

# ***Логарифмические уравнения***

Домашнее задание  
№№213-216, 224-226

$$N213 \quad x = a^3 b^3$$

$$\log x = 3 \log a + 3 \log b$$

$$N214 \quad x = \frac{5a^3 c^2}{b^4}$$

$$\log x = \log 5 + 3 \log a + 2 \log c - 4 \log b$$

$$N 215 \quad x = \frac{2a^2(a+b)}{3b^3}$$

$$\log x = \log 2 + 2 \log a + \log(a+b) - \log 3 - 3 \log b$$

$$N 216 \quad x = 7a^3b \sqrt[3]{c}$$

$$\log x = \log 7 + 3 \log a + \log b + \frac{1}{3} \log c$$

$$\begin{aligned} \sqrt[2]{2}^4 \log x &= 3 \log a - 2 \log b + \log(a+c) = \\ &= \log a^3 - \log b^2 + \log(a+c) = \\ &= \log \frac{a^3(a+c)}{b^2} \Rightarrow x = \frac{a^3(a+c)}{b^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{N225 } \log x &= 2 \log 2 + \log(a+b) + \log(a-b) \\ &= \log 4 + \log(a+b) + \log(a-b) = \\ &= \log 4(a+b)(a-b) \Rightarrow x = 4(a+b)(a-b) \end{aligned}$$

$$\text{N226 } \log x = \frac{\log m + \log n}{5} = \frac{\log mn}{5}$$

$$x = \sqrt[5]{m \cdot n}$$

Логарифмическим уравнением называется уравнение, в котором неизвестное находится под знаком логарифма.

Такие уравнения решаются с помощью определения логарифма, теорем о логарифмах и утверждения, что если положительные числа равны, то равны и их логарифмы при данном основании и, наоборот, если равны логарифмы чисел при данном основании, то равны и соответствующие им числа.

При этом необходимо учитывать, что при любом  $a$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) логарифмы отрицательных чисел и нуля не существуют.

$$\log_3(12x+4) - \log_3(x-7) = \log_3 9.$$

Решение. Запишем данное уравнение в виде

$$\log_3 \frac{12x+4}{x-7} = \log_3 9.$$

Так как равны логарифмы и их основания, то равны и логарифмируемые числа:

$$\frac{12x+4}{x-7} = 9.$$

Полагая  $x-7 \neq 0$ , приведем дробь к общему знаменателю и решим полученное уравнение:

$$12x+4 = 9x-63; \quad 3x = -67; \quad x = -22\frac{1}{3}.$$

Подставив значение  $x = -22\frac{1}{3}$  в уравнение, видим, что при этом значении  $x$  выражения  $12x+4$  и  $x-7$  отрицательны. Так как логарифмы отрицательных чисел не существуют, то  $x = -22\frac{1}{3}$  — посторонний корень, а само уравнение не имеет решений.



$$230. \lg(x-1) + \lg(x+1) = \lg 2.$$

Решение. Имеем

$$\lg((x-1)(x+1)) = \lg 2,$$

откуда

$$(x-1)(x+1) = 2; \quad x^2 - 1 = 2; \quad x^2 = 3; \quad x_1 = \sqrt{3}; \quad x_2 = -\sqrt{3}.$$

Корень  $x_2$  является посторонним, поскольку при  $x_2 = -\sqrt{3}$  имеем  $-\sqrt{3}-1 < 0$  и  $-\sqrt{3}+1 < 0$  и, следовательно, логарифмы этих выражений не существуют. Итак, получаем ответ:  $x = \sqrt{3}$ .

# Рассмотрим ещё один тип логарифмических уравнений

$$\frac{1}{12} \lg^2 x = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \lg x.$$

Решение. Это — логарифмическое уравнение, приводимое к квадратному. Полагая  $\lg x = z$ , получим уравнение

$$\frac{1}{12} z^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} z \quad \text{или} \quad z^2 + 3z - 4 = 0.$$

Здесь  $a=1$ ,  $b=3$ ,  $c=-4$ ,  $D=b^2-4ac=9-4 \cdot 1 \cdot (-4)=9+16=25$ ;

$\sqrt{D}=5$ . Используя формулу  $z = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ , находим  $z_1 = \frac{-3-5}{2} =$

$$= -4, \quad z_2 = \frac{-3+5}{2} = 1.$$

Так как  $\lg x = z$ , то  $\lg x = -4$  или  $\lg x = 1$ . Следовательно,  $x_1 = 10^{-4} = 0,0001$ ,  $x_2 = 10$ .

# Домашнее задание:

учебник А.Г.Мордкович «Алгебра и начала  
математического анализа 10-11».

стр 256, § 43 - Свойства логарифмов

стр 262, §44- Логарифмические уравнения

98. 1)  $\lg(x+4) - \lg(x-3) = \lg 8;$

2)  $\lg(x+2) - \lg 5 = \lg(x-6);$

3)  $\lg(x-2) + \lg x = \lg 8;$

99. 1)  $\lg^2 x + \lg x^2 = \lg^2 2 - 1;$       2)  $\log_2^2 x - 6 \log_2 x = -8;$