

Системы счисления

Система счисления — это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью цифр — символов некоторого алфавита.

Все системы счисления делятся на **позиционные** и **непозиционные**. В позиционных системах счисления значение цифры зависит от ее положения в записи числа, а в непозиционных — не зависит.

Позиция цифры в числе называется **разрядом**.
Разряд числа возрастает справа налево, от младших разрядов к старшим.

Каждая позиционная система использует **алфавит цифр** и **основание**. В позиционных системах счисления **основание** системы равно количеству цифр (знаков в ее алфавите) и определяет, во сколько раз различаются значения цифр соседних разрядов числа.

Позиционными системами счисления являются десятичная и двоичная.

Система счисления	Основание	Количество цифр	Алфавит
Десятичная	10	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Двоичная	2	2	0,1
Троичная	3	3	0,1,2
Восьмеричная	8	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Шестнадцатеричная	16	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A(10),B(11),C(12),D(13),E(14),F(15)

Число 555 в десятичной системе выглядит следующим образом:

$$555_{10} = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

Развернутая запись двоичного числа 101 будет иметь вид:

$$101_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

Развернутая запись двоичного числа 1010,01 будет иметь вид:

$$1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$$

Развернутая запись восьмеричного числа 673,8 будет иметь вид:

$$6 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1}$$

Развернутая запись шестнадцатеричного числа 8A,F будет иметь вид:

$$\begin{aligned} 8 \cdot 16^1 + A \cdot 16^0 + F \cdot 16^{-1} &= \\ = 8 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 + 15 \cdot 16^{-1} \end{aligned}$$

Перевод чисел в десятичную систему счисления

Перевод числа из двоичной системы в десятичную.

$$\begin{aligned}10,11_2 &= 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = \\ &= 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{4} = \\ &= 2 + 0 + 0,5 + 0,25 = 2,75_{10}\end{aligned}$$

Перевод числа из троичной системы в десятичную.

$$\begin{aligned}1021_3 &= 1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = \\ &= 27 + 0 + 6 + 1 = 34_{10}\end{aligned}$$

Перевод числа из восьмеричной системы в десятичную.

$$\begin{aligned} 67,5_8 &= 6 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} = \\ &= 48 + 7 + 5 \cdot \frac{1}{8} = 48 + 7 + 0,625 = 55,625_{10} \end{aligned}$$

Перевод числа из шестнадцатеричной системы в десятичную.

$$\begin{aligned} 19F_{16} &= 1 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16^1 + F \cdot 16^0 = \\ &= 256 + 144 + 15 = 415_{10} \end{aligned}$$

Выполнение арифметических операций в двоичной системе счисления.

Сложение.

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 10$

Вычитание.

$0 - 0 = 0$
$0 - 1 = \bar{1}1$
$1 - 0 = 1$
$1 - 1 = 0$

Умножение.

$0 \cdot 0 = 0$
$0 \cdot 1 = 0$
$1 \cdot 0 = 0$
$1 \cdot 1 = 1$

Примеры:

$$\begin{array}{r} 1001 \\ + 1010 \\ \hline 10011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10111001,1 \\ - 10001101,1 \\ \hline 00101100,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11001 \\ * 1101 \\ \hline 11001 \\ 00000 \\ 11001 \\ 11001 \\ \hline 101000101 \end{array}$$

Домашнее задание

Домашнее задание:

Проведите сложение, вычитание и умножение над двоичными числами и проверьте правильность выполнения арифметических действий в десятичной системе счисления:

11_2 и 10_2 , 111_2 и 110_2 .

Задания

1. Выполнить следующие действия сложения:

$$1110_2 + 101_2$$

$$11010101_2 + 1110_2$$

$$1011101_2 + 11101101_2$$

$$11101011_2 + 10011101_2$$

2. Выполнить следующие действия умножения:

$$101_2 * 11_2$$

$$11010101_2 * 1110_2$$

$$111110_2 * 1000010_2$$