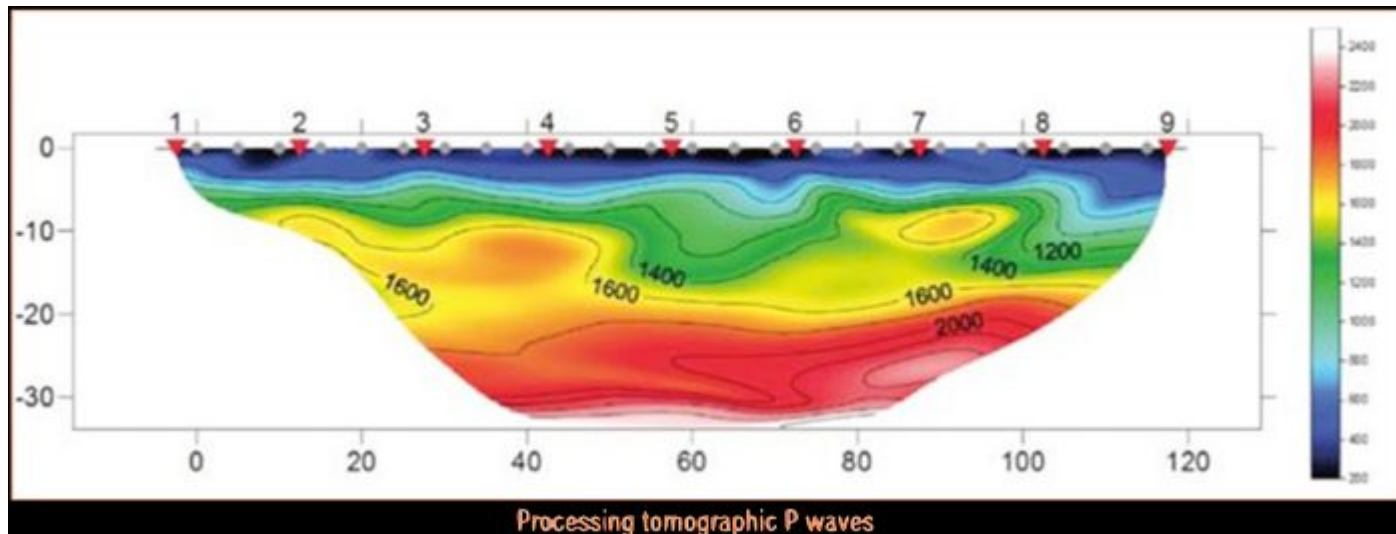


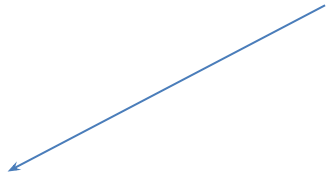
Использование томографии в сейсморазведке.

Математическая основа томографического подхода

Основная идея метода состоит в просвечивании среды сейсмическими лучами и построении, на основе наблюдаемых времен вступления, разрезов со значениями скоростей распространения волн

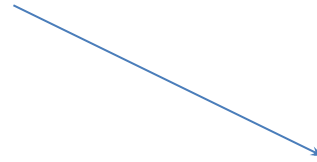


Лучевая томография



Методы,
основанные на
интегральных
преобразованиях

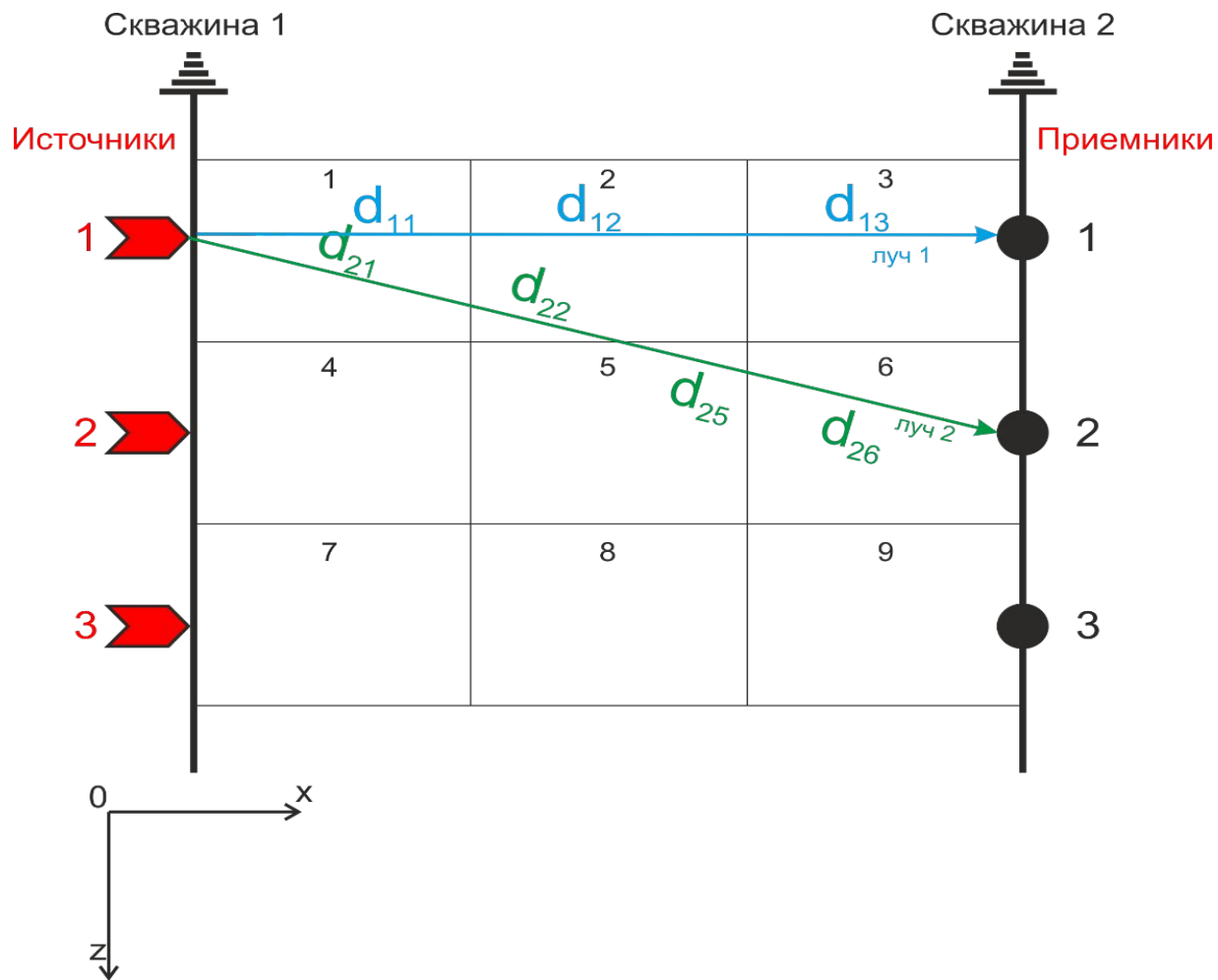
- Методы обращения, основанные на преобразованиях Фурье
- Методы обратного проецирования
- Метод конволюции и фильтрованной обратной проекции



Методы
алгебраического
восстановления

- Метод алгебраического восстановления (ART)
- Метод одновременного итерационного восстановления (SIRT)

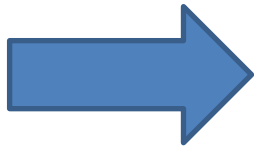
Представление геологической среды



$$\begin{aligned}
 t_1 &= \frac{1}{V_{11}} * \Delta S_1 + \frac{1}{V_{12}} * \Delta S_2 + \frac{1}{V_{13}} * \Delta S_3 + \frac{1}{V_{14}} * \\
 &\Delta S_4 + \frac{1}{V_{15}} * \Delta S_5 + \frac{1}{V_{16}} * \Delta S_6 + \frac{1}{V_{17}} * \Delta S_7 + \frac{1}{V_{18}} * \\
 &\Delta S_8 + \frac{1}{V_{19}} * \Delta S_9 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{V_{1i}} * \Delta S_i,
 \end{aligned}$$

Аналогично

$$\begin{aligned}
 t_2 &= \frac{1}{V_{21}} * \Delta S_1 + \frac{1}{V_{22}} * \Delta S_2 + \frac{1}{V_{25}} * \Delta S_5 + \frac{1}{V_{26}} * \\
 s_6 &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{V_{2i}} \Delta S_i,
 \end{aligned}$$



$$t_k = \sum_{i=1}^N \frac{1}{V_{ki}} * \Delta S_i$$

- время
пробега k-го
луча

Линеаризованная постановка задачи

$$\dot{t}_i = \int_{L_i} \frac{dS}{V(r)} \quad (i=1,2,\dots,N)$$

нелинейная
задача

$$\delta V(r) = V(r) - V_0(r), \quad \frac{\delta V(r)}{V_0(r)} \ll 1$$

Рассмотрим $\delta t_i = t_i - t_i^0 = \int \frac{dS}{V(r)} - \int \frac{dS}{V_0(r)} = \int \left(\frac{1}{V(r)} - \frac{1}{V_0(r)} \right) dS = \int \frac{\delta V(r)}{V_0^2(r)} dS$

- необходимо восстановить отклонение скорости от начальной модели

$$\text{или } \delta t_i = \int \frac{dS}{V(r)} - \int \frac{dS}{V_0(r)} = \int \left(\frac{1}{V(r)} - \frac{1}{V_0(r)} \right) dS = \int \frac{V_0^{-1} \delta V(r)}{V_0} = \int \frac{\delta m(r)}{V_0(r)} dS$$

Перейдем к интегралу по объему среды

$$\delta t_i = \int_{\Omega} G_i(r) m(r) dr, \quad \text{где } \int_{\Omega} G_i(r) dr = t_i^0$$

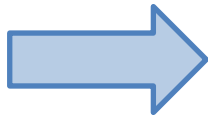
Решение $m(r)$ не
единственно



требуются
ограничения

Методы, использующие разложение восстанавливаемой функции в ряд (методы алгебраического восстановления)

Искомая функция $m(r)$ представляется в виде линейной комбинации базисных функций $\phi_k(r)$: $m(r) = \sum_{k=1}^K \lambda_k \phi_k(r)$



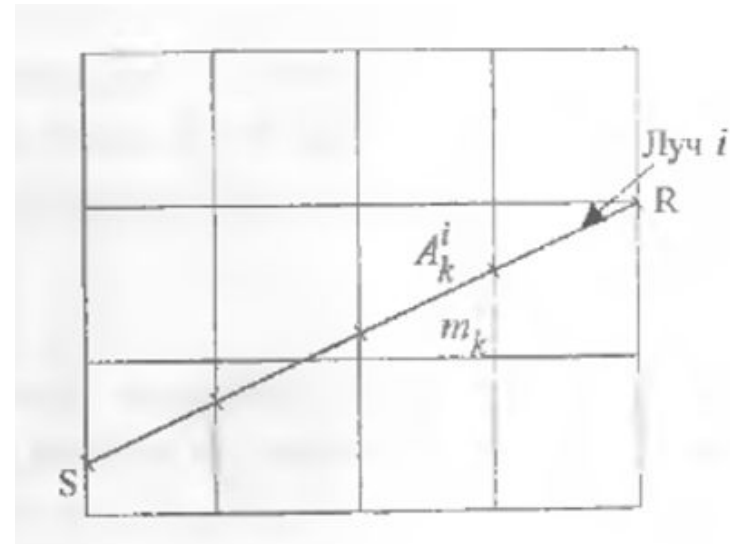
$$\sum_{k=1}^K \lambda_k \int \frac{\phi_k(r)}{V(r)} dS = \delta t_i$$

Выражение в матричном виде

- $$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \dots \\ t_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}m_1 & A_{12}m_2 & \dots & A_{1K}m_K \\ A_{21}m_1 & A_{22}m_2 & \dots & A_{2K}m_K \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{N1}m_1 & A_{N2}m_2 & \dots & A_{NK}m_K \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{A} * \mathbf{m},$$

$$\mathbf{m} = \mathbf{A}^{-1} * \mathbf{T}$$



Отличительные особенности выражения $\mathbf{T} = \mathbf{A} * \mathbf{m}$

1. Система разрежена, т.е. только отдельные элементы матрицы \mathbf{A} имеют ненулевые значения, поскольку каждый луч пересекает лишь ограниченное число ячеек;
2. Размеры матрицы \mathbf{A} могут быть очень велики;
3. Система уравнений может быть недоопределена ($N < K$) или переопределена ($N > K$);
4. Значения \mathbf{m} не могут быть отрицательными;
5. Значения матрицы \mathbf{A} не могут быть отрицательными;
6. В реальных данных всегда будет присутствовать шум и погрешности измерения.

по методу наименьших квадратов (если $K < N$):

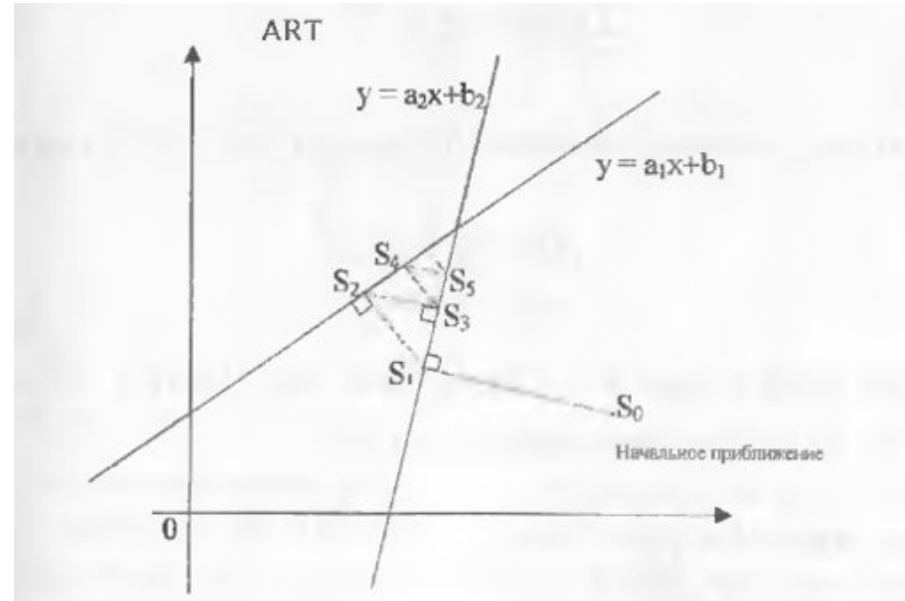
$$\mathbf{m} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{T}$$

Метод алгебраической реконструкции (Algebraic Reconstruction Technique – ART)

Поправка в модель
вносится после каждого
отдельного луча

$$\Delta m_j^i = \frac{\Delta T^i d_j^i}{\sum (d_j^i)^2},$$

T^i - время пробега вдоль луча i
 d_j^i – элемент матрицы A (отрезок i -го
луча в j -ой клетке)

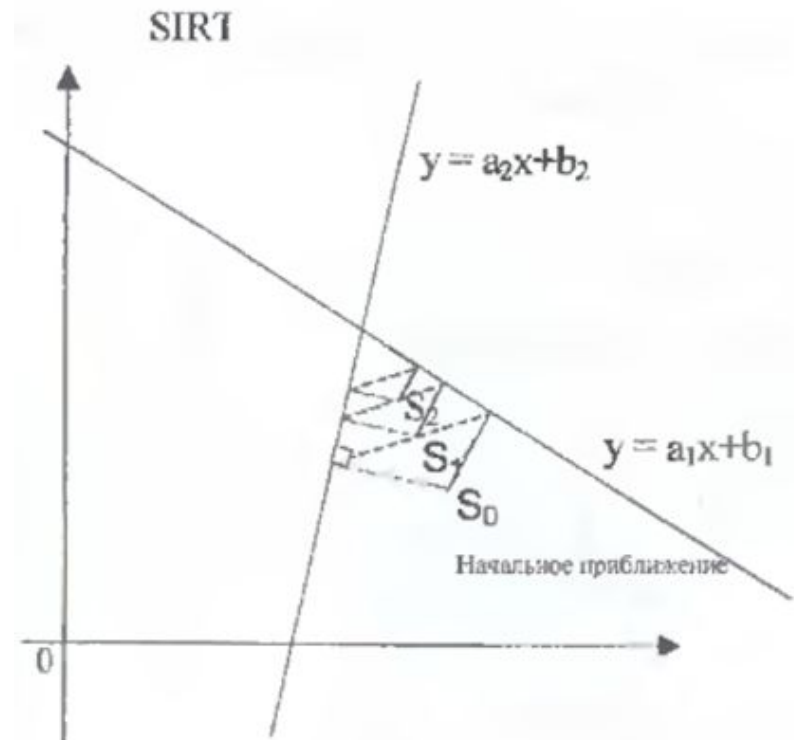


Метод реконструкции одновременными итерациями (Simultaneous Iterative Reconstruction Technigue - SIRT)

Поправка в модель вносится
только после рассмотрения
всех лучей

$$\Delta m_j^q = \frac{1}{M_j} \sum \Delta m_j^{jq}$$

M_j – число лучей, проходящих
через клетку j



Вопросы для зачета:

1. Какие существуют алгоритмы решения задачи томографии?
2. В чем заключается преимущество итерационных методов?
3. Что лежит в основе итерационных методов?

Спасибо за внимание!

Список литературы

- Ефимова Е.А. – Сейсмическая томография
- А. Г. Болгаров Ю. В. Рослов – Межскважинная сейсмическая томография для решения инженерно-геологических задач