



# Уравнение сферы

# Шар



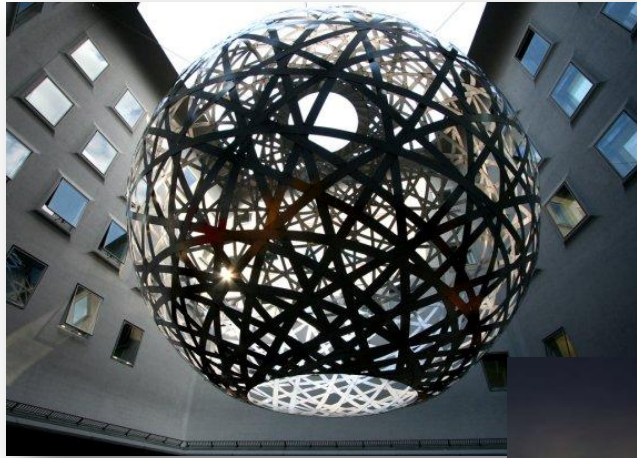
Поверхность шара называют **сферой**.



# Сфера



# Сфера



# Шар и сфера

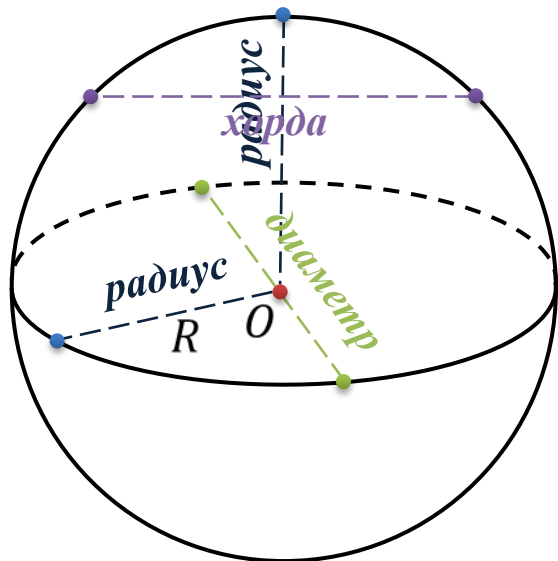


*сфера*



*шар*

**Определение.** *Сферой* называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.



*Основные элементы сферы:*

Данная точка называется **центром** сферы.

Данное расстояние – **радиусом** сферы.

Любой отрезок, соединяющий центр сферы с какой-либо ее точкой, также называется **радиусом** сферы.

**Хордой** сферы называется отрезок, соединяющий две точки сферы.

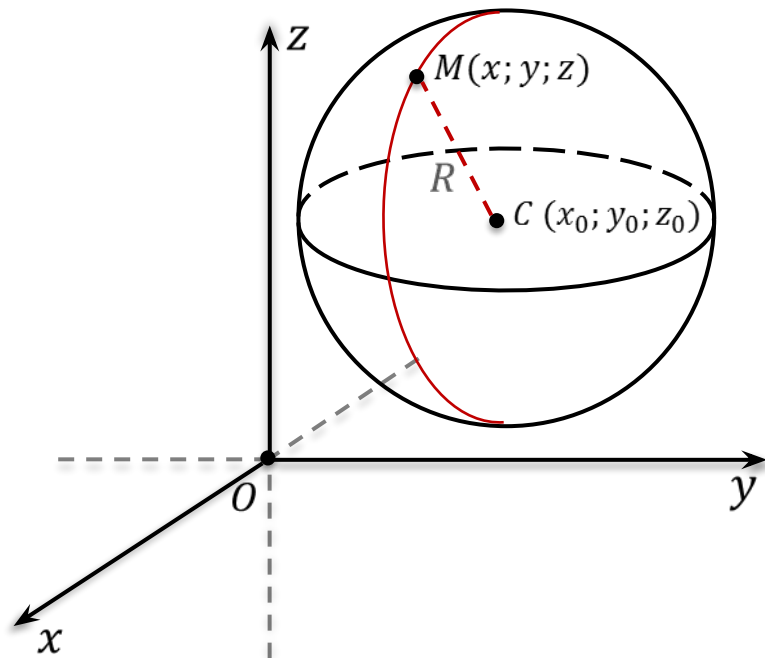
Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через ее центр, называется **диаметром** сферы.

$$D = 2R$$

Выведем уравнение сферы радиуса  $R$  с центром в точке  $C(x_0; y_0; z_0)$ .

Расстояние от произвольной точки  $M(x; y; z)$  до точки  $C(x_0; y_0; z_0)$  вычисляется по формуле:

$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$



Если точка  $M$  лежит на данной сфере, то расстояние  $MC = R$ , или  $MC^2 = R^2$ , т.е. координаты точки  $M$  удовлетворяют уравнению:

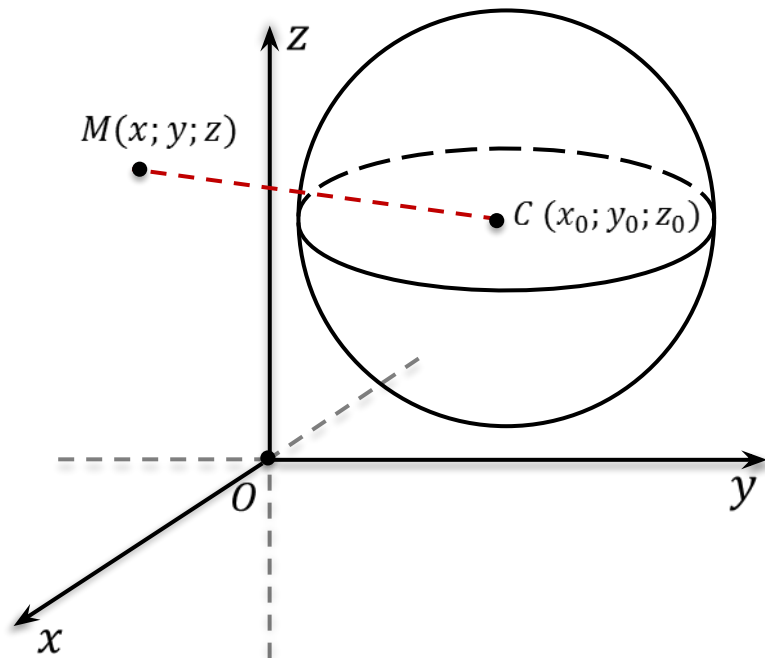
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$



Выведем уравнение сферы радиуса  $R$  с центром в точке  $C(x_0; y_0; z_0)$ .

Расстояние от произвольной точки  $M(x; y; z)$  до точки  $C(x_0; y_0; z_0)$  вычисляется по формуле:

$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$



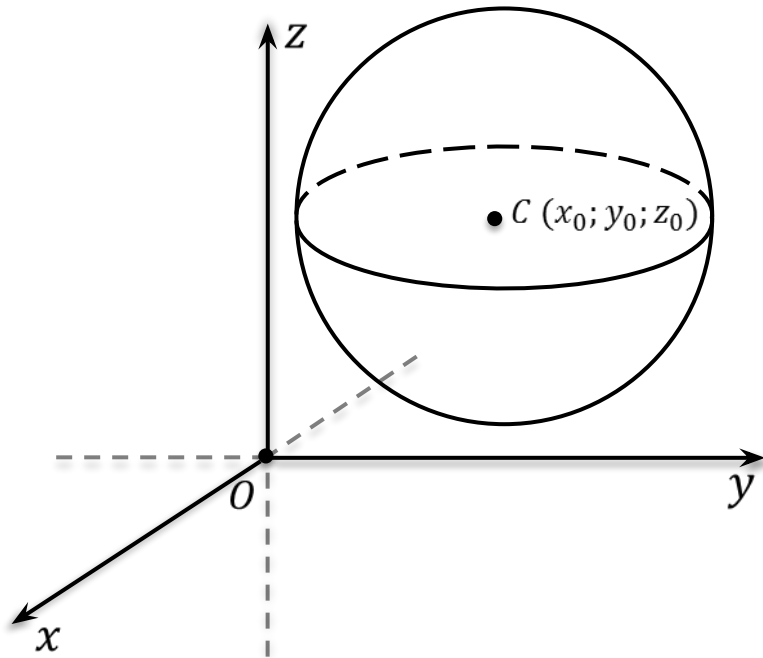
Если точка  $M$  лежит на данной сфере, то расстояние  $MC = R$ , или  $MC^2 = R^2$ , т.е. координаты точки  $M$  удовлетворяют уравнению:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

Если же точка  $M(x; y; z)$  не лежит на данной сфере, то расстояние  $MC \neq R$ , или  $MC^2 \neq R^2$ , т.е. координаты точки  $M$  не удовлетворяют уравнению сферы.

В прямоугольной системе координат *уравнение сферы* радиуса  $R$  с центром в точке  $C(x_0; y_0; z_0)$  имеет вид:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$



**Задача.** Напишите уравнение сферы с центром в точке  $S(1; 3; 5)$  радиусом равным **4** см.

**Решение.**

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 4^2$$

$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 16$$

**Ответ:**  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 16$ .

**Задача.** Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением:  
 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 4.$

**Решение.**

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

$$C(x_0; y_0; z_0) = C($$

$$R = \sqrt{4} = 2$$

**Ответ:**  $C(2; -1; 0), R = 2.$

# Задание

- № 22.4, 22.5, 22.8