SIŁA I RUCH

Przyczyny występowania przyspieszenia

Zmiana wartości lub kierunku prędkości (przyspieszenie) nie następuje samorzutnie. Oddziaływanie, które może nadać ciału przyspieszenie nazywamy **siłą**.

Przykłady:

- zatrzymywanie swobodnie toczącej się kulki po stole (siła tarcia)
- człowiek skaczący z samolotu z dużej wysokości po pewnym czasie lotu, leci ze stałą prędkością (siła oporu powietrza)
- samochód jadący w zakręcie zmienia wektor prędkości (siła dośrodkowa)

Związek pomiędzy siłą a przyspieszeniem podał Izaak Newton (1642-1727), a analiza opisanej przez Niego zależności nosi nazwę **mechaniki klasycznej**.

Mechanika klasyczna poprawnie **opisuje zjawiska** zachodzące w przyrodzie **w których prędkości** oddziałujących ciał **są dużo mniejsze od prędkości światła** (czyli praktycznie wszystkie otaczające nas zjawiska).

Dla **prędkości zbliżonych do prędkości światła** należy zastosować szczególną **teorię względności Einsteina**.

Pojmowanie ruchu przed Newtonem

Sądzono, że:

- spoczynek (bezruch) jest stanem naturalnym ciała
- utrzymanie ciała w ruchu ze stałą prędkością wymaga działania jakiejś siły
- kiedy siła ustanie, ciało zatrzyma się „w sposób naturalny”

Pogląd ten wyglądał całkiem rozsądnie bo np. metalowy klocek sunący „sam” po podłodze w końcu się zatrzyma. Aby utrzymać go w ruchu, należy go cały czas pchać (potrzebna jest siła).

Rozumowanie to jest rozsądne dopóki nie umieścimy klocka na lodzie lub na poduszce powietrznej, ponieważ w przypadku coraz gładszej powierzchni klocek będzie przebywał coraz większą drogę aż do zatrzymania.
W skrajnym przypadku nie zatrzyma się wcale.

Wniosek ?!?

Pierwsza zasada dynamiki Newtona

Jeżeli na ciało nie działa żadna siła, lub działające siły równoważą się to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.

Druga zasada dynamiki Newtona

Jeżeli na ciało działa stała, niezrównoważona siła (wypadkowa sił) to ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$[F] = kg\frac{m}{s^2}$$

Taka sama siła działająca na dwa ciała o różnych masach powoduje ich różne przyspieszenia

Co to właściwie jest masa?

„Masa jest cechą, która wiąże siłę przyłożoną do ciała z uzyskiwanym przez nie wówczas przyspieszeniem.”
Masa - jest „miarą bezwładności ciała”

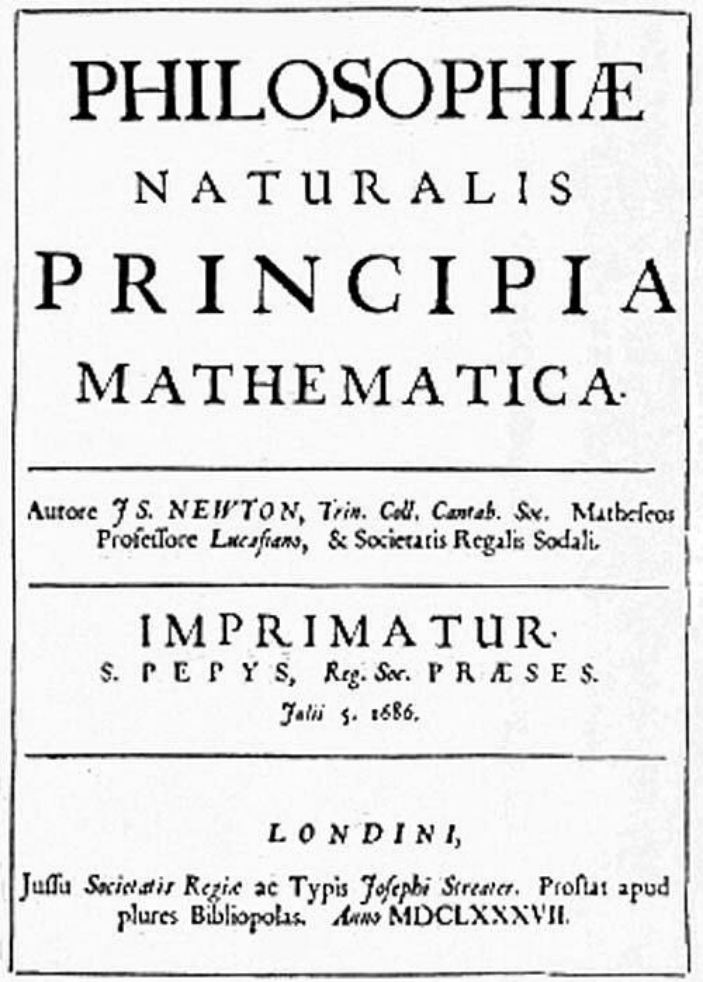
Trzecia zasada dynamiki Newtona

Jeśli ciało A działa na ciało B siłą $\boldsymbol{F}$, to ciało B działa na ciało A siłą o takiej samej wartości i kierunku, lecz o przeciwnym zwrocie.

Kiedy dwa ciała oddziałują ze sobą, siły jakimi działają na siebie mają taką samą wartość, ten sam kierunek i przeciwne zwroty.

Zasady dynamiki Newtona

opublikowane pierwszy raz w „***Philosophiae Naturalis Principia Mathematica***” 1687



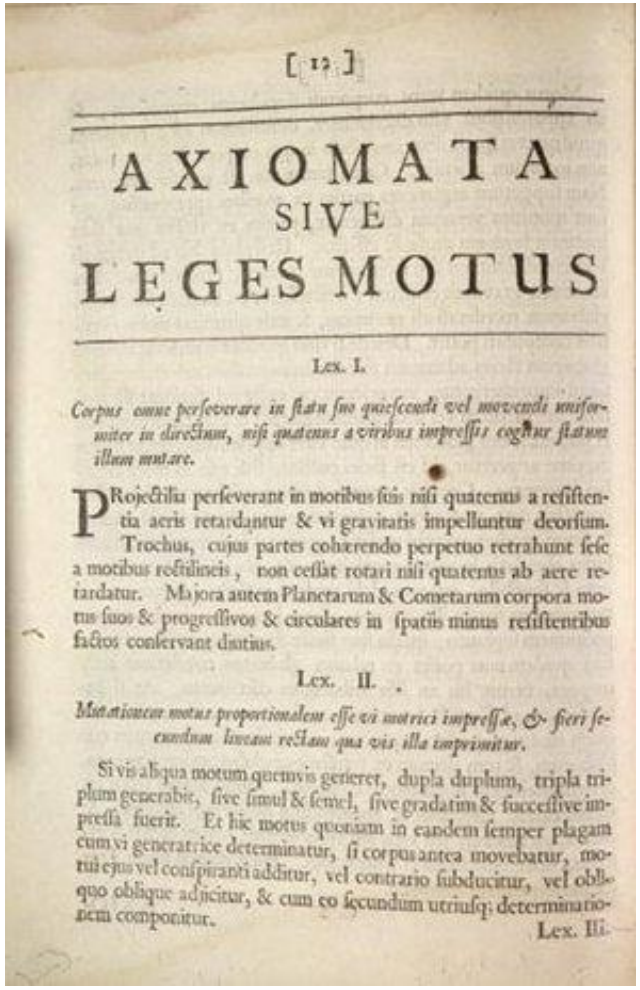
PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore J S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

Strona tytułowa dzieła



[12]

AXIOMATA
SIVE
LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

PRojectilia perseverant in motibus suis nisi quatenus a resistentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorsum. Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt sese a motibus rectilineis, non cessat rotari nisi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus suos & progressivos & circulares in spatiis minus resistentibus factos conservant diutius.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

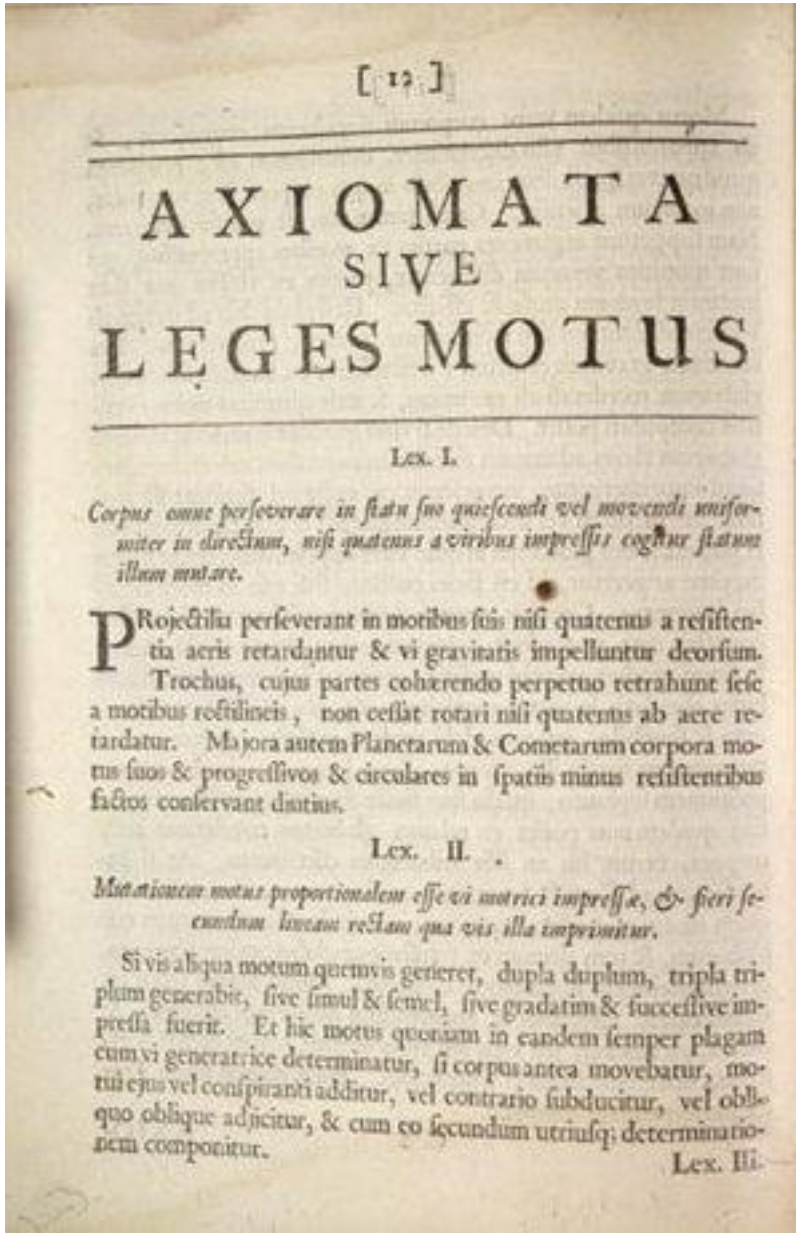
Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit, sive simul & semel, sive gradatim & successive impressa fuerit. Et hic motus quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur, si corpus antea movebatur, motui ejus vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo secundum utriusq; determinationem componitur.

Lex. III.

Strona z wypisanymi zasadami dynamiki

Zasady dynamiki Newtona

opublikowane pierwszy raz w „***Philosophiae Naturalis Principia Mathematica***” 1687



[12]

AXIOMATA
SIVE
LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

PRojectilia perseverant in motibus suis nisi quatenus a resistentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorsum. Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt sese a motibus rectilineis, non cessat rotari nisi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus suos & progressivos & circulares in spatiis minus resistentibus factos conservant diutius.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit, sive simul & semel, sive gradatim & successive impressa fuerit. Et hic motus quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur, si corpus antea movebatur, motui ejus vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo secundum utriusq; determinationem componitur.

Lex. III.

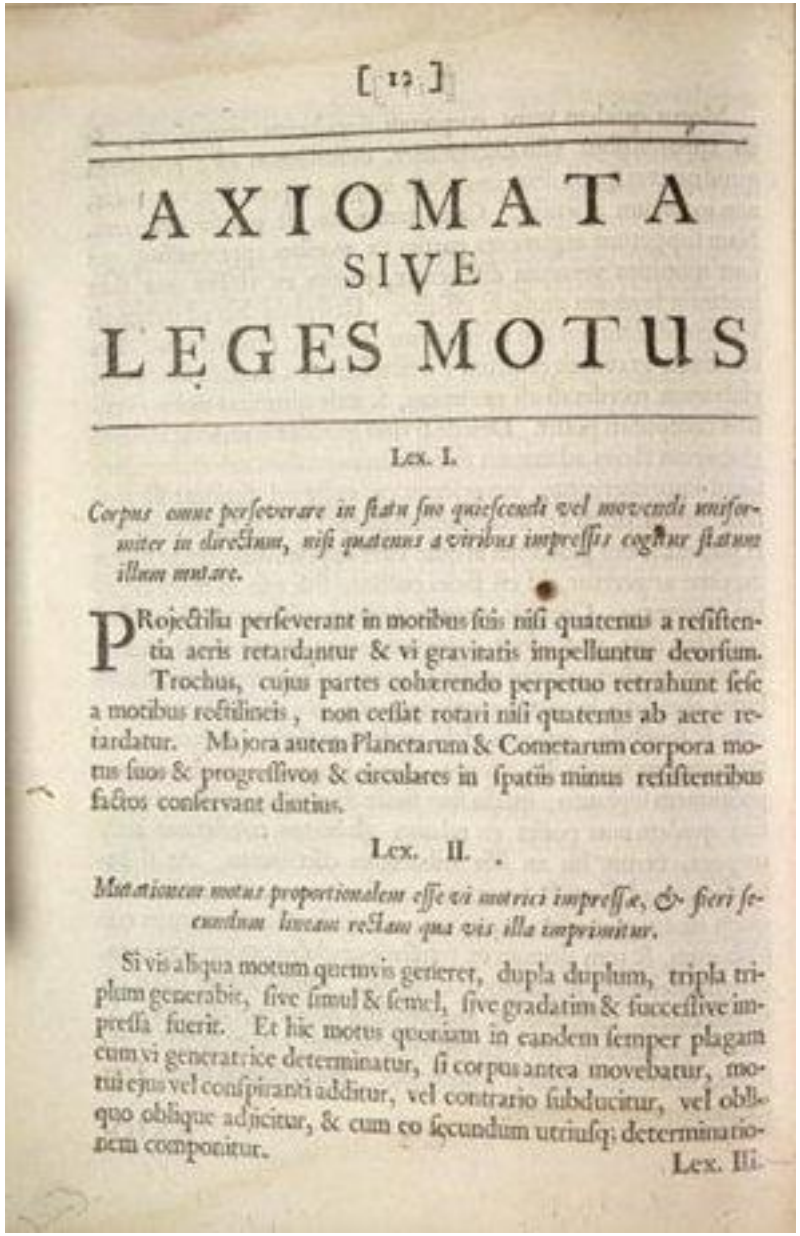
Lex. I. Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare

Lex II. Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Lex III. Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem; sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.

Zasady dynamiki Newtona

opublikowane pierwszy raz w „***Philosophiae Naturalis Principia Mathematica***” 1687



[12]

AXIOMATA
SIVE
LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perſeverare in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, niſi quatenus a viribus impreſſis cogitur ſtatum illum mutare.

PRojectilia perſeverant in motibus ſuis niſi quatenus a reſiſtentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorſum. Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt ſeſe a motibus rectilineis, non ceſſat rotari niſi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus ſuos & progreſſivos & circulares in ſpatiis minus reſiſtentibus factos conſervant diutius.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem eſſe vi motrici impreſſæ, & fieri ſecundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit, ſive ſimul & ſemel, ſive gradatim & ſucceſſive impreſſa fuerit. Et hic motus quoniam in eandem ſemper plagam cum vi generatrice determinatur, ſi corpus antea movebatur, motui ejus vel conſpiranti additur, vel contrario ſubducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo ſecundum utriuſq; determinationem componitur.

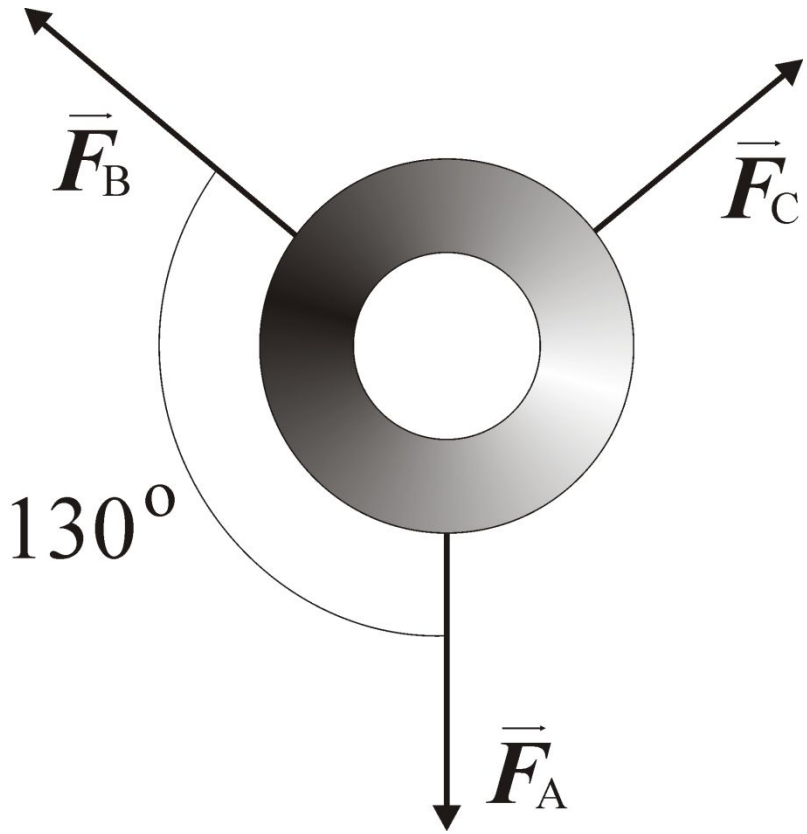
Lex. III.

I. Każde ciało trwa w swym stanie spoczynku lub ruchu prostoliniowego jednostajnego, jeżeli siły przyłożone nie zmuszą ciała do zmiany tego stanu.

II. Zmiana ruchu jest proporcjonalna do przyłożonej siły poruszającej i odbywa się w kierunku prostej, wzdłuż której siła jest przyłożona.

III. Względem każdego działania istnieje przeciwdziałanie zwrócone przeciwnie i równe, to jest, wzajemne działania dwóch ciał są zawsze równe i zwrócone przeciwnie.

Siły wypadkowa - przykład

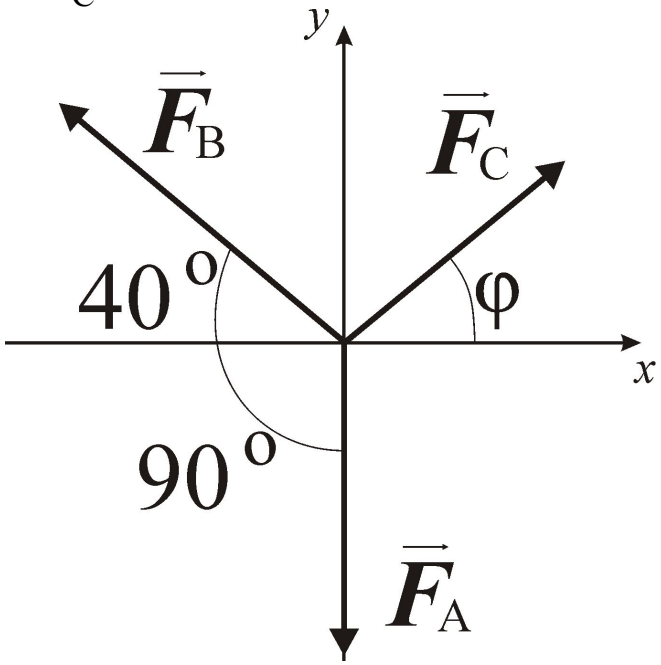


Trzech chłopców ciągnie oponę, każdy w swoją stronę. Mimo tego opona pozostaje nieruchoma. Chłopiec B ciągnie ją z siłą 220 N, chłopiec C z siłą170 N. Kierunek siły F_C nie jest znany. Jaka jest wartość siły F_A?

Siła wypadkowa - przykład

Dane:
$F_B = 220$ N
$F_C = 170$ N

Szukane:
$F_A = ?$
$\phi = ?$



Opona pozostaje w bez ruchu więc suma wszystkich sił jest równa zero:

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C = 0$$

rozpatrując składowe *x*-owe wektorów sił mamy:

$$F_A = F_B$$

$$F_C \cos 40° = F_B \cos\phi$$

$$\phi = \arccos\left(\frac{F_C}{F_B}\cos 40°\right)$$

rozpatrując składowe *x*-owe wektorów sił mamy:

$$F_A = F_y = F_C + F_B$$

$$F_y = F_C \sin(40°) + F_B \sin\phi$$

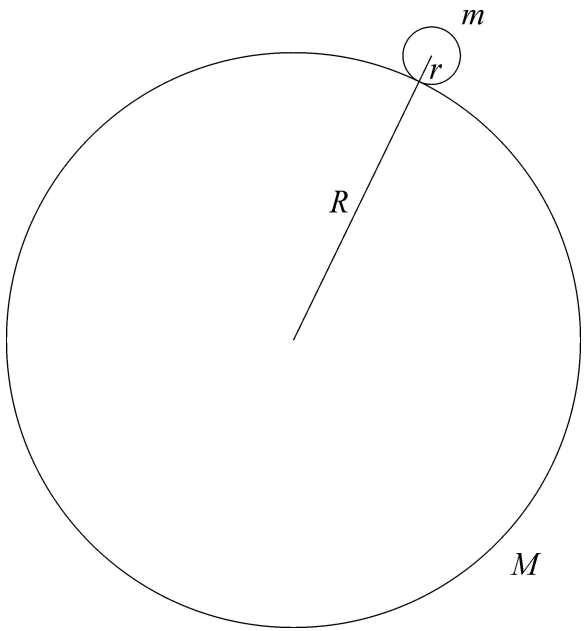
po podstawieniu podanych w zadaniu wartości otrzymamy:

$$\phi = 7{,}54°$$

$$F_A = 163{,}7 \text{ N}$$

Siła ciężkości i ciężar

Siła ciężkości to siła z jaką jedno ciało jest przyciągane przez drugie ciało (Ziemię).



$$G = 6{,}67384(80) \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2}$$

$$M = 5{,}9736 \cdot 10^{24}\ kg \approx 6 \cdot 10^{24}\ kg$$

$$R = 6378{,}41\ km \approx 6{,}4 \cdot 10^{6}\ m$$

Dla obiektów sferycznych siłę ciężkości definiuje się:

$$F_g = G \frac{M m}{R + r^2}$$

jednak jak łatwo zauważyć: $r \ll R$

więc wzór przyjmuje postać: $F_g = G \frac{M m}{R^2}$

Symbole G, M, R to odpowiednio: stała grawitacji, masa Ziemi oraz średni promień Ziemi. Podstawiając za nie odpowiednie wartości otrzymamy wartość średniego przyspieszenia grawitacyjnego:

$$G \frac{M}{R^2} = g \approx 9{,}81 \frac{m}{s^2}$$

co ostatecznie daje: $\boxed{F_g = mg}$

Siła ciężkości i ciężar

Ciężar to siła która przeciwdziała sile ciężkości i zapobiega spadkowi ciała. Jest jej równa co do wartości, ale do niej przeciwnie skierowana.

Ciężar to wielkość siły, a nie masy!!!

Ciężar odważnika posiadającego masę 10 kg to:
98,1 Niutonów
a nie 10 kilogramów!!!

Siła ciężkości i ciężar

Z jaką siła będą się przyciągały dwie ołowiane kule o masach równych m = 100 kg, a z jaką siłą każda z nich będzie przyciągana przez Ziemię?

Gęstość ołowiu wynosi: $\rho = 11340 \frac{kg}{m^3}$

więc promień ołowianej kuli o masie 100 kg to: $r = 0{,}13\ m$

stała grawitacji: $G = 6{,}67384(80) \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2}$

zatem po podstawieniu do wzoru: $F_{grav} = G \frac{m^2}{r^2} = 2 \cdot 10^{-5}\ N$

Natomiast siła przyciągania każdej z kul przez Ziemię (ciężar) wynosi:

$$F_{grav} = mg = 100 \cdot 9{,}81 = 981\ N$$

Siła tarcia (Tarcie)

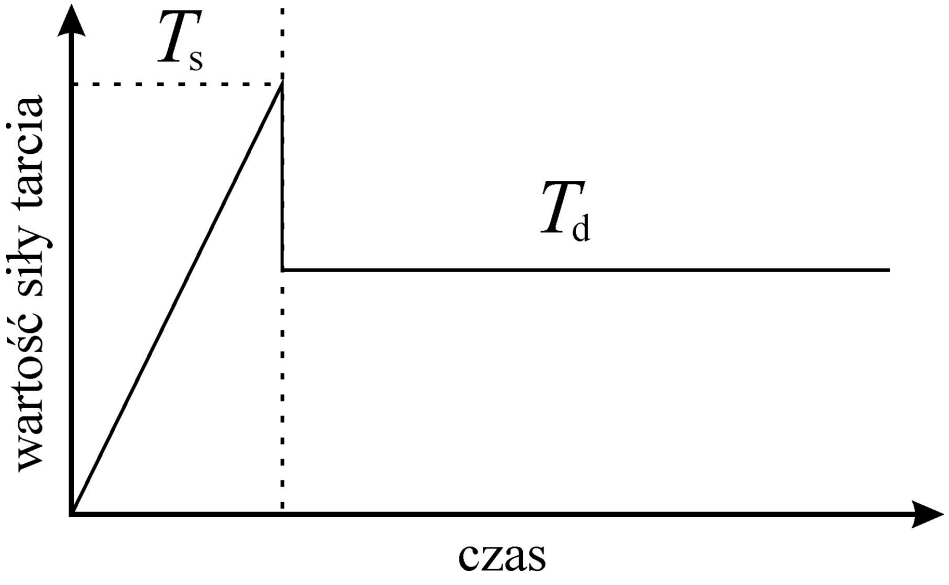
Podczas próby wprawienia ciała w ruch ślizgowy, bądź podczas takiego ruchu ruchowi temu przeciwdziała oddziaływanie między ciałem a powierzchnią. Siła ta jest skierowana wzdłuż powierzchni, lecz przeciwnie do kierunku ruchu.

Tarcie statyczne

$T_s = \mu_s N$

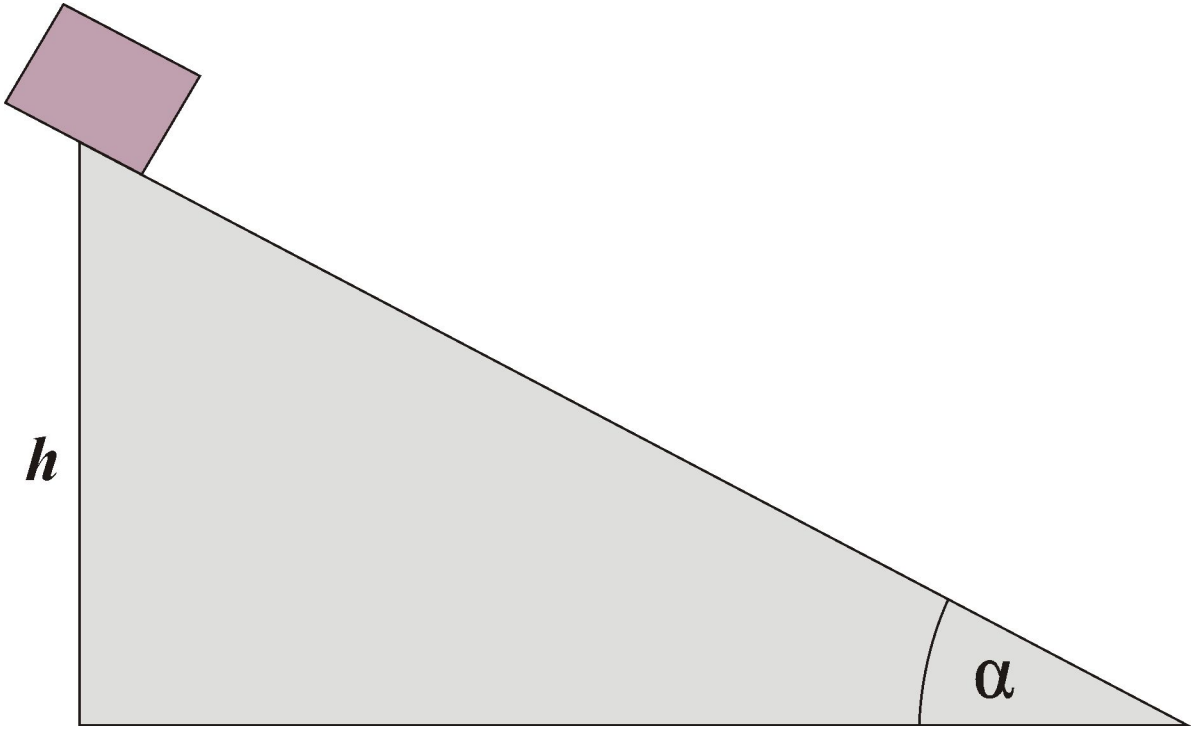
Tarcie dynamiczne (kinetyczne)

$T_d = \mu_d N$



Równia pochyła - przykład

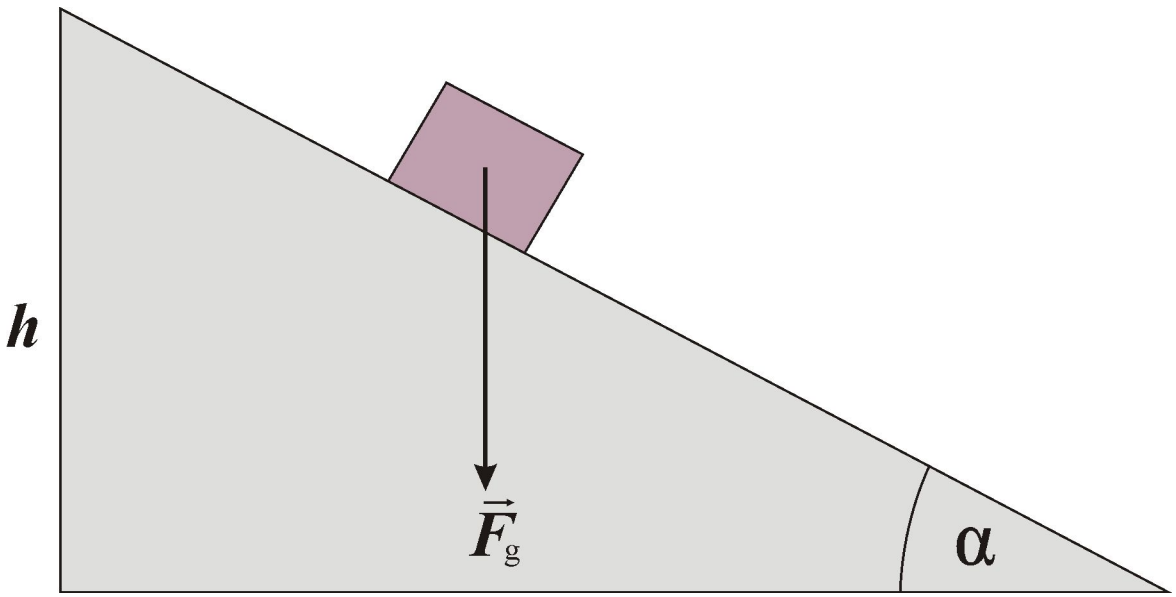
Ciało zostało położone ($V_0 = 0$) na szczycie równi pochyłej i ześlizguje się po jej powierzchni nachylonej do podłoża pod kątem α. Wysokość równi wynosi h, a siła tarcia T. Obliczyć po jakim czasie to ciało zsunie się z równi (t = ?) i jaka będzie jego prędkość końcowa V ?



Równia pochyła - przykład

Dane:
α, h, T, $V_0 = 0$

Szukane:
$t = ?$
$V = ?$

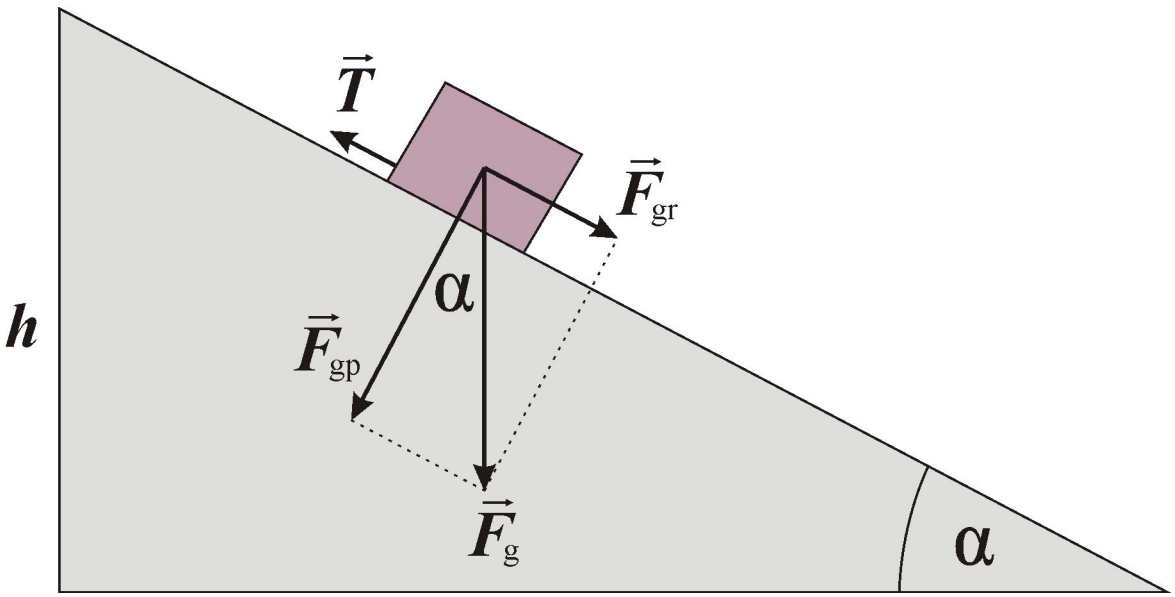


$\vec{F}_g = m\vec{g}$

Równia pochyła - przykład

Dane:
α, h, T, $V_0 = 0$

Szukane:
$t = ?$
$V = ?$



[illegible] = [illegible]

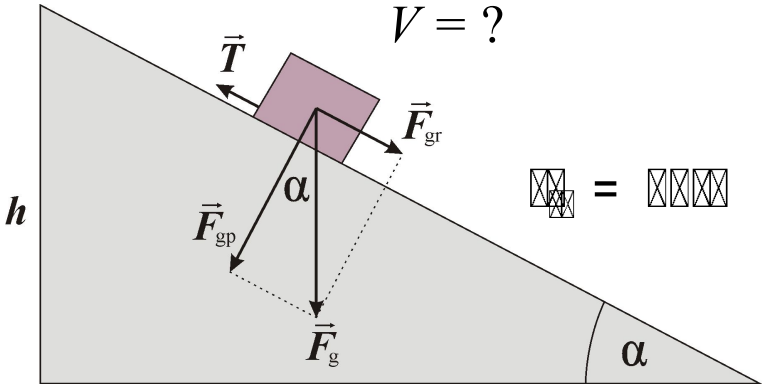
Dane:

$\alpha, h, T, V_0 = 0$

Szukane:

$t = ?$

$V = ?$



$$F_{gr} = F_{gp}$$

siła „zsuwająca” ciało z równi:

$$F_{gr} = F_g \sin\alpha = mg\sin\alpha$$

siła nacisku ciała na równię:

$$F_{gp} = F_g \cos\alpha = mg\cos\alpha$$

siła tarcia ciała o równię:

$$F_T = \mu F_{gp} = \mu mg\cos\alpha$$

przyspieszenie zsuwającego się ciała:

$$F = ma \qquad a = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{F_{gr} - F_T}{m} = \frac{mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha}{m}$$

$$a = \frac{F_{gr} - F_T}{m} = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

czas trwania rozpatrywanego ruchu:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \frac{h}{s} = \sin\alpha$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 \qquad s = \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \qquad t = \sqrt{\frac{2h}{a\sin\alpha}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\sin\alpha}}$$

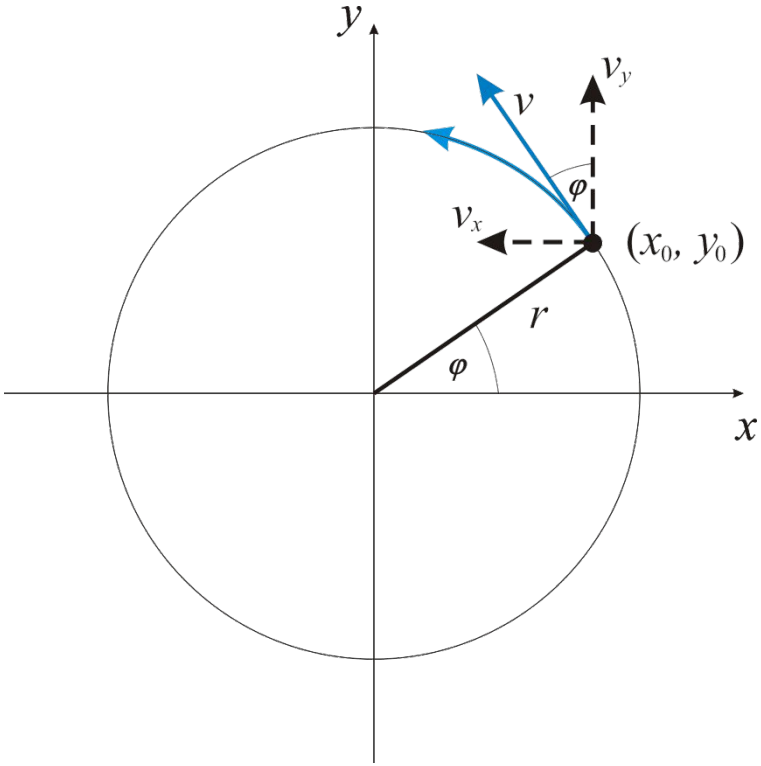
prędkość końcowa ciała:

$$v = v_0 + at$$

$$v = at \qquad v = \sqrt{\frac{2h}{\sin\alpha}} \qquad v = \sqrt{\frac{2h\,a}{\sin\alpha}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2h\,g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\sin\alpha}}$$

Ruch jednostajny po okręgu – przyspieszenie dośrodkowe (siła dośrodkowa)



$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

$$\vec{v} = -v \sin\varphi \, \vec{i} + (v \cos\varphi) \, \vec{j}$$

$$\sin\varphi = \frac{y_0}{r} \qquad \cos\varphi = \frac{x_0}{r}$$

$$\vec{v} = -\frac{v y_0}{r} \vec{i} + \frac{v x_0}{r} \vec{j}$$

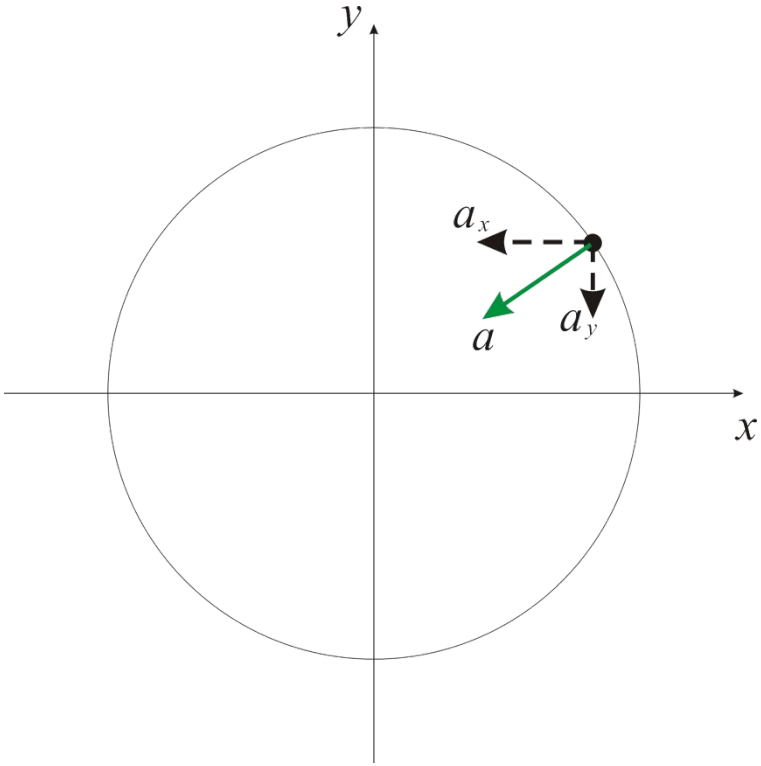
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{v}{r}\frac{dy_0}{dt} \vec{i} + \frac{v}{r}\frac{dx_0}{dt} \vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{v}{r} v_y \vec{i} + \frac{v}{r} v_x \vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{v^2}{r} \cos\varphi \, \vec{i} + -\frac{v^2}{r} \sin\varphi \, \vec{j}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\left(-\frac{v^2}{r}\cos\varphi\right)^2 + \left(-\frac{v^2}{r}\sin\varphi\right)^2}$$

Ruch jednostajny po okręgu – przyspieszenie dośrodkowe (siła dośrodkowa)



$$a = \sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}$$

$$a = \frac{v^2}{r}\sqrt{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}$$

Przyspieszenie dośrodkowe

$$a_{dośr} = \frac{v^2}{r}$$

$$F = ma = \frac{mv^2}{r}$$

Siła dośrodkowa

$$F_{dośr} = \frac{mv^2}{r}$$

Układy odniesienia inercjalne i nieinercjalne (siły bezwładności)

Inercjalny układ odniesienia to taki w którym spełnione są zasady dynamiki Newtona.

Siła bezwładności (siła pozorna):

- siła odśrodkowa,
- przyspieszanie (hamowanie) samochodu lub windy