

# *Бутылка Клейна*



**Бутылка Клейна** — не ориентируемая  
(односторонняя) поверхность, впервые  
описанная в 1882 году — не  
ориентируемая  
(односторонняя) поверхность, впервые  
описанная в 1882 году немецким  
математиком — не ориентируемая

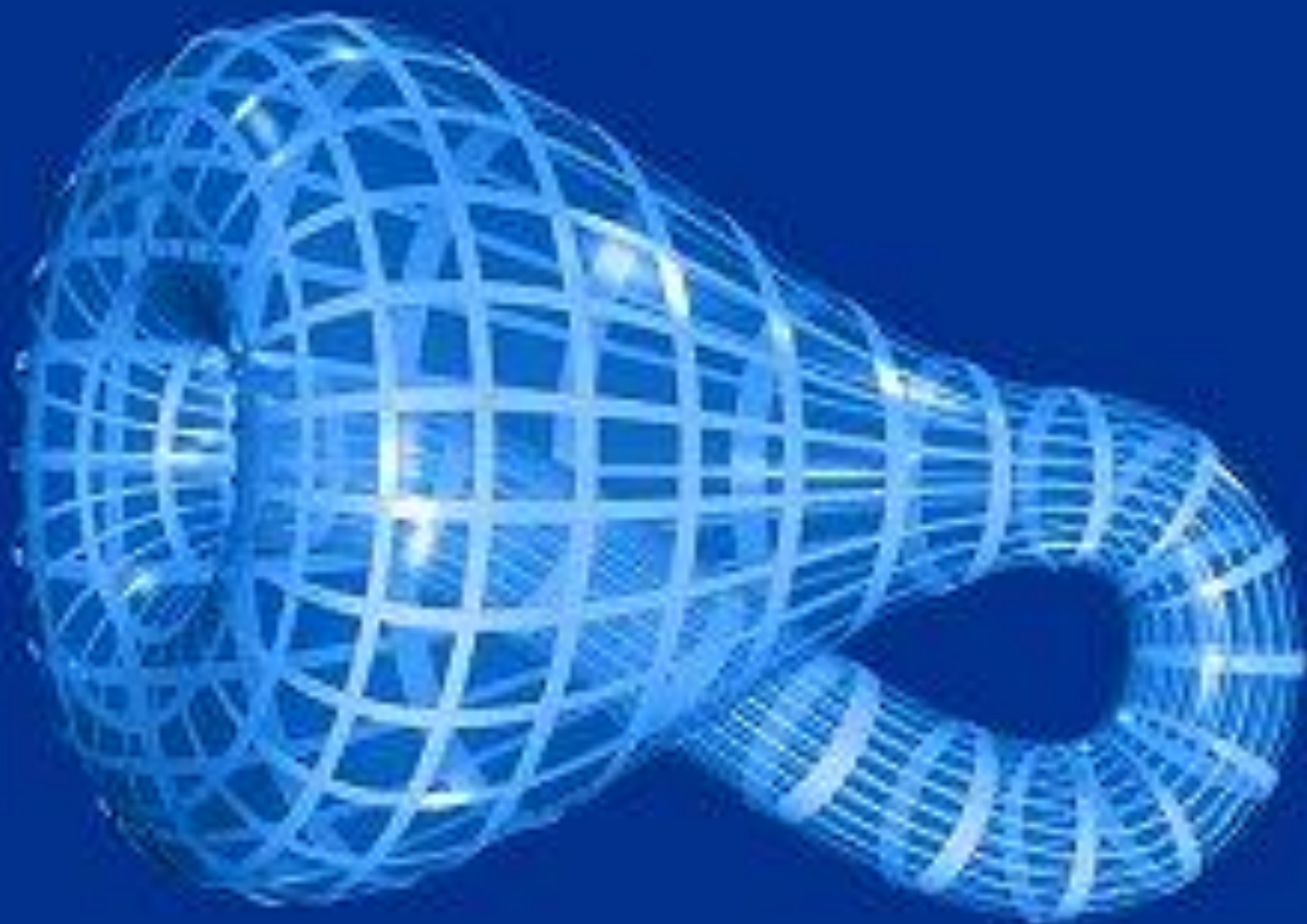
(одн  
опис  
мат  
ори  
(одн  
опис



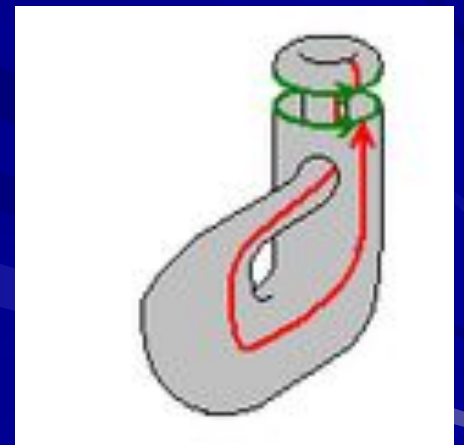
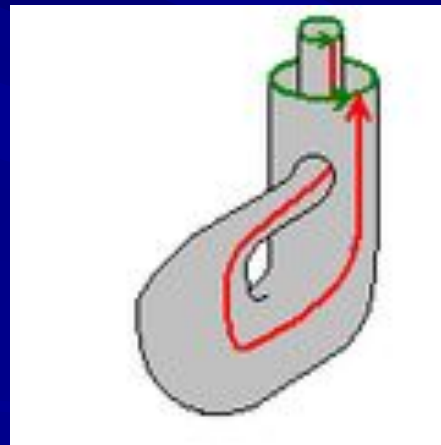
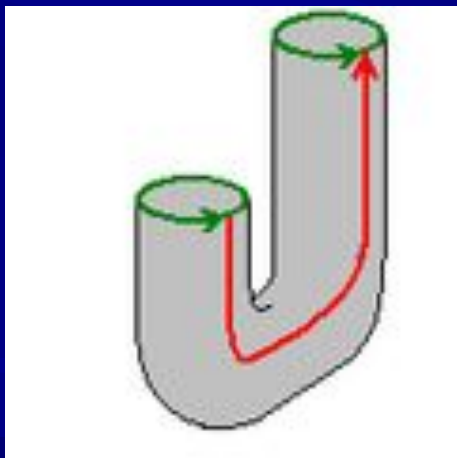
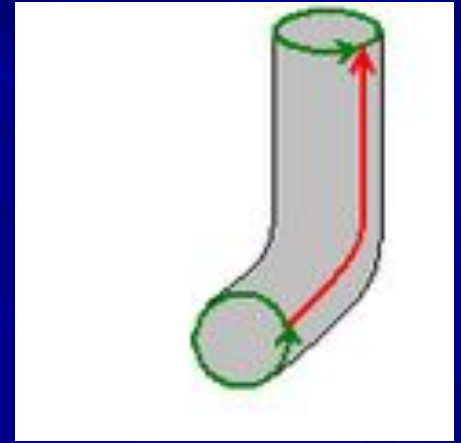
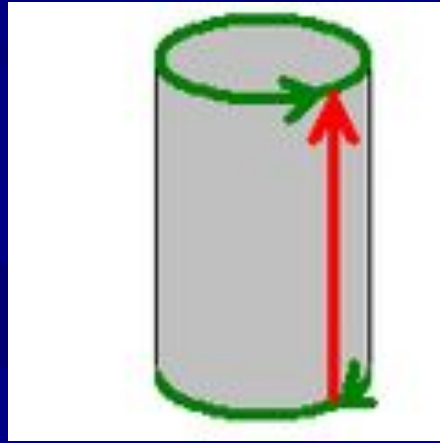
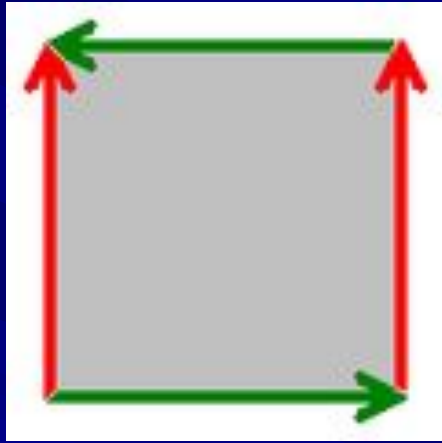
впервые  
М  
впервые  
М

математиком Ф. Клейном. Она тесно

Чтобы построить модель бутылки Клейна, понадобится бутылка с двумя дополнительными отверстиями: в доньшке и в стенке. Горлышко бутылки нужно вытянуть, изогнуть вниз и, продев его через отверстие в стенке, присоединить к отверстию на дне бутылки. Для настоящей бутылки Клейна в четырёхмерном пространстве отверстие в стенке не нужно, но без него нельзя обойтись в трёхмерном евклидовом пространстве.





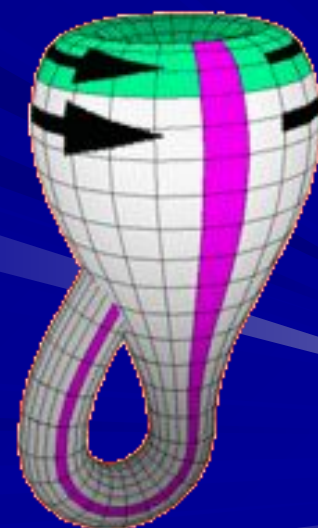
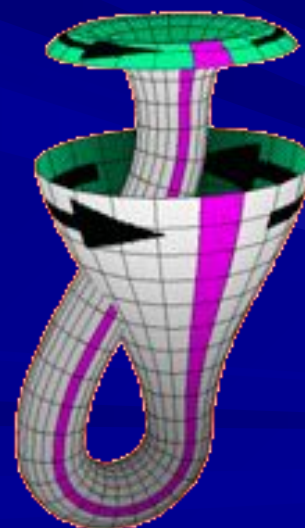
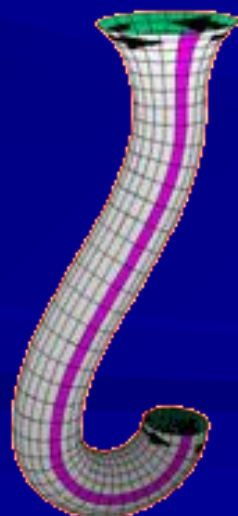
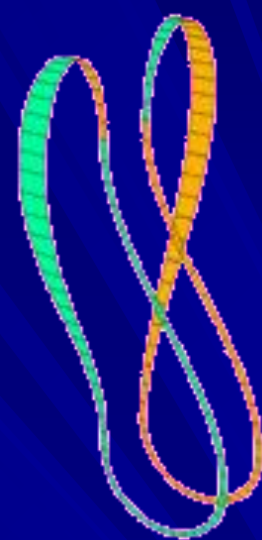
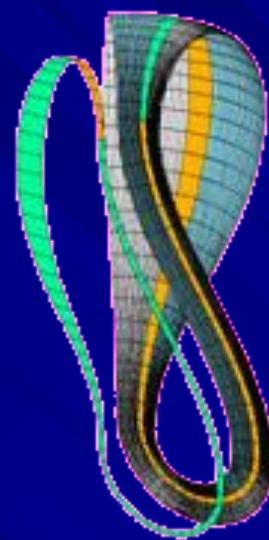
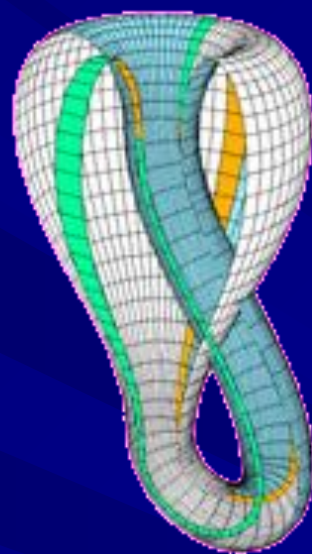
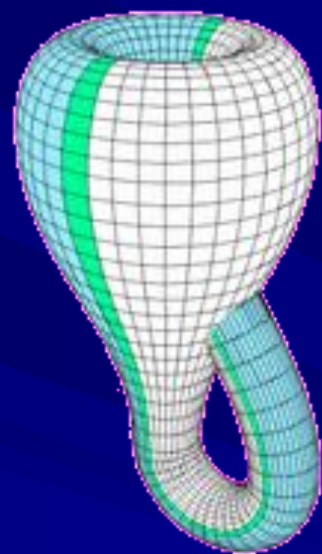


Бутылка Клейна в виде *восьмёрки* имеет довольно простую параметризацию:

$$\begin{aligned}x &= \left( r + \cos \frac{u}{2} \sin v - \sin \frac{u}{2} \sin 2v \right) \cos u \\y &= \left( r + \cos \frac{u}{2} \sin v - \sin \frac{u}{2} \sin 2v \right) \sin u \\z &= \sin \frac{u}{2} \sin v + \cos \frac{u}{2} \sin 2v\end{aligned}$$

В этом виде самопересечение имеет форму геометрического круга в плоскости  $XU$ .

Константа  $r$  равна радиусу круга. Параметр  $u$  задаёт угол на плоскости  $XU$  и  $v$  обозначает положение около 8-образного сечения.

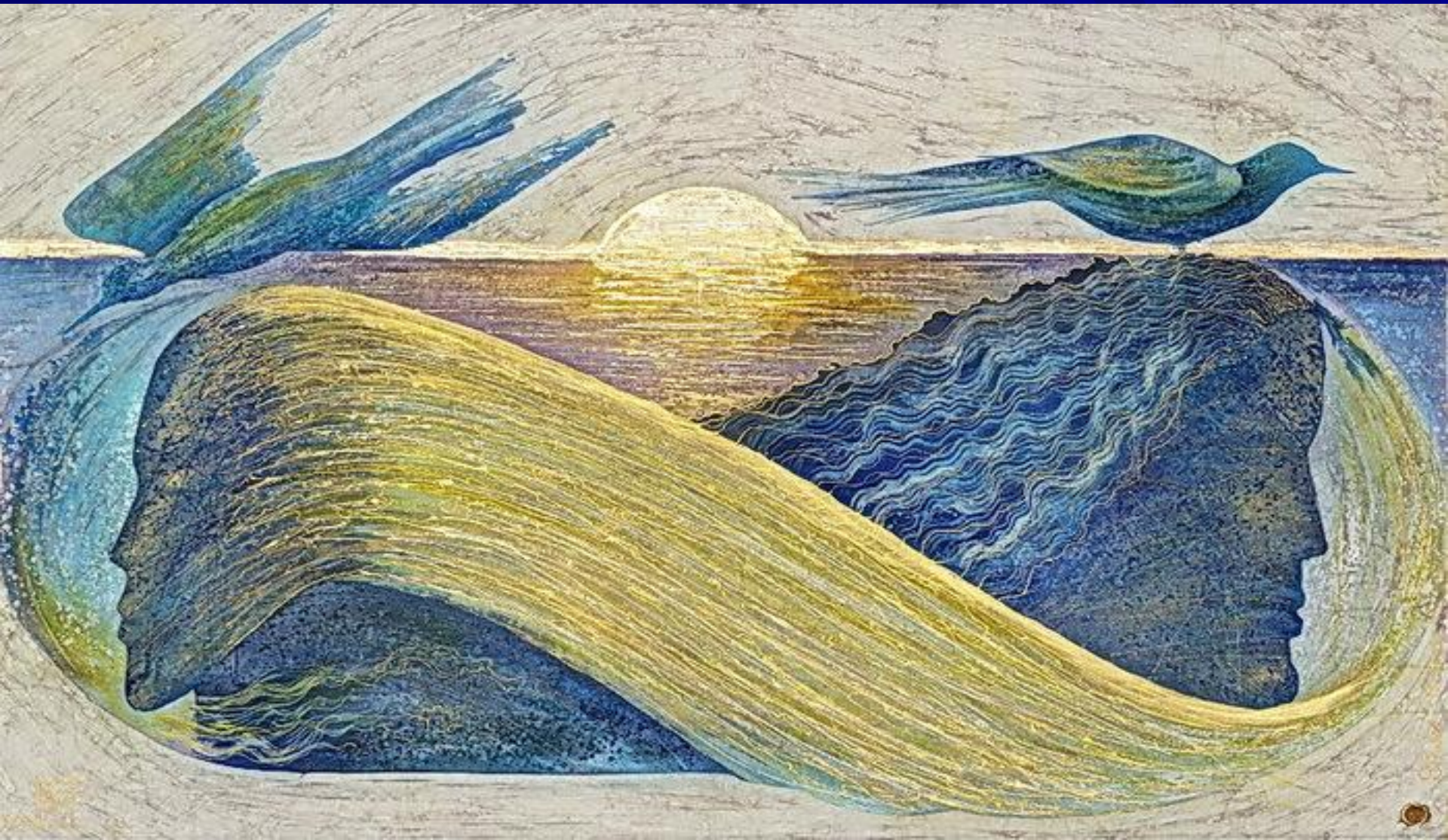


В сериале Футурама в серии «The Route of All Evil» на полке показано пиво Klein's, которое разлито в бутылки Клейна.





В рассказе математика и писателя Мартина Гарднера «Остров пяти красок» в бутылке Клейна исчезает один из героев произведения.





Бутылке Клейна посвящен один из шуточных  
лимериков Джеймса Линдона:  
Некто Клейн, не любивший вина,  
Раз придумал бутылку без дна.  
Воскликнул он: «К тому же  
Что внутри- в ней снаружи!  
Даже пробка совсем не нужна!»



*Bravo Zulu 2010*

*Спасибо за внимание!!!*

Работу выполнили  
студентки группы М-913:  
Сироткина Юлия и  
Югай Ольга