



Системы счисления


Содержание

- Необыкновенная девочка
- Понятие и история развития систем счисления
- Позиционные и непозиционные системы счисления
- 2, система счисления
- Перевод чисел в 2 систему счисления
- Перевод чисел из 2 системы счисления в десятичную

Необыкновенная девочка

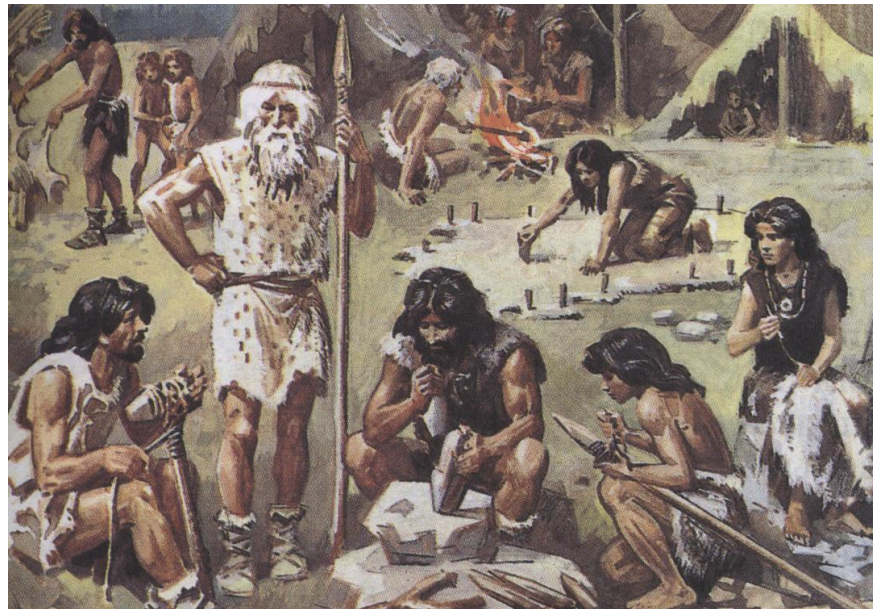
Ей было **1100** лет
Она в **101** класс ходила
В портфеле по **100** книг носила
Всё это правда,
А не бред
Когда пыля **10** ног,
Она бежала по дороге
За ней всегда бежал щенок
С **одним** хвостом
Зато **100** – ногий.
И **10** удивлённых глаз
Смотрели в этот мир привычно
Но станет всё совсем обычно
Когда поймете наш рассказ!



- 
- ***Система счисления*** — это определенные правила записи чисел и связанные с этими правилами способы выполнения вычислений.

История развития систем счисления

У первобытных народов не существовало развитой системы счисления. Ещё в 19 в. у многих племён Австралии и Полинезии было только два числительных: один и два; сочетания их образовывали числа: 3 — два-один, 4 — два-два, 5 — два-два-один и 6 — два-два-два. О всех числах, больших 6, говорили: “много”, не индивидуализируя их.



Египтяне впервые ввели десятичную систему счисления, правда без позиционного обозначения. В развитии математики в государствах ислама получила распространение **десятичная** позиционная система счисления с применением нуля, ведущая своё происхождение от индийской математики. Возникновение десятичной системы счисления связано со счётом на пальцах. Имелись системы счисления и с другим основанием: **5**, **12** (счёт дюжинами), **20** (следы такой системы сохранились во французском языке, например quatre-vingts, то есть буквально четыре-двадцать, означает 80, **40**, **60** и др.

Вавилонские математики широко пользовались созданной ещё шумерами шестидесятеричной позиционной системой счёта; на основе этой системы были составлены различные вычислительные таблицы: деления и умножения чисел, квадратов и кубов чисел и их корней (квадратных и кубических).



Далее...



Системы счисления анатомического происхождения

- **Единичная** Загнутый палец
- **Десятичная** Пальцы обеих рук
- **Пятеричная** Пальцы одной руки
- **Двенадцатеричная** Фаланги 4 пальцев
- **Двадцатеричная** Пальцы рук и ног

Алфавитные системы счисления

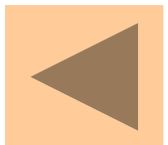
- **Славянская, Древнеармянская, Древнегрузинская, Древнегреческая (Ионическая)**

Прочие

- **Римская, Вавилонская**

«Машинные» системы счисления

- **Двоичная, Восьмеричная, Шестнадцатеричная**



Все системы счисления делятся на две группы

Непозиционные

Единичная

Алфавитные

Римская

Древнеегипетская

Позиционные

Десятичная

Двоичная

Восьмеричная

Шестнадцатеричная

В **непозиционных** системах счисления значение (величина) числа определяется как сумма или разность цифр в числе.

Недостатки непозиционных систем счисления

- Существует постоянная потребность введения новых знаков для записи больших чисел.
- Невозможно представлять дробные и отрицательные числа.
- Сложно выполнять арифметические операции, т.к. не существует алгоритмов их выполнения

Перевод чисел в 2, 8, 16 системы счисления

При переводе чисел из десятичной системы счисления в систему с основанием $P > 1$ обычно используют следующий алгоритм:

- 1) если переводится целая часть числа, то она делится на P , после чего запоминается остаток от деления. Полученное частное вновь делится на P , остаток запоминается. Процедура продолжается до тех пор, пока частное не станет равным нулю. Остатки от деления на P выписываются в порядке, обратном их получению;
- 2) если переводится дробная часть числа, то она умножается на P , после чего целая часть запоминается и отбрасывается. Вновь полученная дробная часть умножается на P и т.д. Процедура продолжается до тех пор, пока дробная часть не станет равной нулю.
- Целые части выписываются после двоичной запятой в порядке их получения. Результатом может быть либо конечная, либо периодическая двоичная дробь. Поэтому, когда дробь является периодической, приходится обрывать умножение на каком-либо шаге и довольствоваться приближенной записью исходного числа в системе с основанием P .

Перевод чисел из 2, 8, 16 системы счисления.

При переводе чисел из системы счисления с основанием P в десятичную систему счисления необходимо пронумеровать разряды целой части справа налево, начиная с нулевого, и дробной части, начиная с разряда сразу после запятой, слева направо (начальный номер -1). Затем вычислить сумму произведений соответствующих значений разрядов на основание системы счисления в степени, равной номеру разряда. Это и есть представление исходного числа в десятичной системе счисления



- В **позиционных** системах счисления значение цифры зависит от ее места (позиции) в числе, а в непозиционных не зависит.
- В **позиционной системе счисления** один и тот же числовой символ приобретает различные значения (имеет различный вес) в зависимости от позиции.
- Каждая позиция соответствует определенной степени основания системы счисления. **Основание** равно количеству цифр (знаков в алфавите системы счисления) и определяет, во сколько раз отличаются значения одинаковых цифр, стоящих в соседних позициях

Достоинства позиционных систем счисления

- Простота выполнения арифметических операций.
- Ограниченное количество символов (цифр) для записи любых чисел

Содержание





Двоичная система счисления

Системы

Системы счисления – это определенные правила записи чисел и связанные с этими правилами способы выполнения вычислений.

Позиционная система – значение цифры определяется её позицией в записи числа.

Позиционная система

Десятичная

Алфавит: 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Основание (количество цифр): 10


$$473_{10} = 4*100 + 7*10 + 3*1 = \\ = 4*10^2 + 7*10^1 + 3*10^0$$

Двоичная

Алфавит: 0,1
Основание (количество цифр): 2

$$101_2 = 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0$$

Развернутая форма записи числа


$$5\,789 = 5 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 9$$

$$51,89 = 5 \cdot 10 + 1 \cdot 1 + 8 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,01$$
$$= 5 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-2}$$

$$32\,478 = 3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$$

$$26,378 = 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3}$$

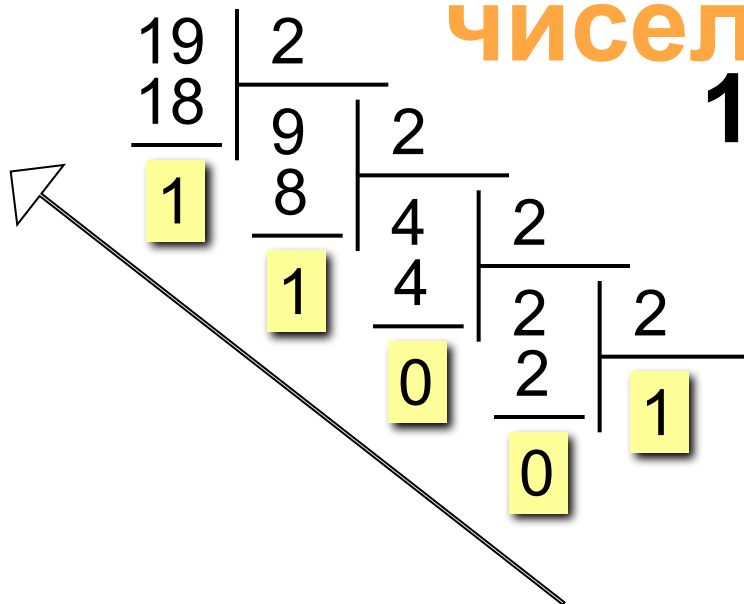
Задание 1:

Перевод

10 → 2

чисел

$$19_{10} = 10011_2$$



2 → 10

2 1 0 разряды

$$\begin{aligned} 101_2 &= 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 4 + 0 + 1 = 5_{10} \end{aligned}$$

$$37_{10} = ?_2$$

$$37_{10} = 100101_2$$

$$11101_2 = ?_{10}$$

$$11101_2 = 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 16 + 8 + 4 + 1 = 29_{10}$$

Примеры

:

Арифметика двоичных чисел

сложение

$$0+0=0 \quad 0+1=1$$

$$1+0=1 \quad 1+1=10_2$$

$$1+1+1=11_2$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 10110_2 \\ + 111011_2 \\ \hline 1010001_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ + 11111_2 \\ \hline 1001100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10111_2 \\ + 101110_2 \\ \hline 1000101 \end{array}$$

Домашнее задание:

- 1. Выучить § 1.1.1 и 1.1.2*
- 2. Выполнить письменно на стр 14-15*
№6(а, б), 7 (а, д), 12 (а,б)