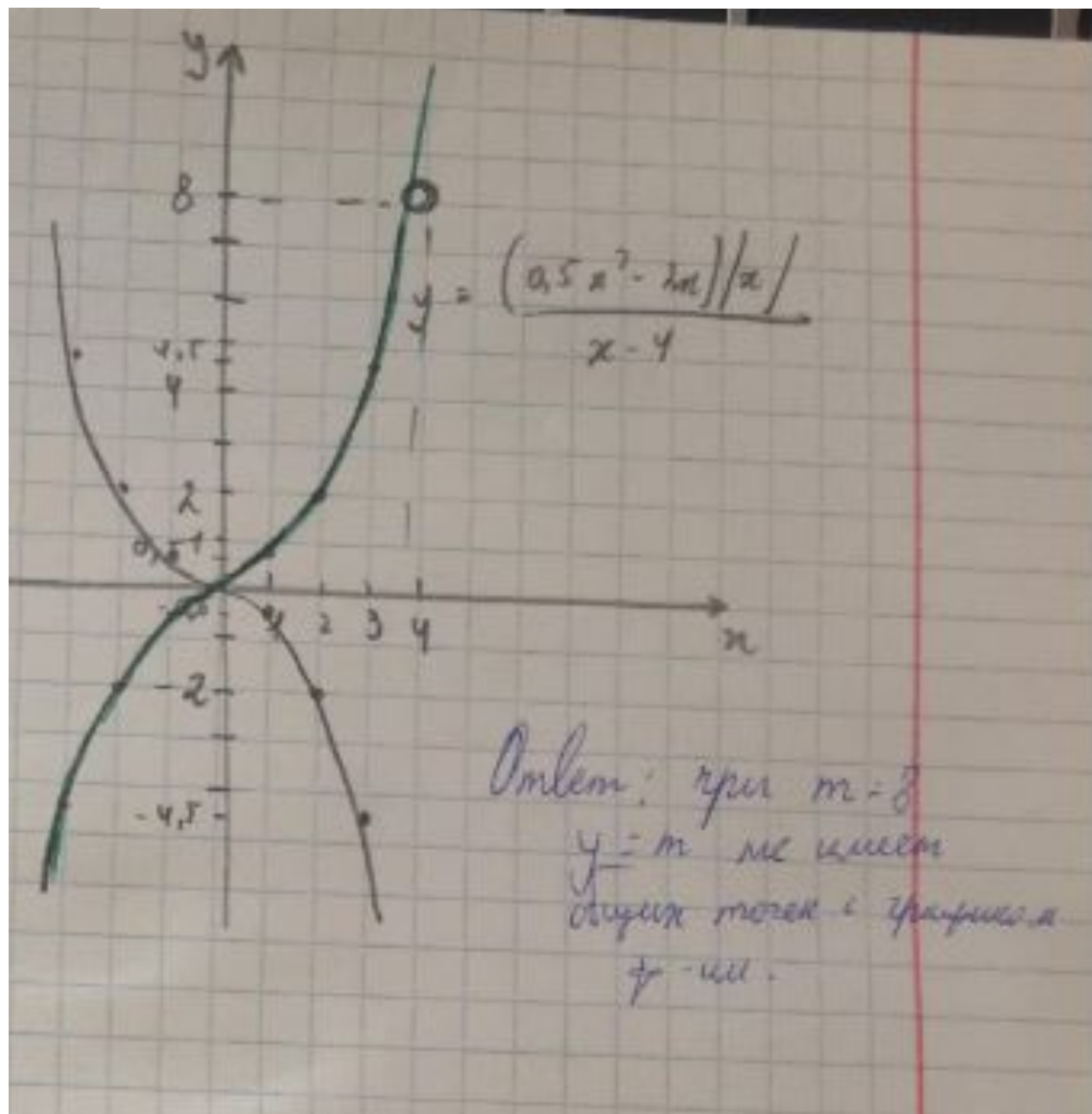
вершина: $x_0 = \frac{6}{2} = 3$

$$y_0 = -9 + 6 \cdot 3 - 2 = 7$$

Ответ: $(3; 7)$

Парабола проходит через точки $K(0; -2)$, $L(4; 6)$, $M(1; 3)$. Найдите координаты её вершины.

Постройте график функции $y = \frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x-4}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.



$\sqrt{5}$ $b(y) = (-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$

$$y = \frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x-4} \quad (1)$$

Упростим выражение: $\frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x-4} =$

$$= \frac{0,5x(x-4)|x|}{x-4} = 0,5x|x|$$

График ф-ии: $y = 0,5x|x|$ совпадает с графиком ф-ии (1) на $D(y)$

Рассмотрим ф-ию: $y = 0,5x|x|$

$$y = \begin{cases} 0,5x^2 & \text{при } x \geq 0 \\ -0,5x^2 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

I Рассмотрим ф-ию: $y = 0,5x^2$
 Рл ф-ии, график - парабола, ветки вверх

$x_0 = 0$	x	1	2	3
$y_0 = 0$	y	0,5	2	4,5

II Рассмотрим ф-ию: $y = -0,5x^2$
 Рл ф-ии, график - парабола, ветки вниз

$x_0 = 0$	x	1	2	3
$y_0 = 0$	y	-0,5	-2	-4,5

$$ax^2 + bx + c = y$$

$$a \neq 0$$

кв. ф-я, у-е — парабела

$$\left. \begin{array}{l} K(0; 5) \\ L(4; -3) \\ M(-1; 2) \end{array} \right\} \in y$$

$$1) a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 5$$

$$c = 5$$

$$2) 16a + 4b + 5 = -3 \quad a = \frac{-x - y}{16}$$

$$3) a + 2b + 5 = 2$$

$$2b + 5 + \frac{-2 - b}{4} = 2$$

$$\frac{8b + 20 - 2 - b}{4} = 2$$

$$\frac{7b + 18}{4} = 2$$

$$b = -\frac{10}{7} \quad a = \frac{-2 - b}{4} = -\frac{1}{7}$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{\frac{10}{7}}{-\frac{2}{7}} = -5$$

Парабола проходить через точки $K(0; 5)$, $L(4; -3)$, $M(-1; 2)$. Найдите координаты её вершины.

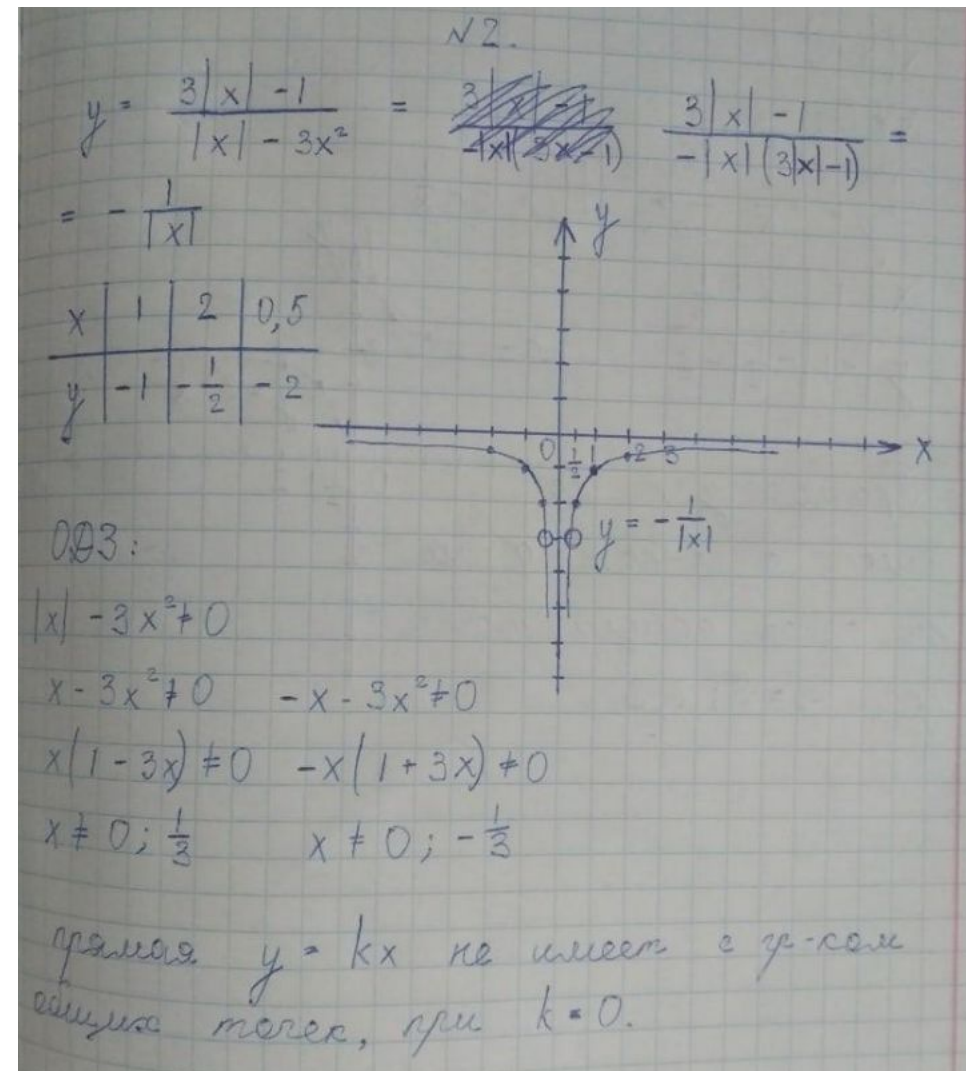
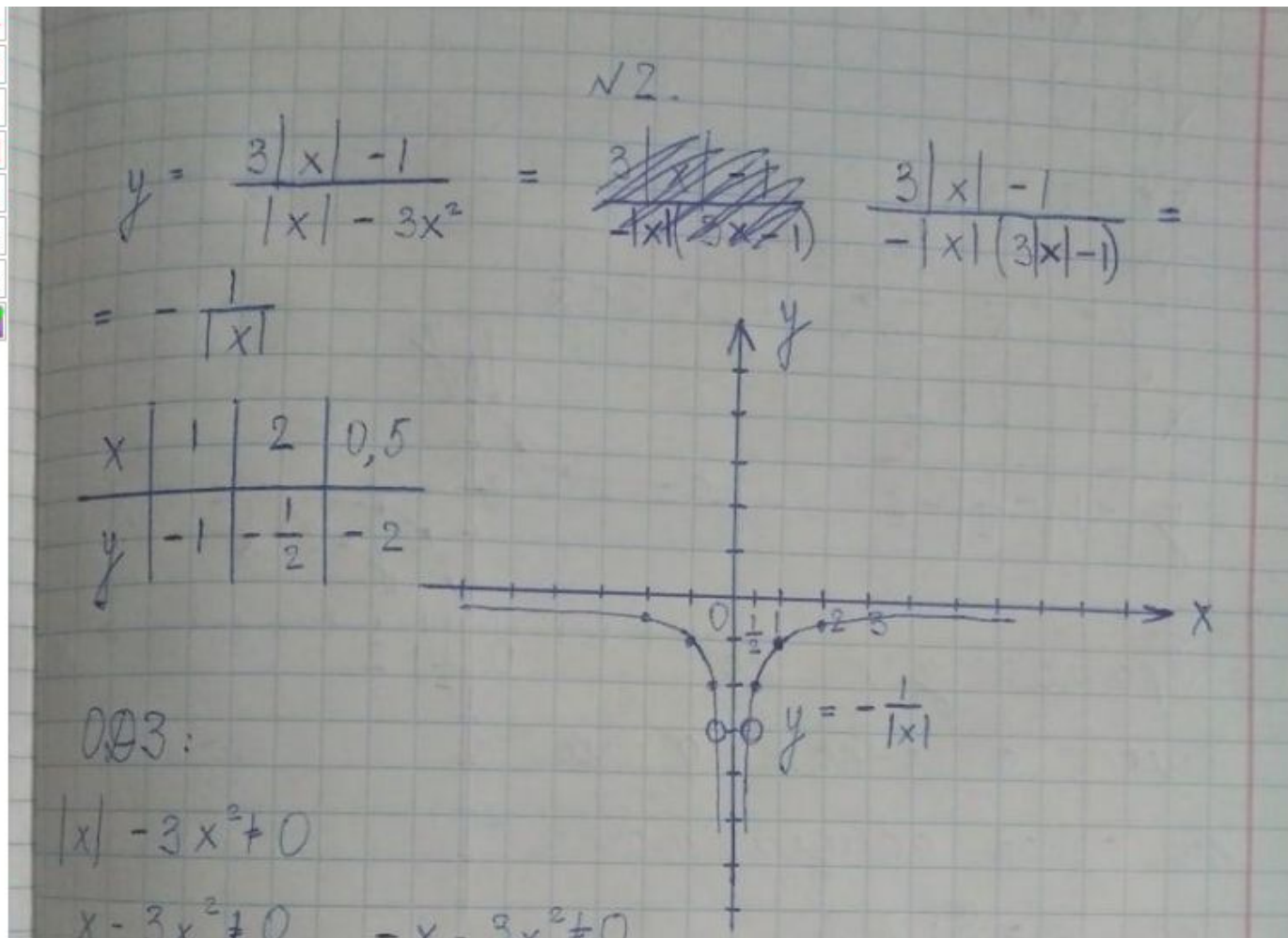
$$y = -\frac{1}{7}x^2 - 1\frac{3}{7}x + 5$$

$$y_0 = -\frac{25}{7} + \frac{50}{7} + 5 = 8\frac{4}{7}$$

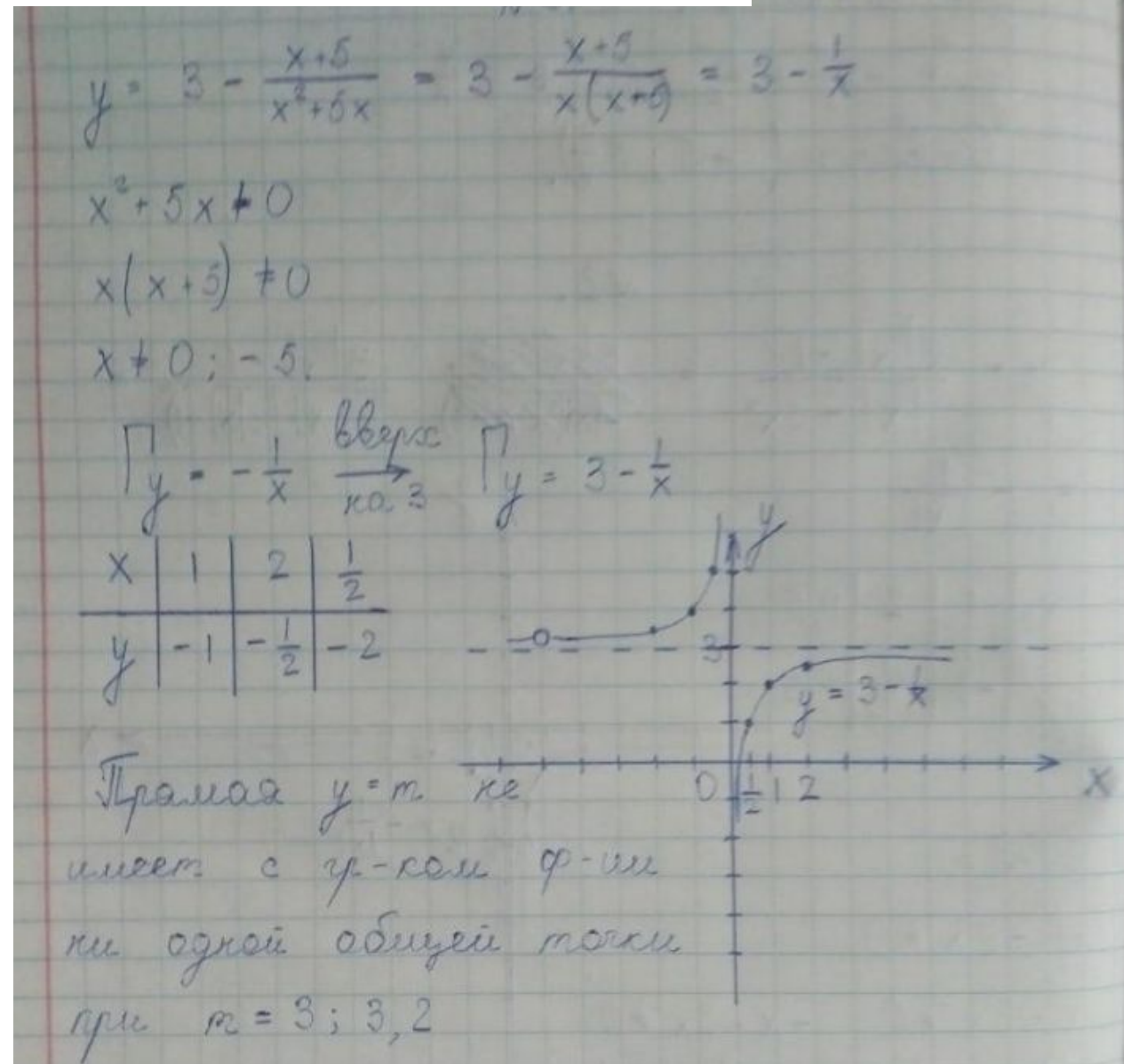
$$\text{Ответ: } (-5; 8\frac{4}{7}).$$

$$y = \frac{3|x| - 1}{|x| - 3x^2}$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

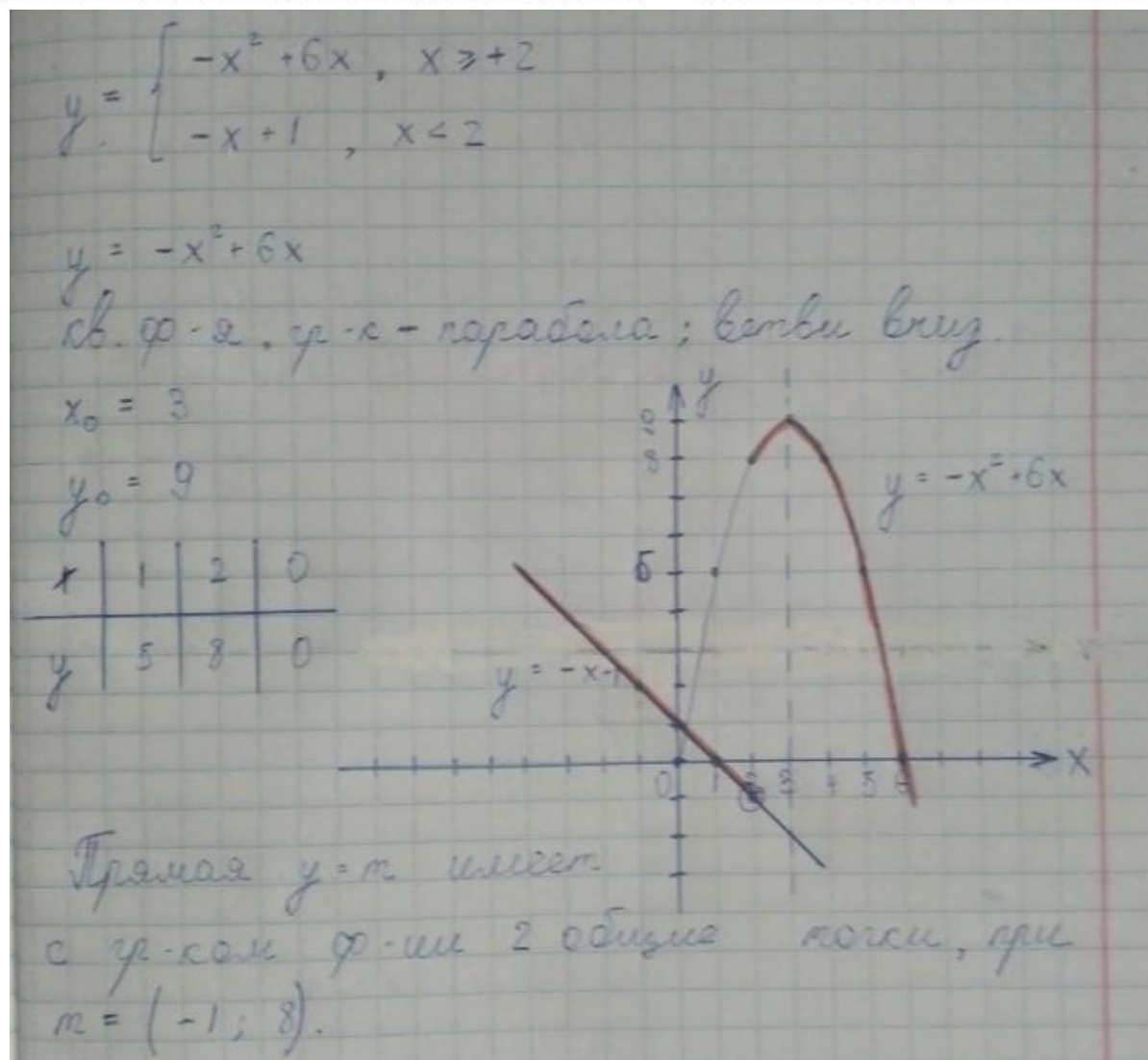


Постройте график функции $y = 3 - \frac{x+5}{x^2+5x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.



$$\begin{cases} -x^2 + 6x - 9 & \text{при } x \geq 2, \\ -x + 1 & \text{при } x < 2. \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

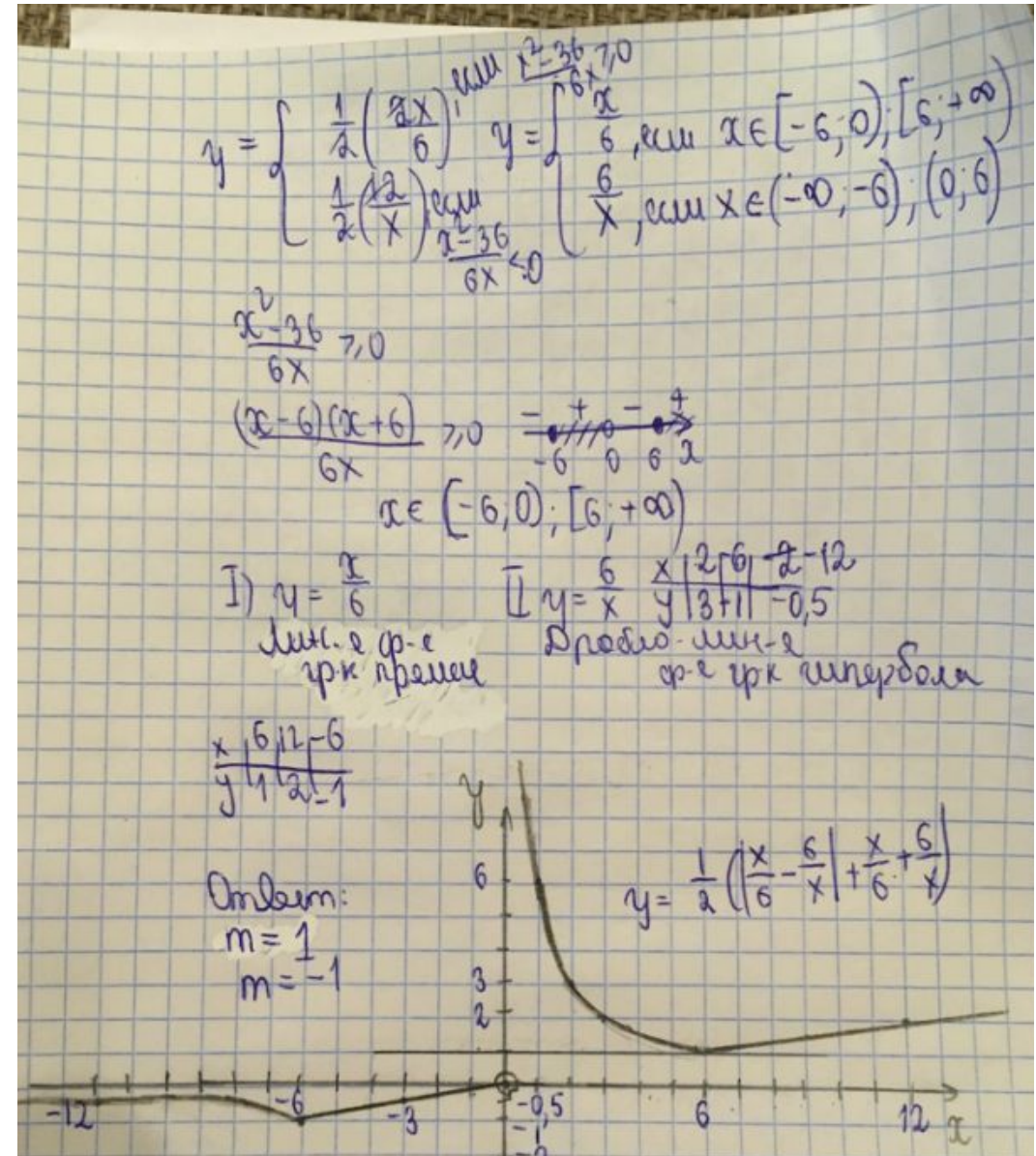
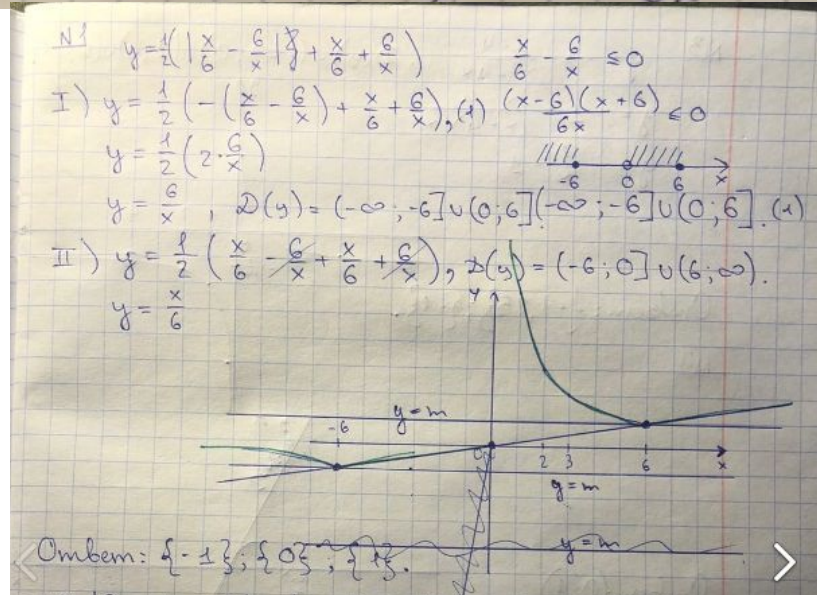


Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{6} - \frac{6}{x} \right| + \frac{x}{6} + \frac{6}{x} \right)$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

№2) $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{6} - \frac{6}{x} \right| + \frac{x}{6} + \frac{6}{x} \right)$

$$\frac{x^2 - 6(6 - \frac{x^2}{6x})}{6x} \geq 0 \quad \frac{x^2 - 36}{6x} < 0$$

$$y = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{x}{6} - \frac{6}{x} + \frac{6x}{6} + \frac{6}{x} \right), & \text{если } \frac{x^2 - 36}{6x} \geq 0 \\ \frac{1}{2} \left(-\frac{x}{6} + \frac{6}{x} + \frac{x}{6} + \frac{6}{x} \right), & \text{если } \frac{x^2 - 36}{6x} < 0 \end{cases}$$

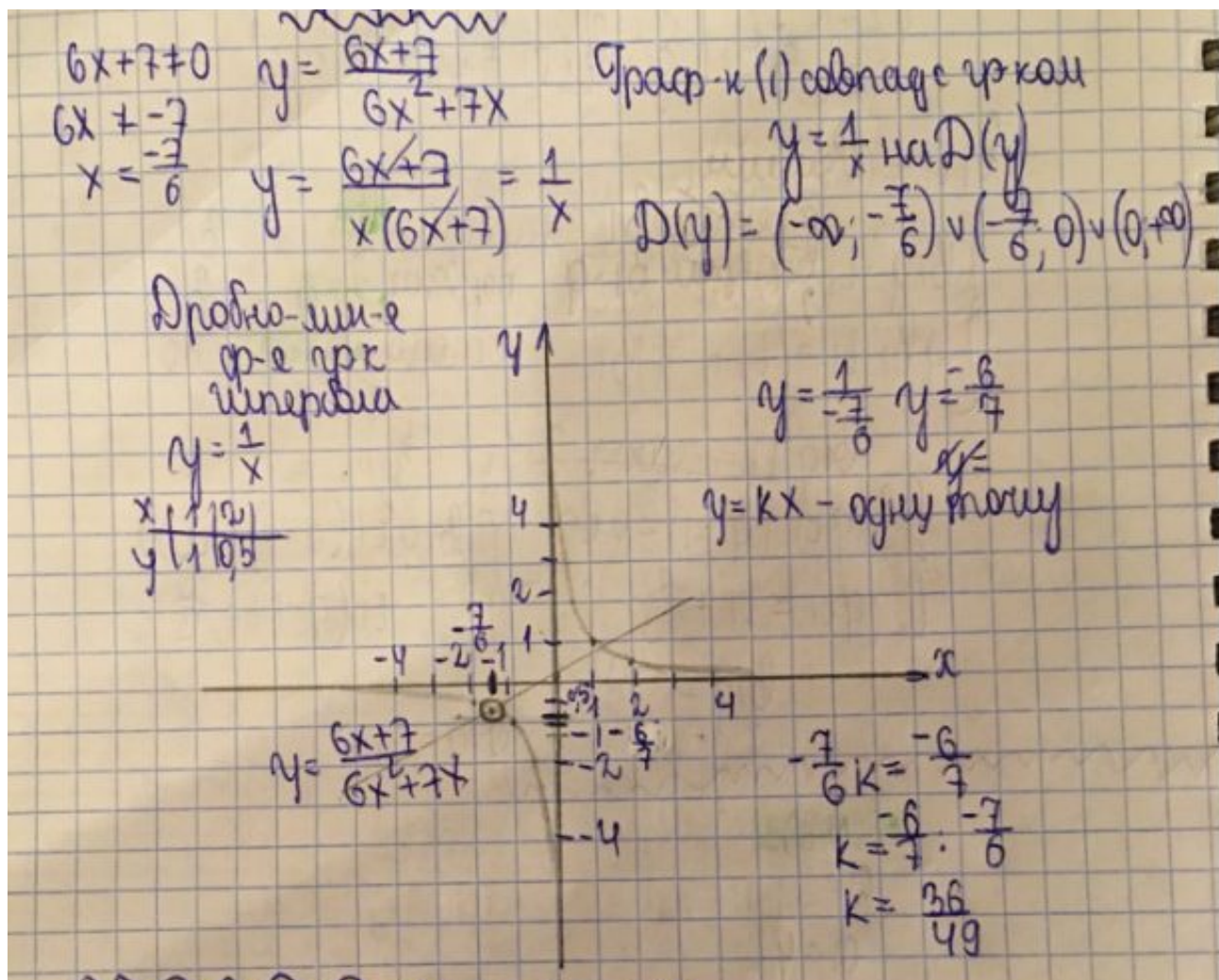


Первая прямая проходит через точки $(0; 4,5)$ и $(3; 6)$. Вторая прямая проходит через точки $(1; 2)$ и $(-4; 7)$. Найдите координаты общей точки этих двух прямых.

$$\begin{array}{l}
 \text{N1) } (0; 4,5) \text{ и } (3; 6) \quad (1; 2) \text{ и } (-4; 7) \\
 y = kx + b \quad y = kx + b \\
 \left\{ \begin{array}{l} 4,5 = 4,5 = k \cdot 0 + b \\ b = 4,5 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 = k + b \\ 7 = -4k + b \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} -5 = 5k \\ k = -1 \end{array} \\
 y = 0,5x + 4,5 \quad b = 3k + 4,5 \\
 1,5 = 3k \\
 0,5 = k \\
 \left\{ \begin{array}{l} k = -1 \\ b = 2 - k \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} k = -1 \\ b = 3 \end{array} \right. \\
 \Rightarrow y = -x + 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 0,5x + 4,5 = -x + 3 \\
 0,5x + x = 3 - 4,5 \\
 1,5x = -1,5 \\
 x = -1 \\
 \text{Общая точка } (-1; 5) \\
 \left\{ \begin{array}{l} x = -1 \\ y = 0,5x + 4,5 \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} x = -1 \\ y = 5 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Постройте график функции $y = \frac{6x+7}{6x^2+7x}$. Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.



Постройте график функции $y = x + 5|x| - x^2$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

№4) $y = x + 5|x| - x^2$

$$y = \begin{cases} x + 5x - x^2, & \text{если } x \geq 0 \quad \text{I)} \\ x - 5x - x^2, & \text{если } x < 0 \quad \text{II)} \end{cases}$$

I) $y = -x^2 + 6x$ II) $y = -x^2 - 4x$

кв-е др-е - прк *кв-е др-е прк*

парабола *парабола*

верши *верши*

$x_0 = -\frac{b}{2a}$ $x_0 = -\frac{4}{-2} = -2$

$x_0 = 3$ $x_0 = -2$

$x_0 = -\frac{6}{-2} = 3$ $x_0 = -2$

$y_0 = -9 + 18 = 9$ $y_0 = -4 + 8 = 4$

$\frac{x \ 14 \ 11}{y \ 8 \ 5}$ $\frac{x \ 6 \ 4 \ 1 \ 1}{y \ 12 \ 0 \ 3}$

Ответ: $c = 4, c = 0$

№3) р? $y = -2x + p$ $y = x^2 + 2x$

$-2x + p = x^2 + 2x$ $D = 0$ т.к. одна точка

$x^2 + 2x + 2x - p = 0$

$x^2 + 4x - p = 0$ $D = 16 + 4p$

$16 + 4p = 0$

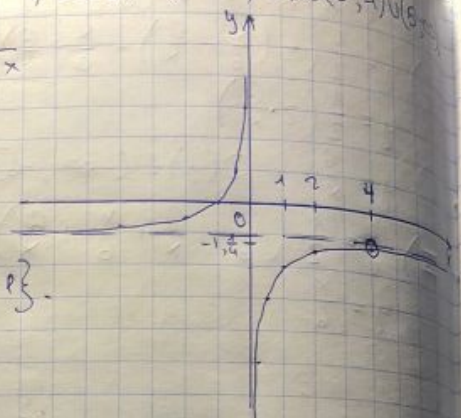
$4 \cdot 4p = -16$ $p = -4$

Ответ: -4

N3 $y = -1 - \frac{x-4}{x^2-4x}$, $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; 4) \cup (4; \infty)$

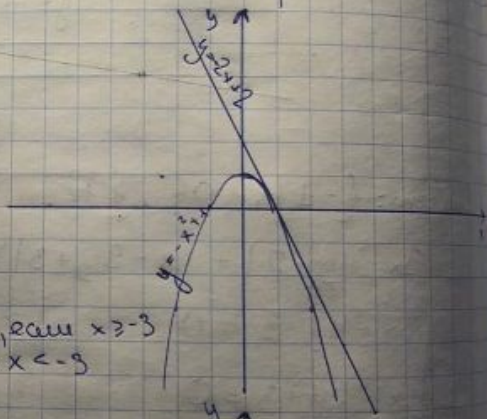
$y = -1 - \frac{x-4}{(x-4)x}$

$y = -\frac{1}{x} - 1$



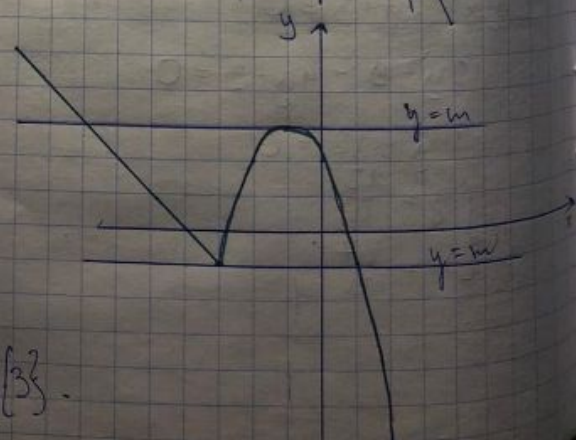
Jawab: $\{-1, 25\}; \{1/4\}$.

N4



Jawab: $(0; 1)$.

N5 $y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 2, & \text{cara } x \geq -3 \\ -x - 4, & \text{cara } x < -3 \end{cases}$



Jawab: $\{-1\}; \{3\}$.

N2 $|3x - 4y - 2| + |x - 5y + 3|$

$$\begin{cases} 3x - 4y - 3 = 0 \\ x - 5y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$15y - 9 - 4y - 3 = 0$$

$$11y - 12 = 0$$

$$\begin{cases} y = \frac{12}{11} \\ x = \frac{27}{11} \end{cases}$$

B 23.

$$N 210 \quad x^4 = (x-56)^2$$

$$x^2 = |x-56|$$

$$\begin{cases} x = 7 \\ x = -8 \end{cases}$$

Jawab: -8, 7.

$x = -12$ - no sign, no equality.

Jawab: 12 km/u.

$$N 22 \quad y = ||x+1| - 2|$$

$$I) \quad x \leq -3$$

$$II) \quad -3 \leq x < -1$$

$$y = -(-x-1-2)$$

$$y = -x-3$$

$$y = -(-x-1-2)$$

$$y = x+3$$

$$III) \quad -1 \leq x < 1$$

$$y = -(x+1-2)$$

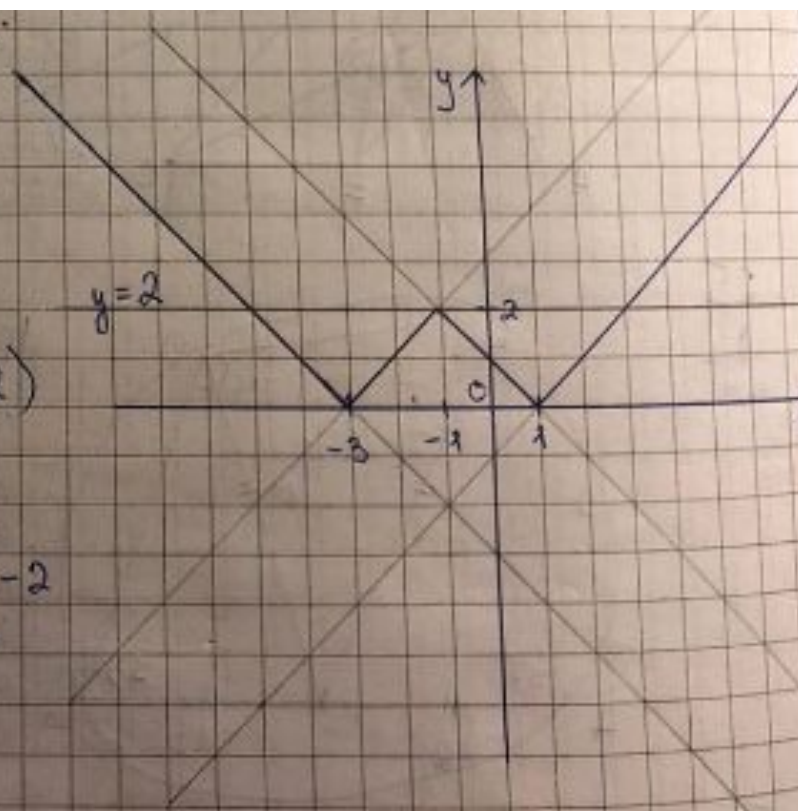
$$y = -x+1$$

$$IV) \quad 1 \leq x$$

$$y = x+1-2$$

$$y = x-1$$

Jawab: $m = 2$.



№21 Пусть x км/ч - V лодки в стоячей воде, тогда $(x-4)$ км/ч - V против течения, а $(x+4)$ км/ч - V по течению реки.

Зная, что весь путь 24 км, а t пр. теч на 4 часа дольше, чем по теч., составим уравнение:

$$\frac{24}{x+4} + 1,5 = \frac{24}{x-4}$$

$$\begin{cases} \text{ОДЗ} \\ x \neq -4 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$$\frac{24x - 96 + 1,5x^2 - 24x - 96}{x^2 - 16} = 0$$

$$1,5x^2 - 216 = 0$$

$$1,5(x^2 - 144) = 0$$

$$1,5(x-12)(x+12) = 0$$

$$\begin{cases} x = 12 \\ x = -12 - \text{не подх. по смыслу.} \end{cases}$$

Ответ: 12 км/ч.

y↑

B 38.

$$N20 \quad (x^2 - 81)^2 + (x^2 - 6x - 27)^2 = 0$$

$$((x-9)(x+9))^2 + ((x-9)(x+3))^2 = 0$$

$$(x-9)^2 ((x+9)^2 + (x+3)^2) = 0$$

$$x=9 \quad \text{oder} \quad x^2 + 18x + 81 + x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$2x^2 + 24x + 90 = 0$$

$$2(x^2 + 12x + 45) = 0$$

$$x \in \mathbb{R}$$

Antwort: 9.

№21 Пусть x - концентрация конечного раствора.

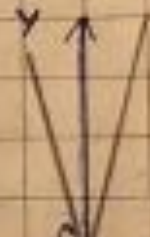
Зная, что объемы изначальных растворов равны, возьмем их за 1, а объем конечной жидкости за 2, составим уравнение:

$$0,09 \cdot 1 + 0,19 \cdot 1 = 2x$$

$$0,27 = 2x$$

$$x = 0,14$$

Ответ: 14%.



$$0,27 = 2x$$

$$x = 0,14$$

Ответ: 14%

№22 $y = -x^2 - 4$
 кв. ф-я $y = kx^2 + b$ - парабола.

темпы роста

x	0	-1	1	-2	2
y	-4	-5	-5	-8	-8

$$x_0 = 0$$

$$y_0 = -4$$

$$y = -4x$$

x	0	-1	2
---	---	----	---

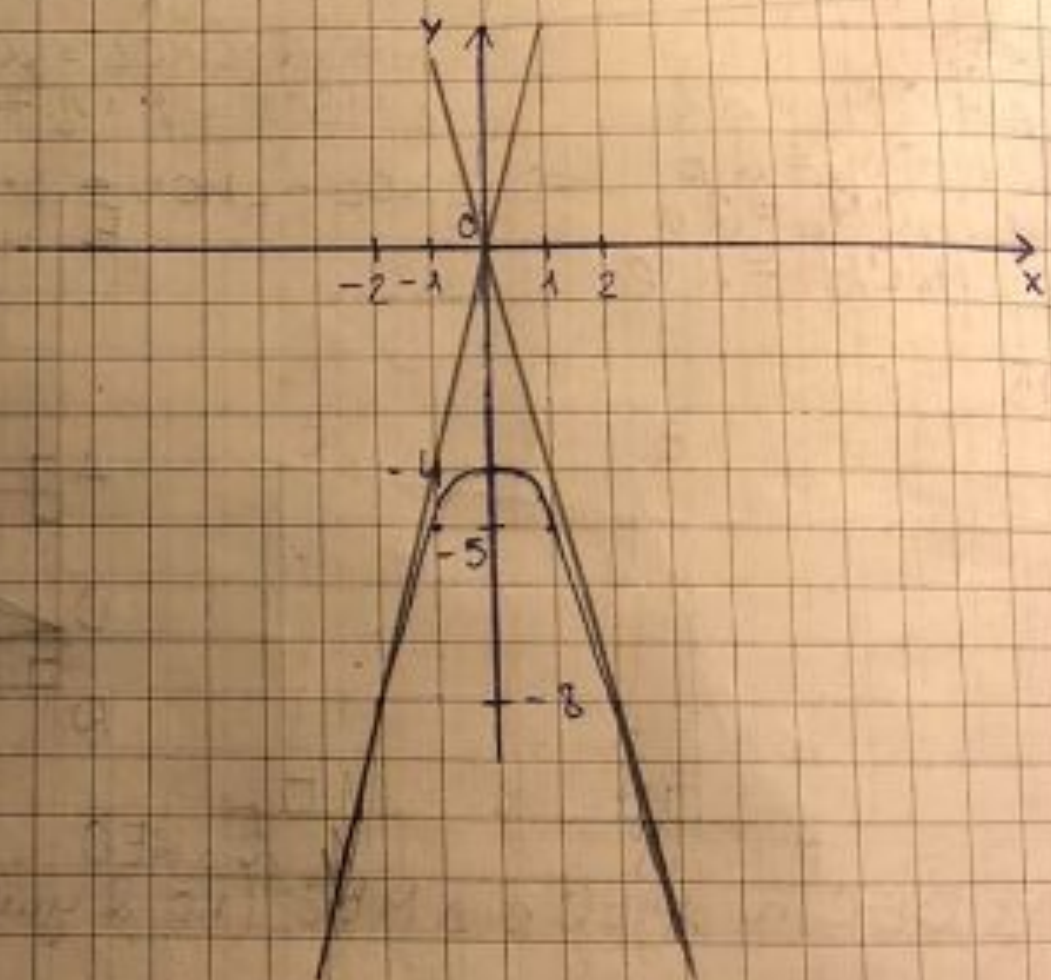
y	0	-4	-8
---	---	----	----

$$y = -4x$$

x	0	1	2
---	---	---	---

y	0	-4	-8
---	---	----	----

Ответ: -4; 4



№20 $x^3 - 7x^2 - x + 7 = 0$

$x^2(x-7) - (x-7) = 0$

$(x^2-1)(x-7) = 0$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 7 \end{cases}$$

№21 Пусть вся работа = 8. Производительности - Д, П, У, составим систему уравнений:

$$\begin{cases} Д + П = \frac{1}{9} & (1) \\ У + П = \frac{1}{12} & (2) \\ У + Д = \frac{1}{18} & (3) \end{cases}$$

$2П + 2Д + 2У = \frac{9}{36} \quad | : 2$

$П + Д + У = \frac{1}{8}$ - их суммарная произв.

Ответ: за 8 часов.

№22 $y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & \text{если } x \geq -2 \\ -\frac{4}{x}, & \text{если } x < -2 \end{cases} \quad y = m$

$y = x^2 + 4x + 4$ кв. ф-я, в-к-нар. б-б.

$x_0 = -2$

$y_0 = 0$

$x \quad -2 \quad -1 \quad 0$

$y \quad 0 \quad 1 \quad 4$

$y = -\frac{4}{x}$ обратная ф-я, в-к-нар.

$x \quad -8 \quad -4 \quad -2$

$y \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad 2$

Ответ: $[0; \infty) = m$.

