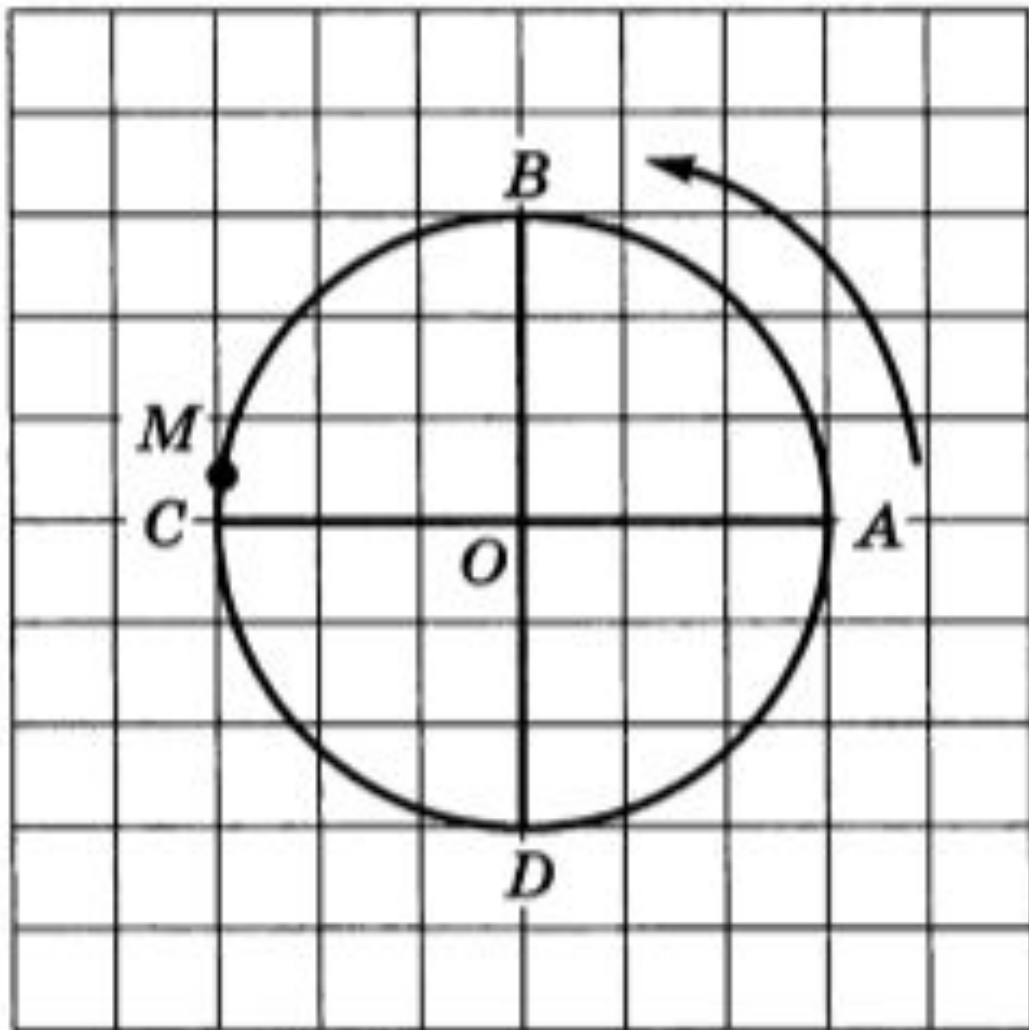
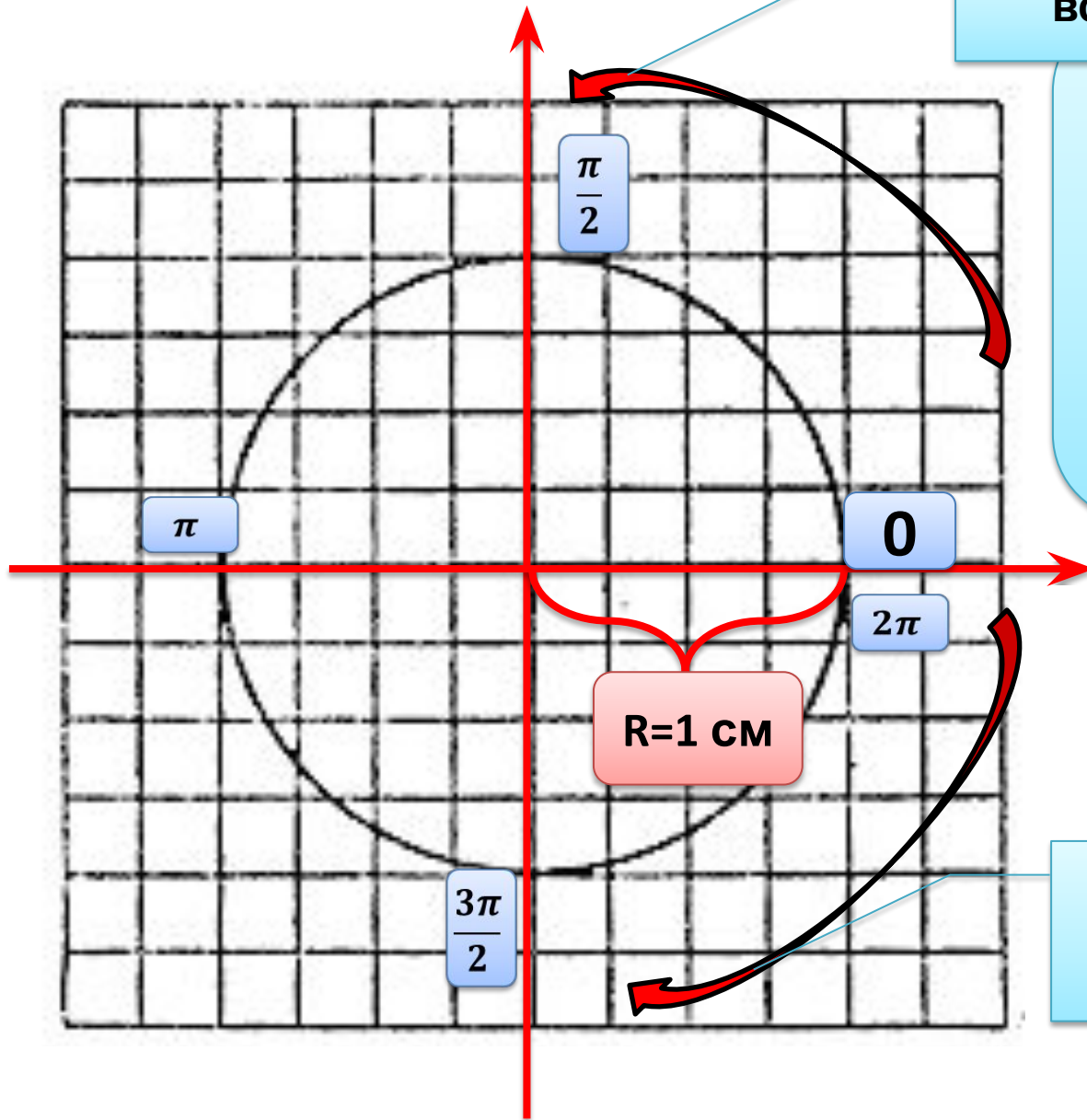


# Лекция №1

## Числовая окружность



$L = 400$  м.  
Где бегун  
будет через  
 $200$  м.,  $400$  м.,  
 $800$  м.,  $1500$   
м.?

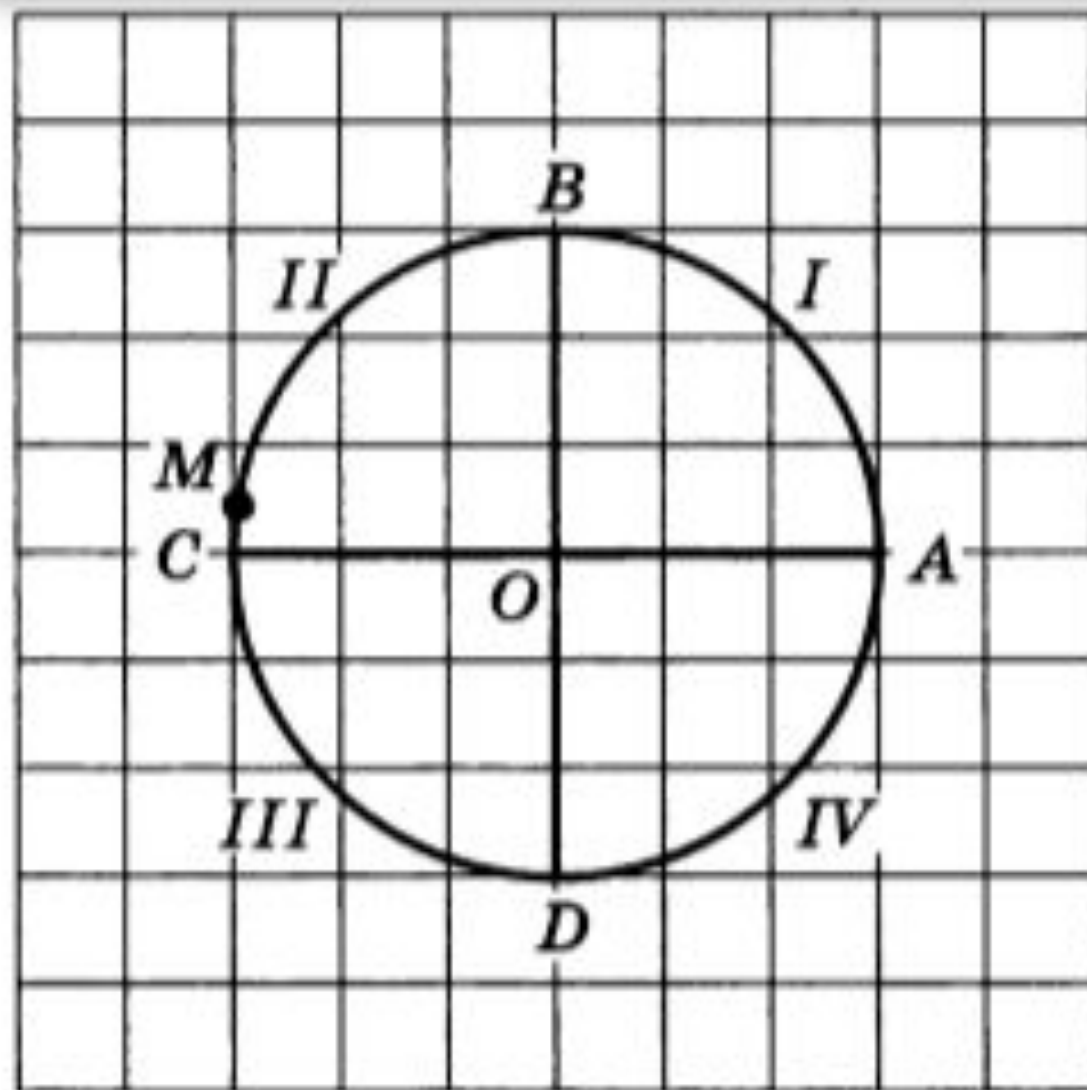


Против часовой стрелки  
всегда положительные  
значения

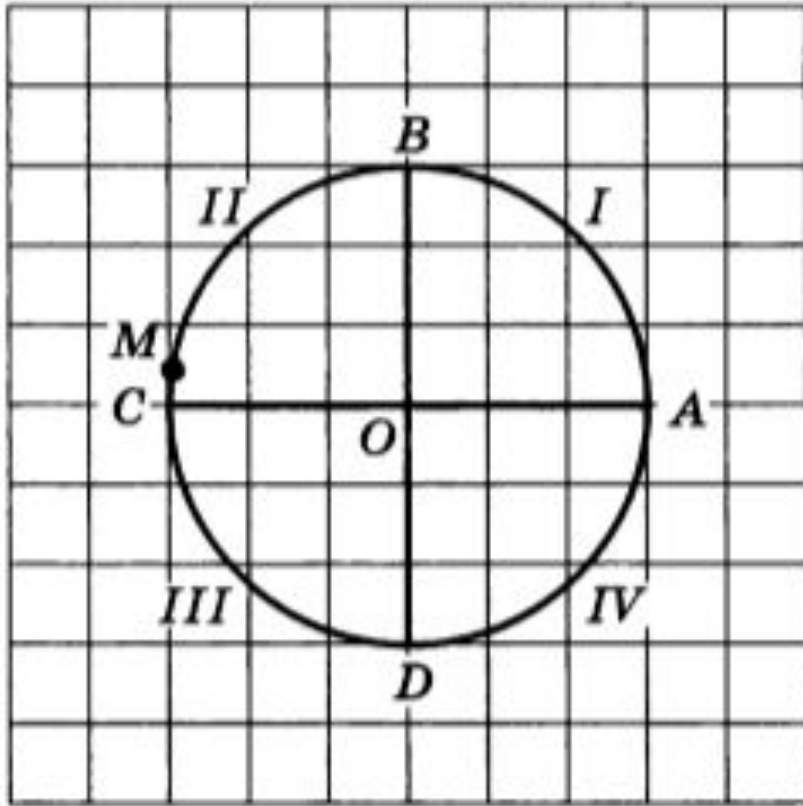
$$L = 2\pi R$$
$$R = 1$$
$$L = 2\pi \text{ (длина всей окружности)}$$

По часовой стрелке  
всегда отрицательные  
значения

Единичную окружность с установленным соответствием (между действительными числами и точками окружности) будем называть **числовой окружностью**.



**Пример 1.** Найти на числовой окружности точку, которая соответствует заданному числу:  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\pi$ ,  $\frac{3\pi}{2}$ ,  $2\pi$ ,  $\frac{7\pi}{2}$ ,  $9\pi$ ,  $-\frac{3\pi}{2}$ .



$$\frac{\pi}{2} \longrightarrow B$$

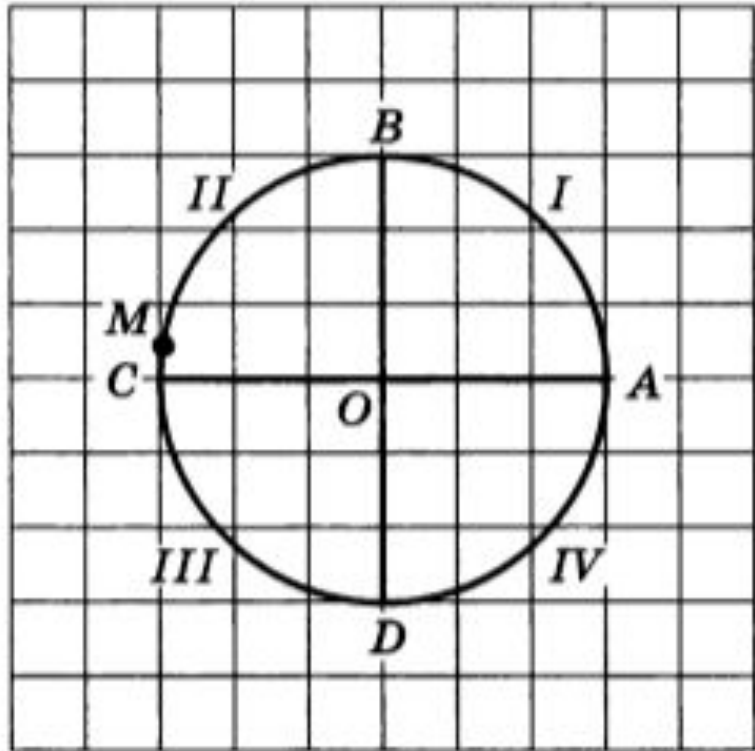
$$\pi \longrightarrow C$$

$$\frac{3\pi}{2} \longrightarrow D$$

$$2\pi \longrightarrow A$$

$$\frac{7\pi}{2} \longrightarrow 2\pi + \frac{3\pi}{2} \longrightarrow D$$

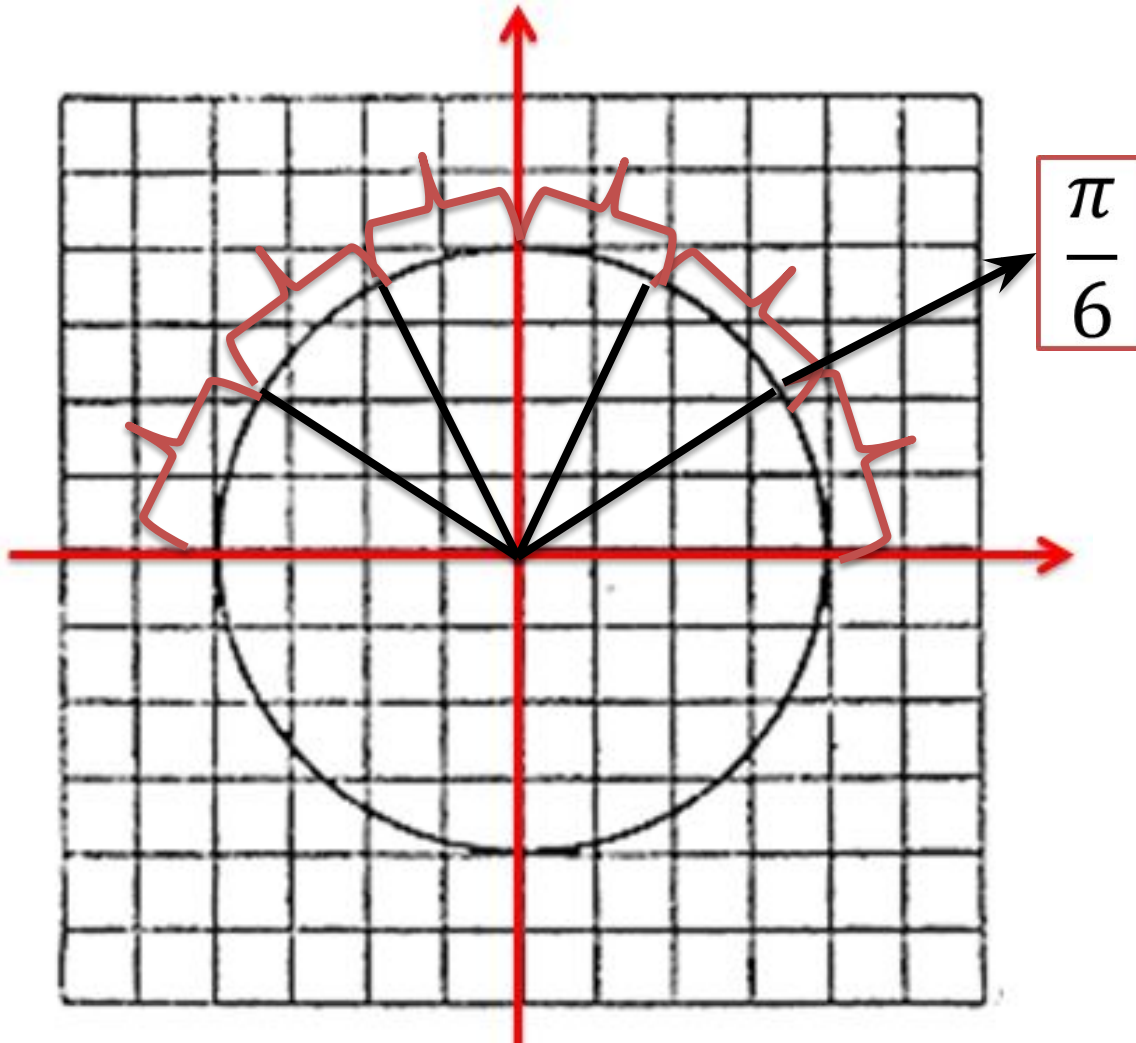
**Пример 1.** Найти на числовой окружности точку, которая соответствует заданному числу:  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\pi$ ,  $\frac{3\pi}{2}$ ,  $2\pi$ ,  $\frac{7\pi}{2}$ ,  $9\pi$ ,  $-\frac{3\pi}{2}$ .



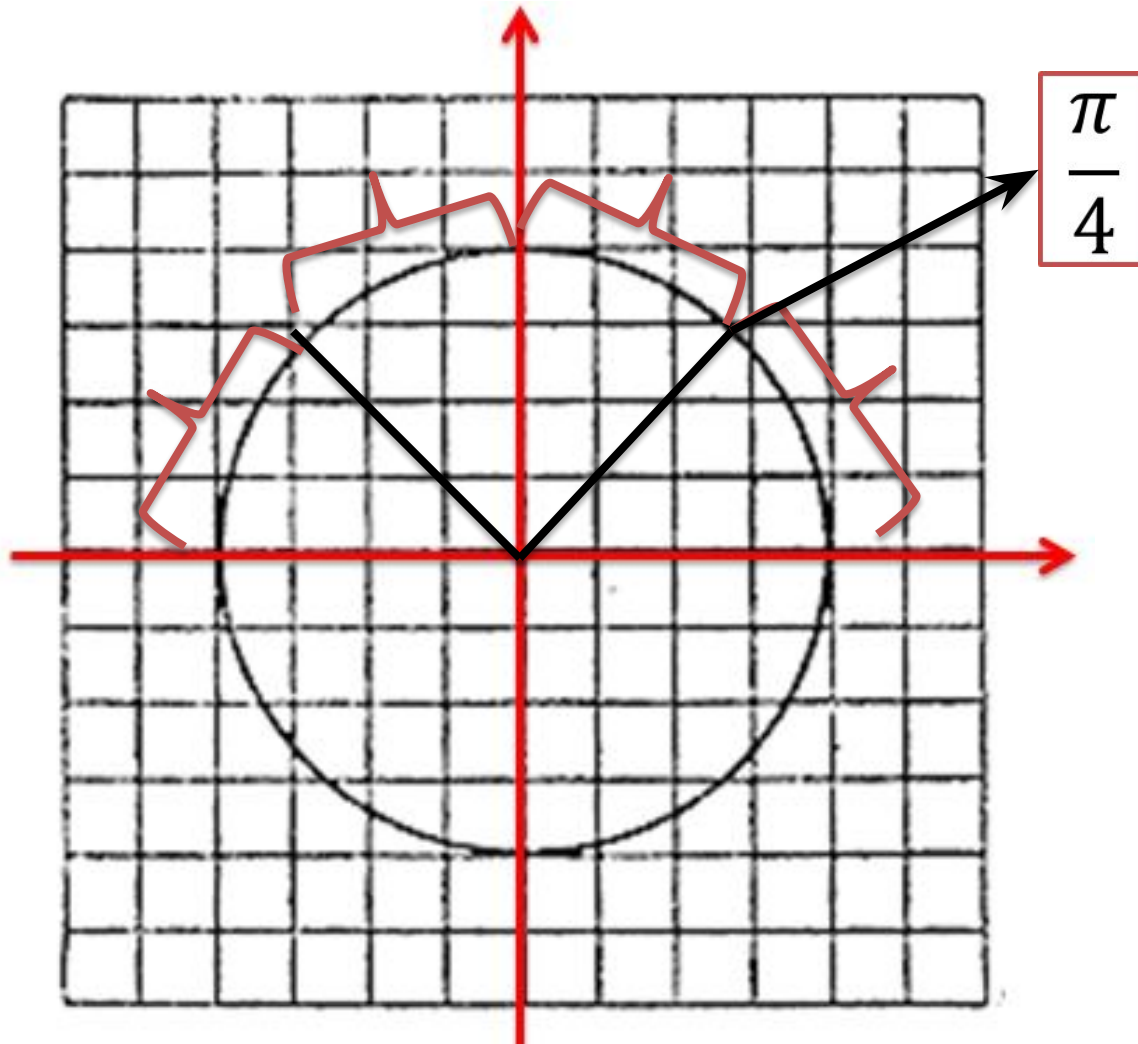
$$9\pi \rightarrow 4 * 2\pi + \pi \rightarrow C$$

$$\frac{-3\pi}{2} \rightarrow B$$

**Пример 2.** Найти на числовой окружности точки, соответствующие числам:  $\frac{\pi}{6}$ ,  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{\pi}{3}$ .

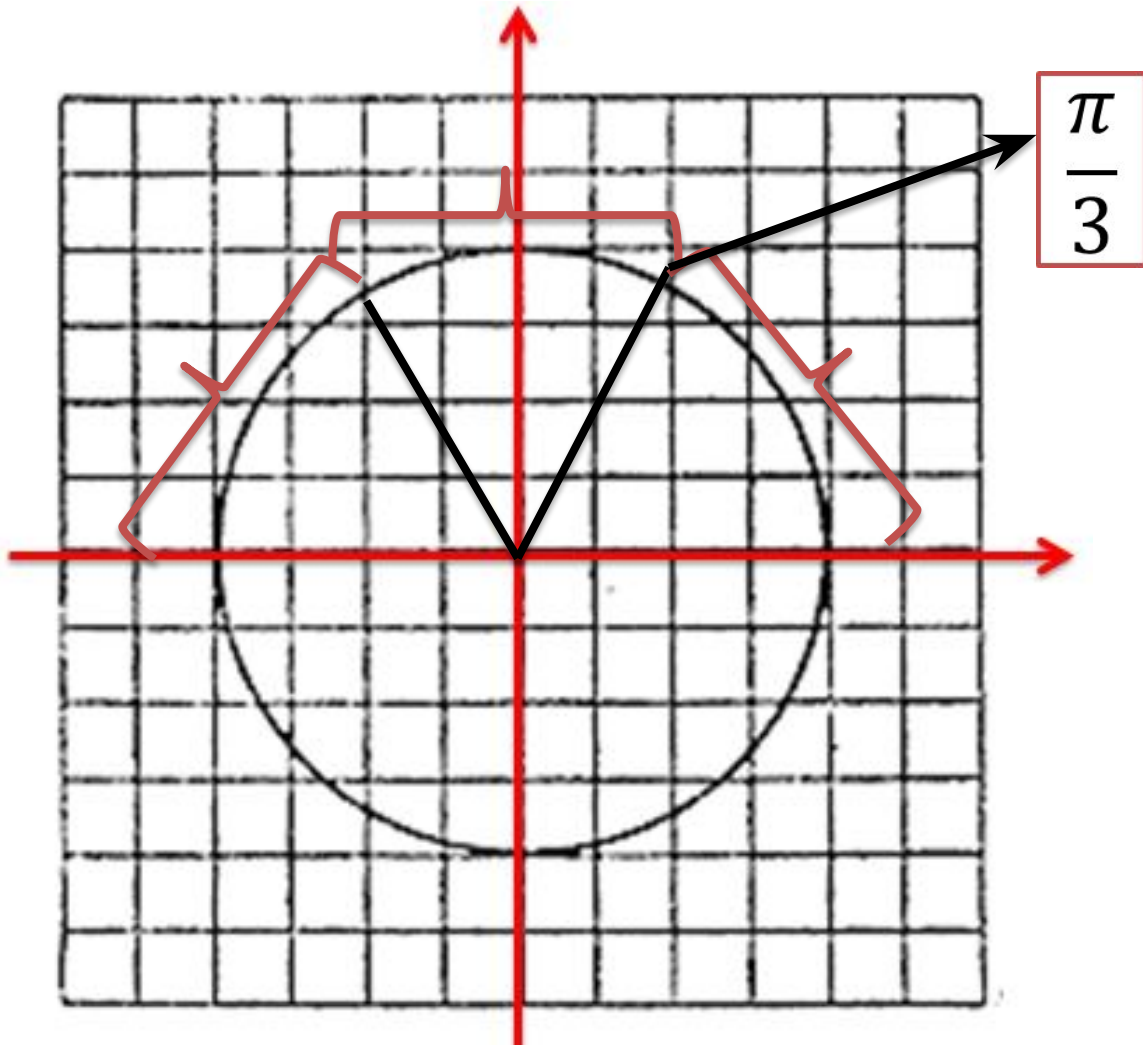


**Пример 2.** Найти на числовой окружности точки, соответствующие числам:  $\frac{\pi}{6}$ ,  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{\pi}{3}$ .

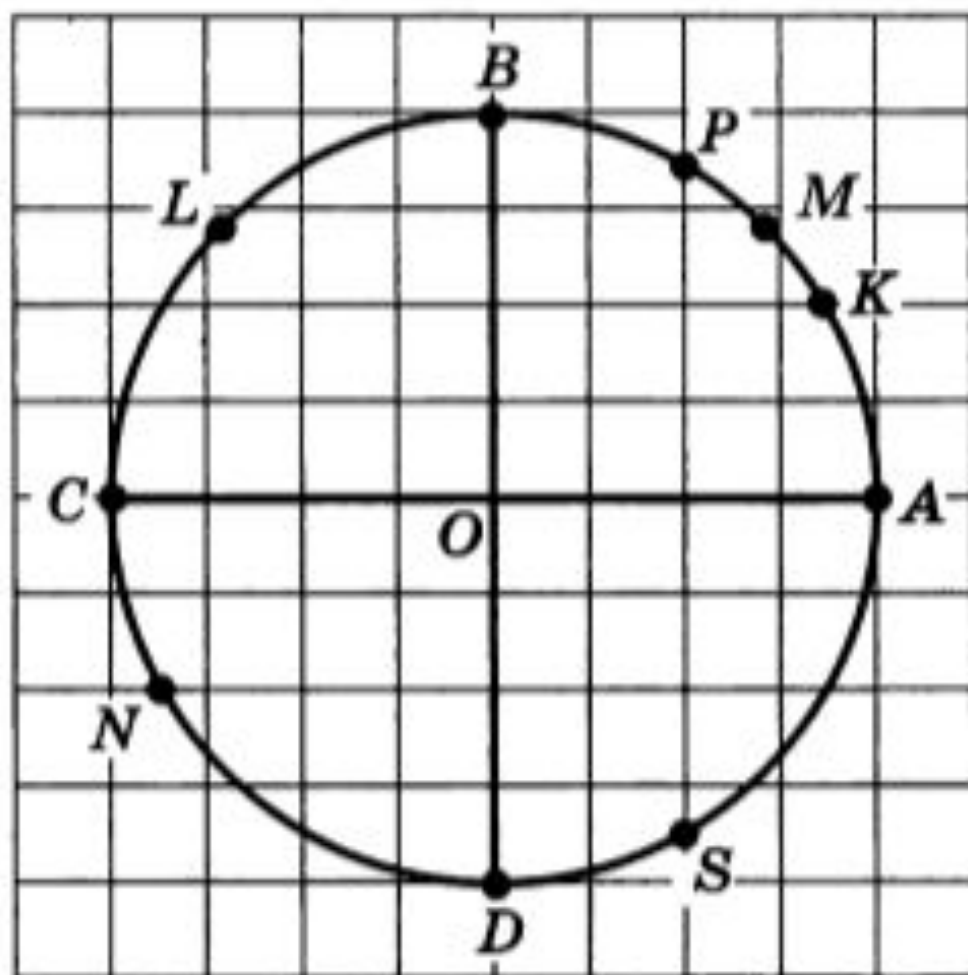


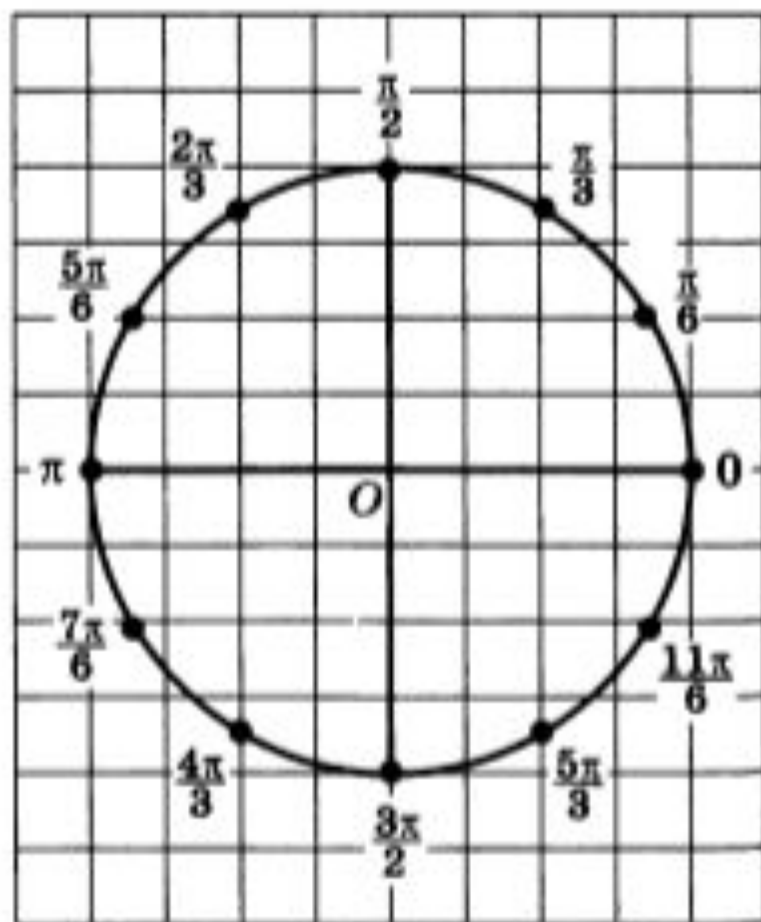
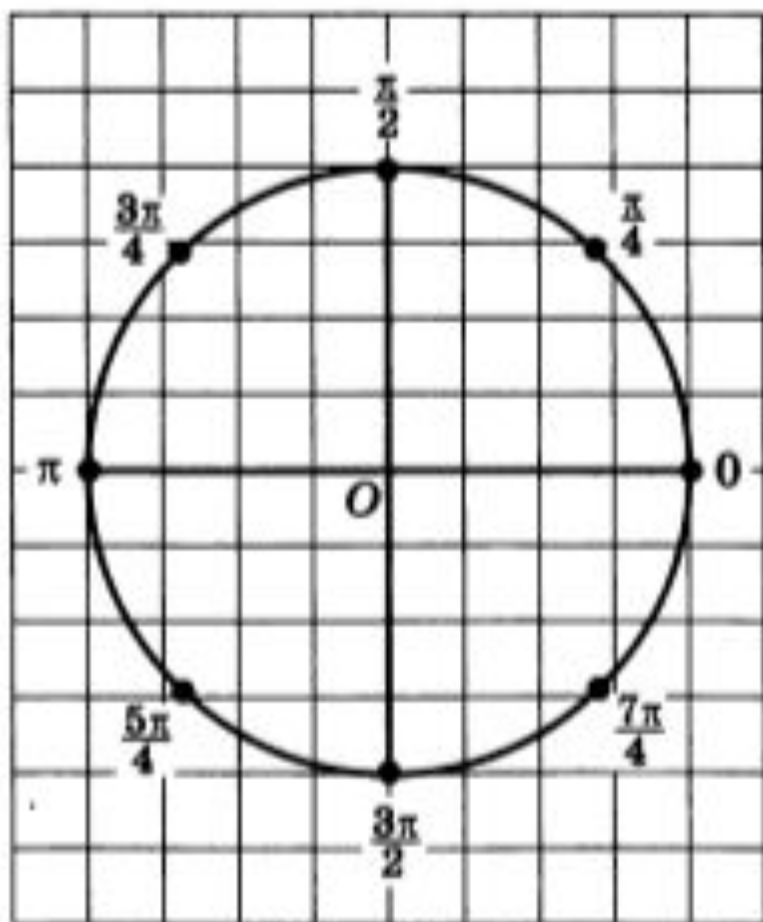


**Пример 2.** Найти на числовой окружности точки, соответствующие числам:  $\frac{\pi}{6}$ ,  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{\pi}{3}$ .



**Пример 3.** Найти на числовой окружности точки, соответствующие числам:  $-\frac{5\pi}{4}$ ,  $\frac{7\pi}{6}$ ,  $\frac{5\pi}{3}$ .





Если точка  $M$  числовой окружности соответствует числу  $t$ , то она соответствует и числу вида  $t + 2\pi k$ , где параметр  $k$  — любое целое число ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

$$M(t) = M(t + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}.$$

$$\frac{\pi}{4}$$



$$\tau = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\frac{5\pi}{6}$$



$$\tau = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

**Пример 5.** Найти на числовой окружности точку:

а)  $\frac{19\pi}{4}$ ;    б)  $-\frac{37\pi}{6}$ .

**Решение.**

а)  $\frac{19\pi}{4} = \left(4 + \frac{3}{4}\right) \cdot \pi = 4\pi + \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi \cdot 2.$

Значит, числу  $\frac{19\pi}{4}$  соответствует на числовой окружности та же точка, что и числу  $\frac{3\pi}{4}$ , — это середина второй четверти (рис. 50).

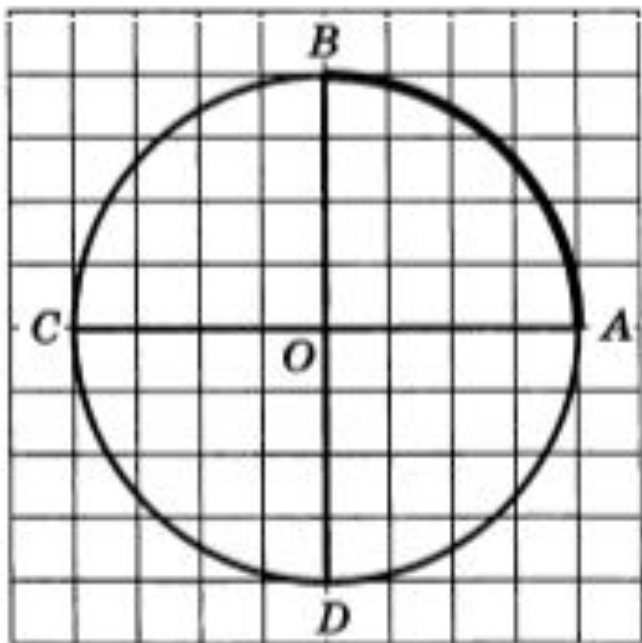
б)  $-\frac{37\pi}{6} = -\left(6 + \frac{1}{6}\right) \cdot \pi = -6\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot (-3).$

Значит, числу  $-\frac{37\pi}{6}$  соответствует на числовой окружности та же точка, что и числу  $-\frac{\pi}{6}$  (или числу  $\frac{11\pi}{6}$  на рис. 51).    ■

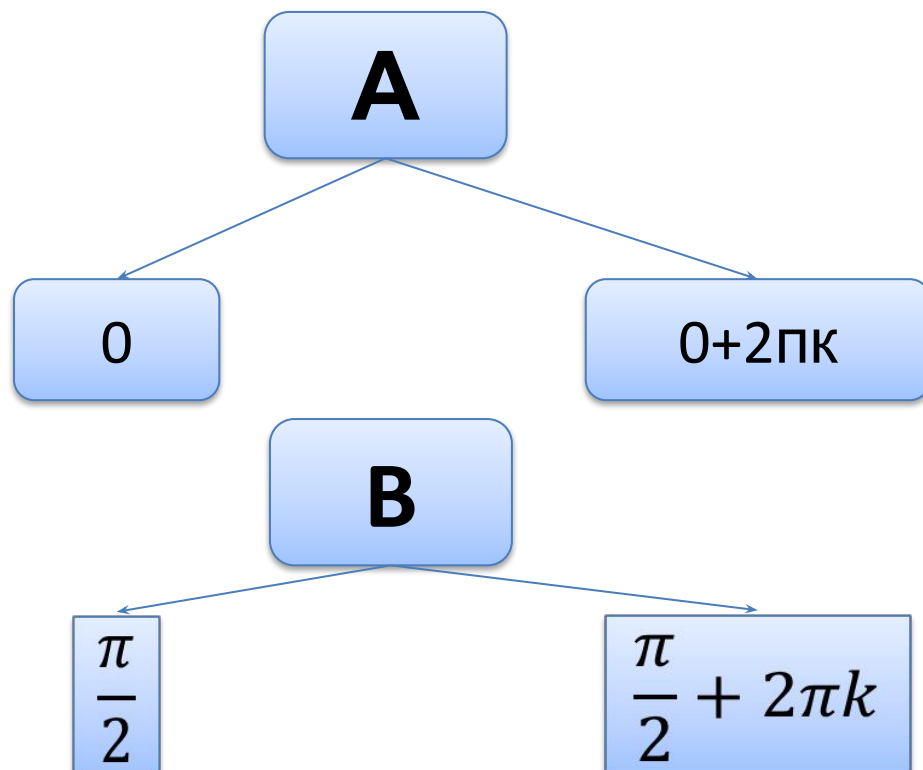
**Пример 7.** Найти все числа  $t$ , которым на числовой окружности соответствуют точки, принадлежащие заданной дуге:

а)  $AB$ ;    б)  $BA$ ;    в)  $BD$ ;    г)  $DB$ ;    д)  $KM$ ;    е)  $MK$

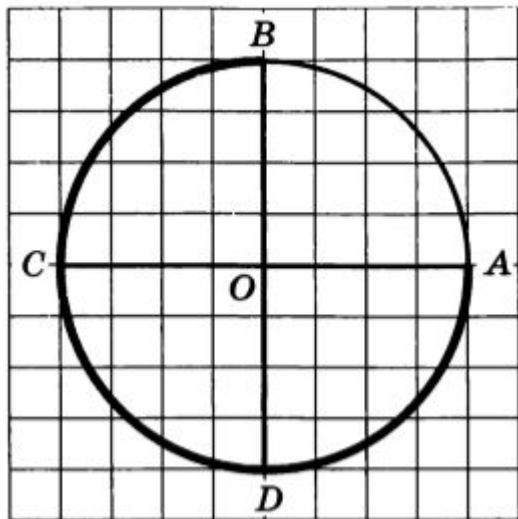
(здесь  $K$  и  $M$  соответственно середина первой и третьей четвертей числовой окружности).



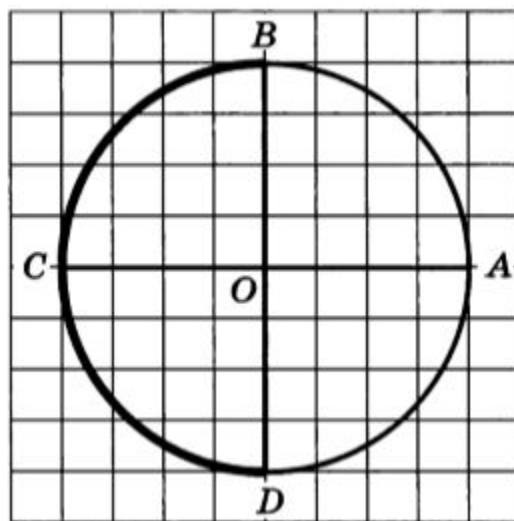
$$0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$



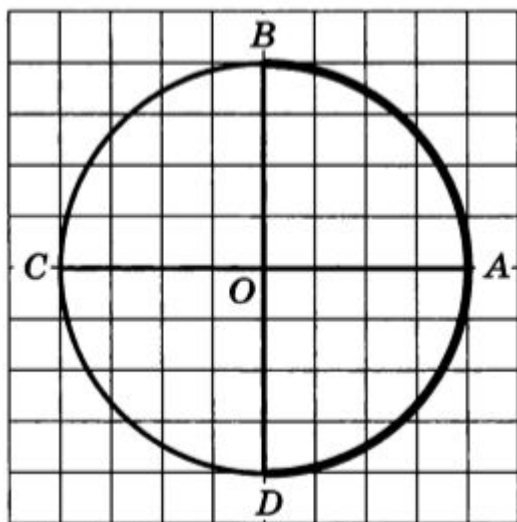
Число в левой части неравенства всегда было меньше числа в правой части неравенства



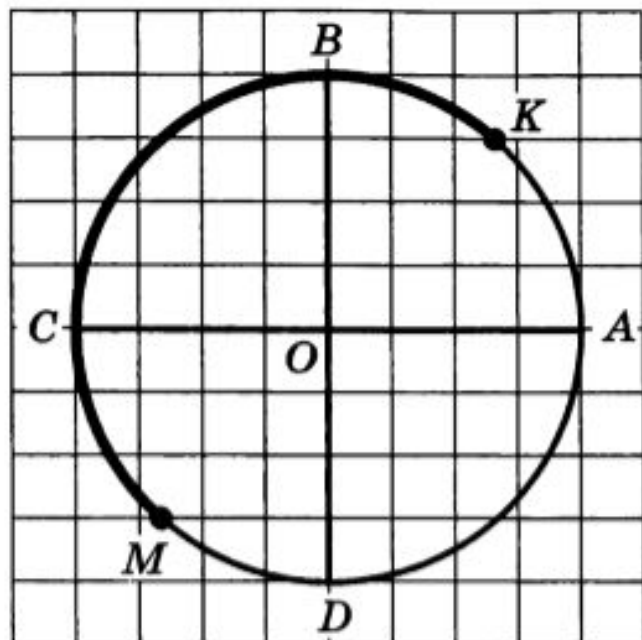
$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq t \leq 2\pi + 2\pi k^*.$$



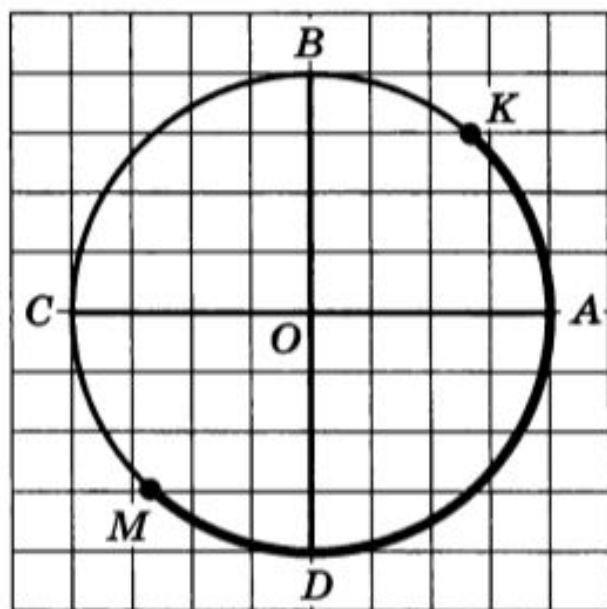
$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq t \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi k.$$



$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq t \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi k.$$



$$\frac{\pi}{4} + 2\pi k \leq t \leq \frac{5\pi}{4} + 2\pi k.$$



$$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \leq t \leq \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbf{Z}.$$