СИСТЕМЫ СО МНОГИМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

СОДЕРЖАНИЕ

КОЛЕБАНИЯ БЕЗ ТРЕНИЯ И ПРИ НАЛИЧИИ ТРЕНИЯ

Колебаниями *называют движение или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени.*

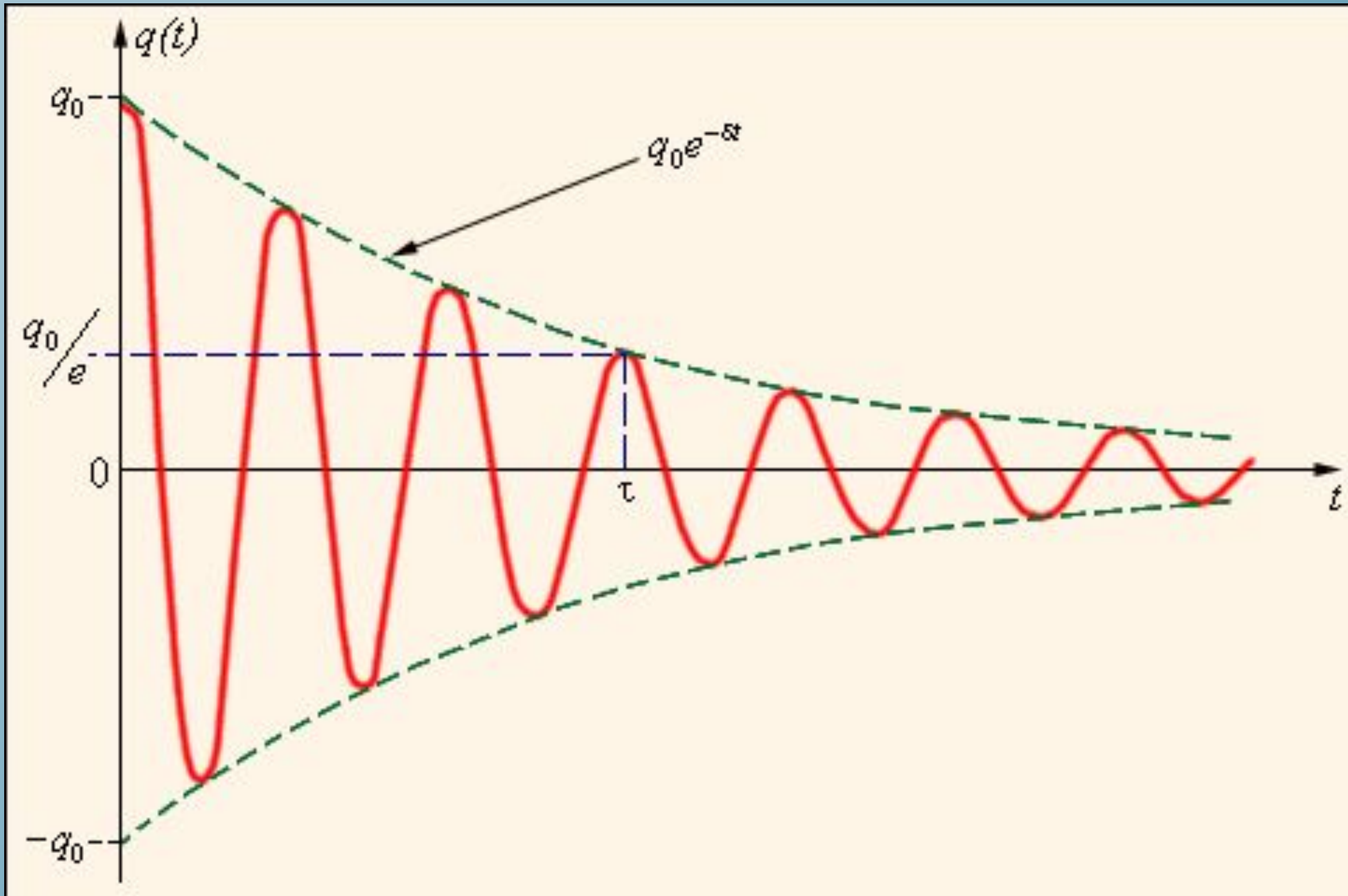
Свободные колебания *– те колебания, которые совершаются за счёт первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии воздействия внешних сил на колебательную систему.*

Гармонические колебании

$x = A\sin(\omega_0 t+\varphi_0)$

ω_0 *– циклическая частота – число полных колебаний, которые совершаются за 2П единиц времени* $\varphi=2\pi\nu$

$T=2\pi/\omega$ *– период колебаний.*



q(t)
q0
q0e−βt
q0/e
0
τ
t
−q0

Колебания при наличии трения.

Затуханием колебаний называется постепенное ослабление колебаний с течением времени, обусловленное потерей энергии колебательной системой. Свободные колебания реальных систем всегда затухают. Затухание свободных механических колебаний вызывается главным образом трением и возбуждением в окружающей среде упругих волн.

Колебания в отсутствие трения *(сопротивления среды) являются гармоническими. Примерами свободных гармонических колебаний служат колебания систем под действием упругих или квазиупругих сил. Частота свободных колебаний системы в отсутствие сил трения и сопротивления среды называются собственной частотой механической системы.*

Назад

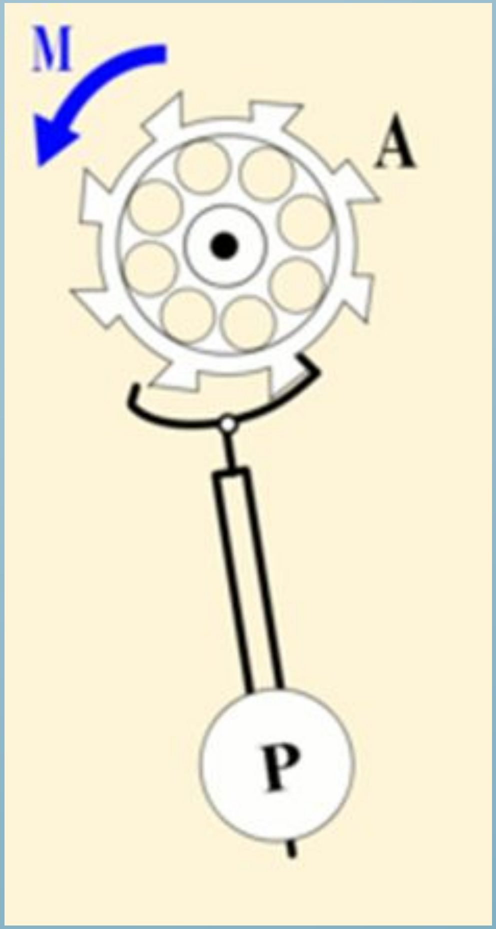
АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

- *Под **автоколебаниями** понимают колебательный процесс в диссипативных системах (т.е. в системах с потерями задействованной в процессе энергии - на трение, выделение тепла), характеристики которого - амплитуда колебаний, их форма, период и частота (в более общем случае - спектр) определяются самой системой и не зависят от изменения начальных условий.*

*Предельный цикл является **устойчивым**, если все соседние траектории приближаются к нему при $t \to \infty$, и **неустойчивым**, если соседние траектории удаляются от него при $t \to \infty$.*

В окружающей нас жизни и технике очень широко распространены примеры автоколебательных систем. Примеры автоколебаний в природе и технике:

- *Под воздействием ветра начинает колебаться трава и листья деревьев, полотнище флага.*
- *Возникновение звуков и голосов зверей, птиц, людей происходит в результате колебания голосовых связок из-за проходящего потока воздуха.*
- *Турбулентные потоки на перекатах рек и ручьев.*
- *Звучание струн смычковых и духовых музыкальных инструментов.*

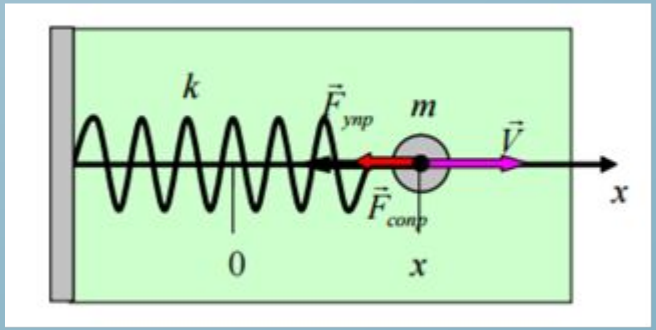


На рисунке показана схема механизма маятниковых часов. На ось храпового колеса А (которое в этой системе выполняет функцию нелинейного регулятора) действует постоянный момент силы М, передающийся через зубчатую передачу от заводной пружины или от гири. При вращении колеса А его зубцы сообщают кратковременные импульсы силы маятнику Р (осциллятору), благодаря которым его колебания не затухают.

Назад

КОЛЕБАНИЯ БЕЗ ЗАТУХАНИЯ И ПРИ НАЛИЧИИ ЗАТУХАНИЯ

Затухающими колебаниями называются свободные колебания механической системы при наличии сил трения или сил сопротивления среды.

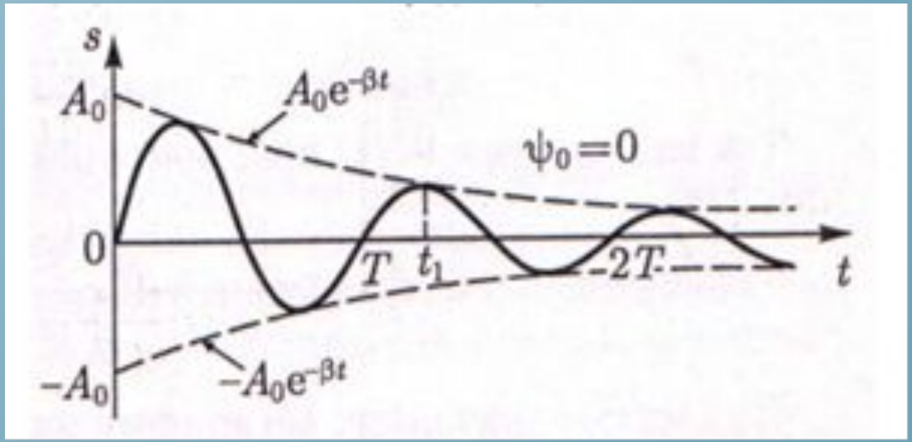


Если убыль энергии не восполняется за счёт работы внешних сил, колебания будут затухать. При этом механическая энергия переходит в теплоту. Механическая модель системы, совершающей затухающие механические колебания, приведена на рисунке: материальная точка массой m, колеблющаяся в вязкой среде под действием упругой Fупр (или квазиупругой) силы и силы сопротивления Fсопр вдоль некоторой оси x.

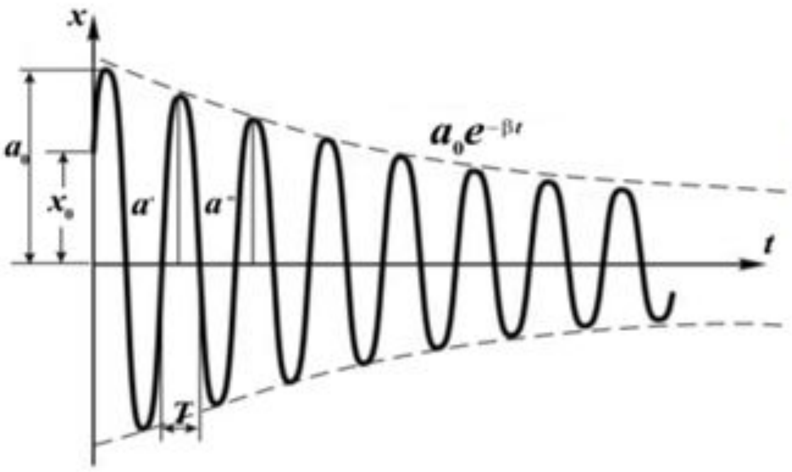
Выражение $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$ называется дифференциальным уравнением затухающих колебаний.

В зависимости от соотношений между величинами β и ωо существует три типа решений уравнения:
если β < ωо - затухающие колебания,
если β << ωо - слабое затухание,
если β > ωо - сильное затухание.

График зависимости x = f (t) при затухающих колебаниях изображен на рисунке.



ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ.



1. Коэффициент затухания $\beta = \dfrac{r}{2m}$ (r – коэффициент сопротивления среды, m – масса тела) определяет, насколько быстро уменьшается амплитуда колебаний с течением времени.

2. Промежуток времени τ, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз (e – основание натурального логарифма), называется временем релаксации: $\dfrac{A(t)}{A(t+\tau)} = e$, подставим в это отношение выражение $A = A_0e^{-\beta t}$, получим $\dfrac{A_0e^{-\beta t}}{A_0e^{-\beta(t+\tau)}} = e^{\beta\tau} = e$. Отсюда $\tau = \dfrac{1}{\beta}$, время релаксации – это величина, обратная коэффициенту затухания.

3. N_e – число колебаний за промежуток времени, в течение которого амплитуда уменьшается в e раз. Так как время одного колебания – это период T', а время релаксации τ, то $N_e = \dfrac{\tau}{T'} = \dfrac{1}{\beta T'}$.

4. Логарифмический декремент затухания λ - величина, равная натуральному логарифму отношения амплитуд затухающих колебания в моменты времени, разделенные промежутком в один период T' : $\lambda = \ln\dfrac{A(t)}{A(t+T')} = \dfrac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T')}} = \ln e^{\beta T'} = \beta T'$.

5. Добротностью называется умноженное на число π количество колебания за время, в течение которого амплитуда уменьшилась в e раз: $Q = \dfrac{\pi}{\lambda} = \pi N_e$.

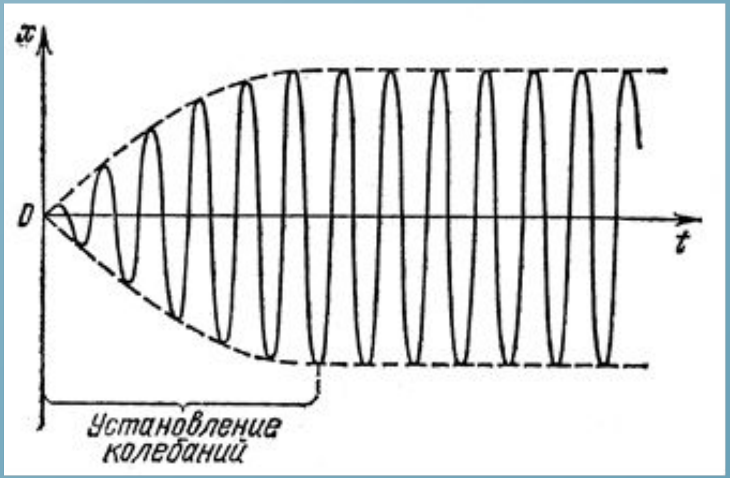
Назад

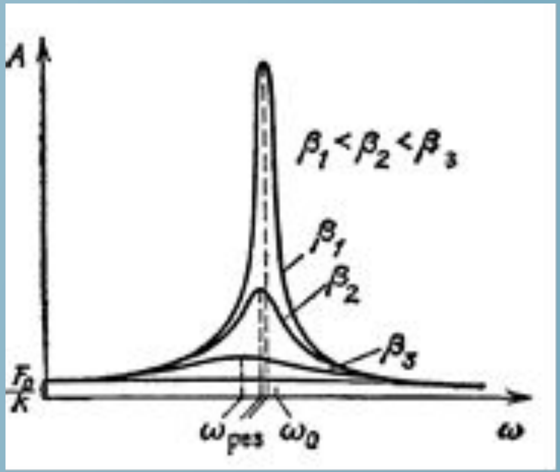
ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Колебания, совершающиеся под воздействием внешней периодической силы, называются вынужденными.

В этом случае внешняя сила совершает положительную работу и обеспечивает приток энергии к колебательной системе. Она не дает колебаниям затухать, несмотря на действие сил трения.

Периодическая внешняя сила может изменяться во времени по различным законам. Особый интерес представляет случай, когда внешняя сила, изменяющаяся по гармоническому закону с частотой ω, воздействует на колебательную систему, способную совершать собственные колебания на некоторой частоте ω0.





Допустим, что механическая колебательная система подвергается действию внешней силы, изменяющейся со временем по гармоническому закону:

$$F_x = F_0 \cos \omega t \qquad (2.1)$$

В этом случае уравнение второго закона Ньютона имеет вид

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t$$

Введя обозначения , преобразуем, уравнение приобретёт вид:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos \omega t \qquad (2.2)$$

Здесь β — коэффициент затухания, ω0 — собственная частота колебательной системы, ω — частота вынуждающей силы.
Дифференциальное уравнение (2.2) описывает вынужденные колебания.

Назад

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!