РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДУФФИНГА РЕГУЛЯРИЗОВАННЫМИ МЕТОДАМИ НЕПОЛНОГО ПРОГНОЗА

Выполнил: Потемкин А.И
студент 4 курса специальности «Прикладная математика»
под руководством Мадорского В.М.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной работе мы рассмотрим задачу Дуффинга:

[illegible] + [illegible] + [illegible] + [illegible]^3[illegible] = [illegible] (1)

[illegible] = [illegible], [illegible] = [illegible], [illegible] [[illegible], [illegible]]

После дискретизации дифференциальная задача аппроксимируется сеточной. Полученную систему нелинейных численных уравнений можно записать в операторной форме в виде:

$$f(x) = 0; f: D \to R^n \to R^n$$

Алгоритм решения нелинейной системы (1) имеет вид:

Шаг 1. Решается СЛАУ

$$\left(\left(\alpha\beta_n\|f(x_n)\|E+\left(\alpha\beta_n\|f(x_n)\|E+\overline{f'(x_n)}\right)f'(x_n)\right)\right)\Delta x_n$$
$$=-\beta_n(\alpha\beta_n\|f(x_n)\|E+\overline{f'(x_n)})f(x_n)$$

Шаг 2. Вносится поправка Δx_n в вектор x_n

$$x_{n+1}=x_n+\Delta x_n$$

Шаг 3. Если $\|f(x_{n+1})\|\le\varepsilon,\varepsilon<<1$ (ε=1e-6) тогда конец просчётов

Иначе, если $\|f(x_{n+1})\|<\|f(x_n)\|$, тогда принимаем $B_{n+1}=1$, иначе переходим на Шаг 4.

Шаг 4. Уточняется шаговая длина по одной из приведенных ниже формул:

$$1)\ \beta_{n+1}=\min\left(1,\frac{\beta_n\|f(x_n)\|}{\|f(x_{n+1})\|}\right)$$

2) $$\beta_{n+1} = \min\left(1, \frac{\gamma_n \|f(x_0)\|}{\beta_n \|f(x_{n+1})\|}\right), \gamma_{n+1} = \frac{\gamma_n \|f(x_n)\|}{\|f(x_{n+1})\|}, \gamma_0 = \beta_0{}^2$$

3) $$\beta_{n+1} = \min\left(1, \frac{\|f(\mathrm{x}_n)\| \gamma_n}{\|f(\mathrm{x}_{n+1})\| \beta_n}\right)$$

4) $$\beta_{n+1} = \min\left(1, \frac{\gamma_n \|f(x_0)\|^2}{\beta_n \|f(x_{n+1})\|^2}\right), \gamma_n = \frac{\beta_{n+1}\gamma_0}{\beta_0}, \gamma_0 = \beta_0^2.$$

Далее осуществляем переход на Шаг 1.

Численные эксперименты показали наибольшую эффективность метода, где шаговая длина определялась по формуле 4.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!