



Уравнение сферы

Шар



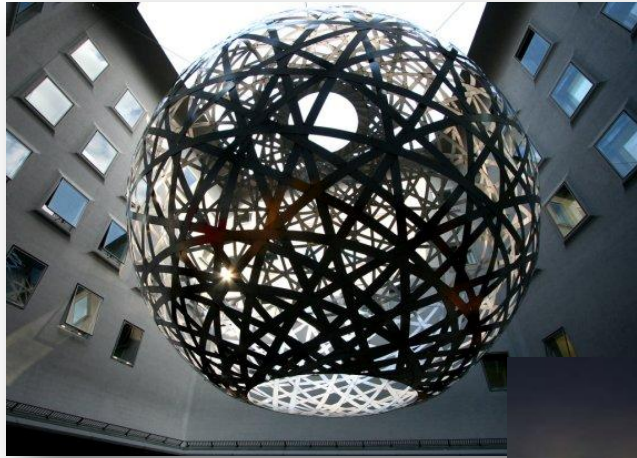
Поверхность шара называют **сферой**.



Сфера



Сфера



Шар и сфера

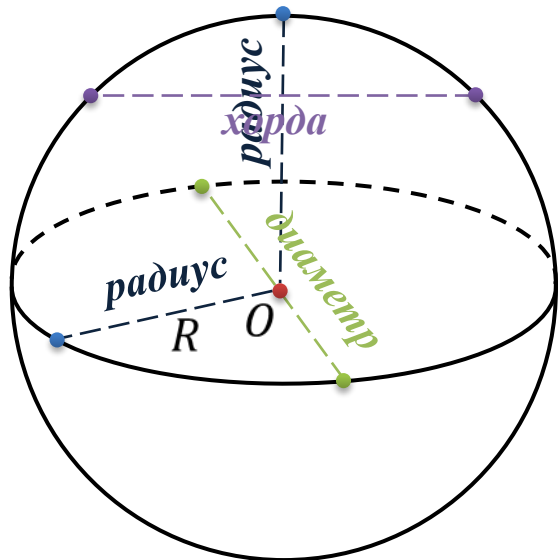


сфера



шар

Определение. *Сферой* называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.



Основные элементы сферы:

Данная точка называется **центром** сферы.

Данное расстояние – **радиусом** сферы.

Любой отрезок, соединяющий центр сферы с какой-либо ее точкой, также называется **радиусом** сферы.

Хордой сферы называется отрезок, соединяющий две точки сферы.

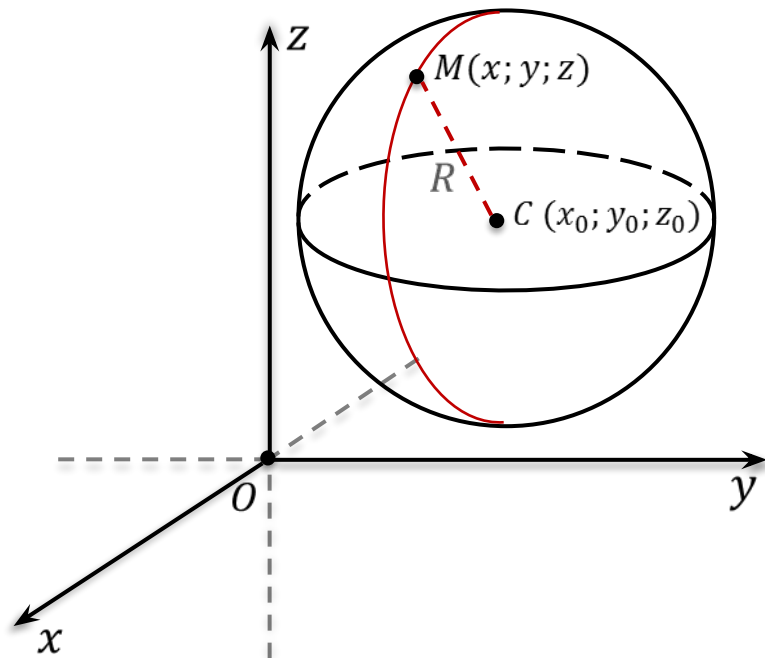
Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через ее центр, называется **диаметром** сферы.

$$D = 2R$$

Выведем уравнение сферы радиуса R с центром в точке $C(x_0; y_0; z_0)$.

Расстояние от произвольной точки $M(x; y; z)$ до точки $C(x_0; y_0; z_0)$ вычисляется по формуле:

$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$



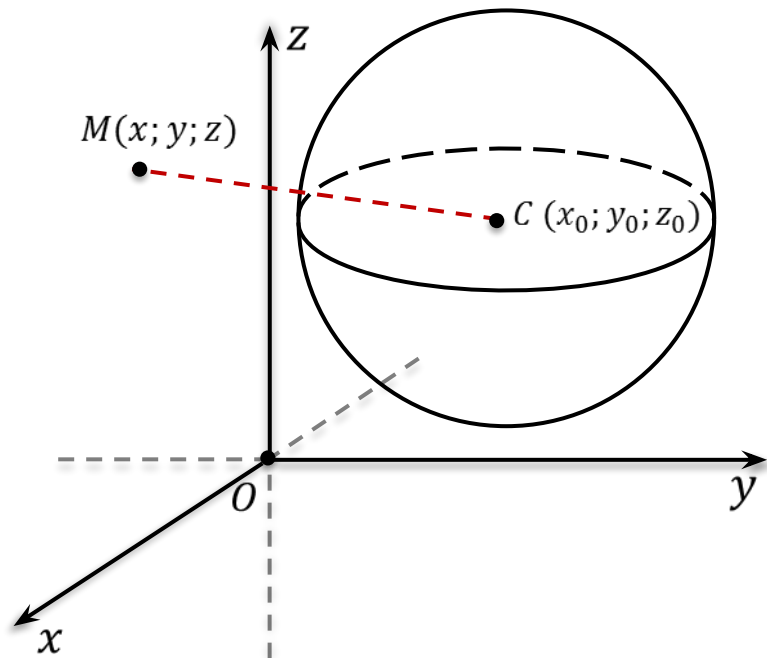
Если точка M лежит на данной сфере, то расстояние $MC = R$, или $MC^2 = R^2$, т.е. координаты точки M удовлетворяют уравнению:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

Выведем уравнение сферы радиуса R с центром в точке $C(x_0; y_0; z_0)$.

Расстояние от произвольной точки $M(x; y; z)$ до точки $C(x_0; y_0; z_0)$ вычисляется по формуле:

$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$



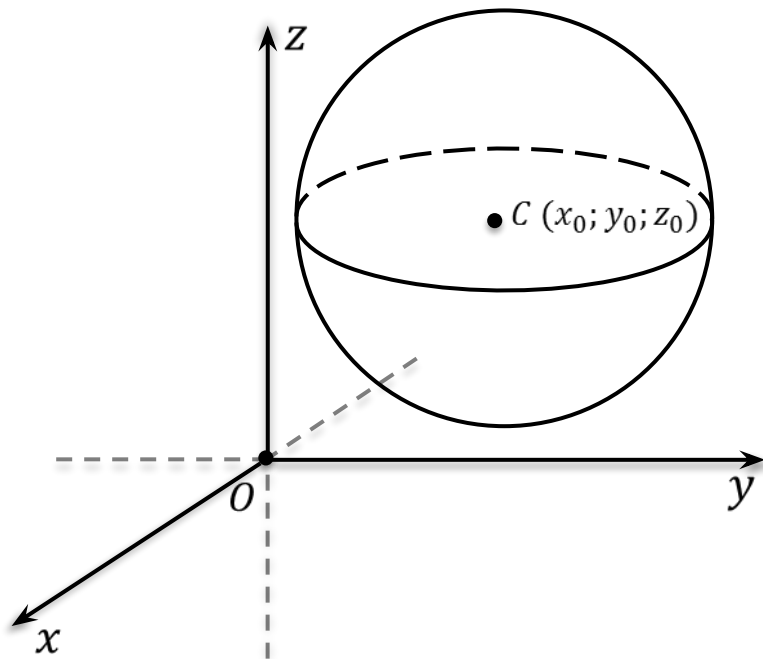
Если точка M лежит на данной сфере, то расстояние $MC = R$, или $MC^2 = R^2$, т.е. координаты точки M удовлетворяют уравнению:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

Если же точка $M(x; y; z)$ не лежит на данной сфере, то расстояние $MC \neq R$, или $MC^2 \neq R^2$, т.е. координаты точки M не удовлетворяют уравнению сферы.

В прямоугольной системе координат *уравнение сферы* радиуса R с центром в точке $C(x_0; y_0; z_0)$ имеет вид:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$



Задача. Напишите уравнение сферы с центром в точке $S(1; 3; 5)$ радиусом равным 4 см.

Решение.

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 4^2$$

$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 16$$

Ответ: $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 16$.

Задача. Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением:
 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 4.$

Решение.

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

$$C(x_0; y_0; z_0) = C($$

$$R = \sqrt{4} = 2$$

Ответ: $C(2; -1; 0), R = 2.$

Задание

- № 22.4, 22.5, 22.8