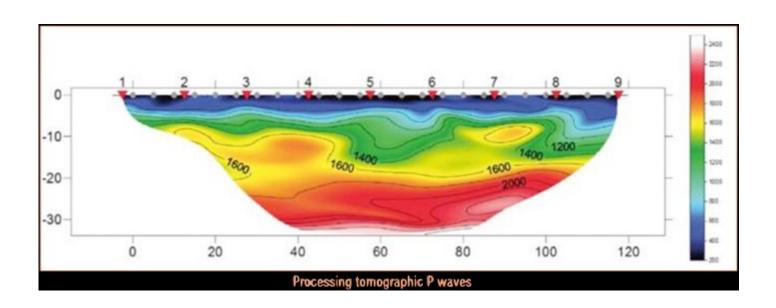
Использование томографии в сейсморазведке. Математическая основа томографического подхода

Основная идея метода состоит в просвечивании среды сеймическими лучами и построении, на основе наблюденных времен вступления, разрезов со значениями скоростей распространения волн



Лучевая томография

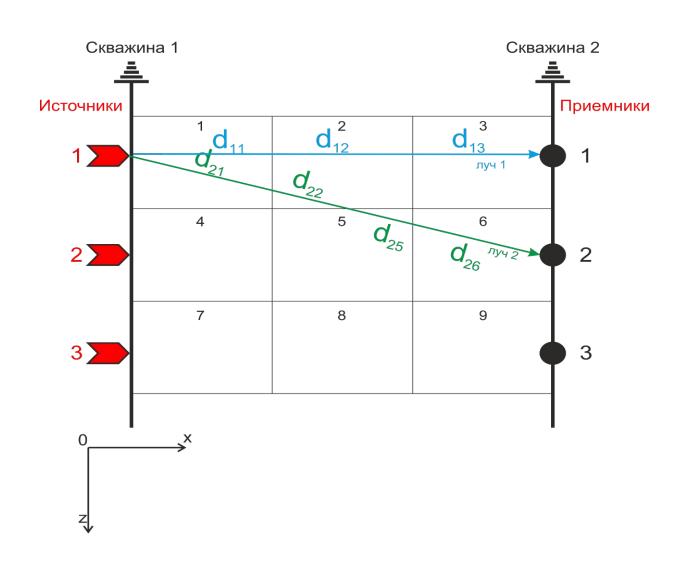
Методы, основанные на интегральных преобразованиях

- Методы обращения, основанные на преобразованиях Фурье
- Методы обратного проецирования
- Метод конволюции и фильтрованной обратной проекции

Методы алгебраического восстановления

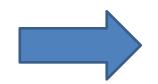
- Метод алгебраического восстановления (ART)
- Метод одновременного итерационного восстановления (SIRT)

Представление геологической среды



Аналогично

$$t_{2} = \frac{1}{V_{21}} * \Delta s_{1} + \frac{1}{V_{22}} * \Delta s_{2} + \frac{1}{V_{25}} * \Delta s_{5} + \frac{1}{V_{26}} * s_{6} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{V_{2i}} \Delta s_{i},$$



$$t_{k} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{V_{ki}} * \Delta s_{i}$$

- время пробега k-го луча

Линеаризованная постановка задачи

$$t_i = \int_{L_i} \frac{dS}{V(r)}$$
(i=1,2...N)

нелинейная задача

$$\delta V(r) = V(r) - V_0(r), \ \frac{\delta V(r)}{V_0(r)} \ll 1$$

Рассмотрим $\delta t_i = t_i - t_i^0 = \int \frac{dS}{V(r)} - \int \frac{dS}{V_0(r)} = \int (\frac{1}{V(r)} - \frac{1}{V_0(r)}) dS = \int \frac{\delta V(r)}{V_0^2(r)} dS$

- необходимо восстановить отклонение скорости от начальной модели

или
$$\delta t_i = \int \frac{dS}{V(r)} - \int \frac{dS}{V_0(r)} = \int (\frac{1}{V(r)} - \frac{1}{V_0(r)}) dS = \int \frac{V_0^{-1} \delta V(r)}{V_0} = \int \frac{\delta m(r)}{V_0(r)} dS$$

Перейдем к интегралу по объему среды

$$\delta t_i = \int_{\Omega} \ G_i(r) m(r) dr$$
 , где $\int_{\Omega} \ G_i(r) dr = t^o{}_i$

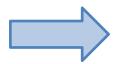
Решение m(r) не единственно



требуются ограничения

Методы, использующие разложение восстанавливаемой функции в ряд (методы алгебраического восстановления)

Искомая функция m(r) представляется в виде линейной комбинации базисных функций $\phi_k(r)$: $m(r) = \sum_{i=1}^K \lambda_k \phi_k(r)$

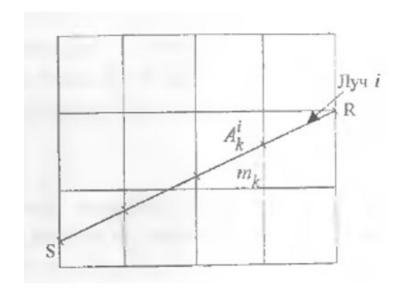


$$\sum_{i=1}^{K} \lambda_{k} \int \frac{\phi_{k}(r)}{V(r)} dS = \delta t_{i}$$

Выражение в матричном виде

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \dots \\ t_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} m_1 & A_{12} m_2 & \dots & A_{1K} m_K \\ A_{21} m_1 & A_{22} m_2 & \dots & A_{2K} m_K \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{N1} m_1 & A_{N2} m_2 & \dots & A_{NK} m_K \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{A} * \mathbf{m},$$
$$\mathbf{m} = \mathbf{A}^{-1} * \mathbf{T}$$



Qтличительные особенности выражения $\mathbf{T} = \mathbf{A} * \mathbf{m}$

- 1. Система разрежена, т.е. только отдельные элементы матрицы A имеют ненулевые значения, поскольку каждый луч пересекает лишь ограниченное число ячеек;
- 2. Размеры матрицы A могут быть очень велики;
- 3. Система уравнений может быть недоопределена (N<K) или переопределена (N>K);
- 4. Значения m не могут быть отрицательными;
- 5. Значения матрицы A не могут быть отрицательными;
- 6. В реальных данных всегда будет присутствовать шум и погрешности измерения.

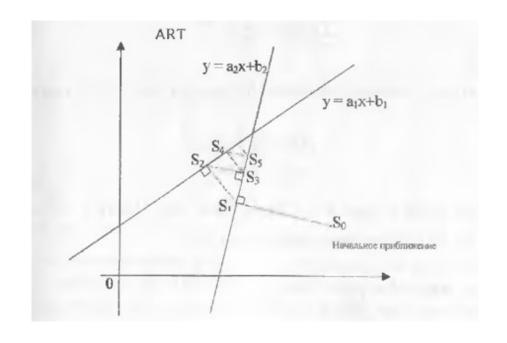
по методу наименьших квадратов (если K<N): $m{m} = (A^TA)^{-1}A^T\mathbf{T}$

Метод алгебраической реконструкции (Algebraic Reconstruction Technique – ART)

Поправка в модель вносится после каждого отдельного луча

$$\Delta m_j^i = \frac{\Delta T^i d_j^i}{\sum (d_j^i)^2},$$

 T^i - время пробега вдоль луча i $d_j{}^i$ — элемент матрицы A (отрезок і-го луча в ј-ой клетке)

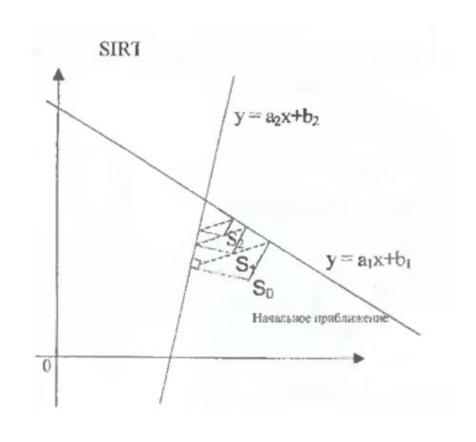


Метод реконструкции одновременными итерациями (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique - SIRT)

Поправка в модель вносится только после рассмотрения всех лучей

$$\Delta m_j^{\ q} = \frac{1}{M_j} \sum \Delta m_j^{\ iq}$$

 M_{j} – число лучей, проходящих через клетку j



Вопросы для зачета:

- Какие существуют алгоритмы решения задачи томографии?
- 2. В чем заключается преимущество итерационных методов?
- 3. Что лежит в основе итерационных методов?

Спасибо за внимание!

Список литературы

- Ефимова Е.А. Сейсмическая томография
- А. Г. Болгаров Ю. В. Рослов Межскважинная сейсмическая томография для решения инженерногеологических задач