Показательная функция

О, мир, пойми!
Певцом – во сне открыты
Закон звезды и формула цветка.

М. Цветаева.

Порядок роста и убывания функции

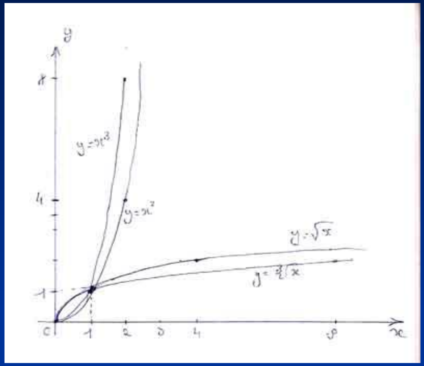
Функция – это основной математический инструмент для изучения связей, зависимостей между различными величинами. Чем большим запасом функций мы располагаем, тем шире и богаче наши возможности математического описания окружающего нас мира.

В 8-9 классах мы подробно изучали квадратичные зависимости. Так, путь при равноускоренном движении квадратично зависит от времени; энергия падающего тела квадратично зависит от его скорости; количество теплоты, выделяемое током, текущим по проводнику, квадратично зависит от силы тока и.т.д.

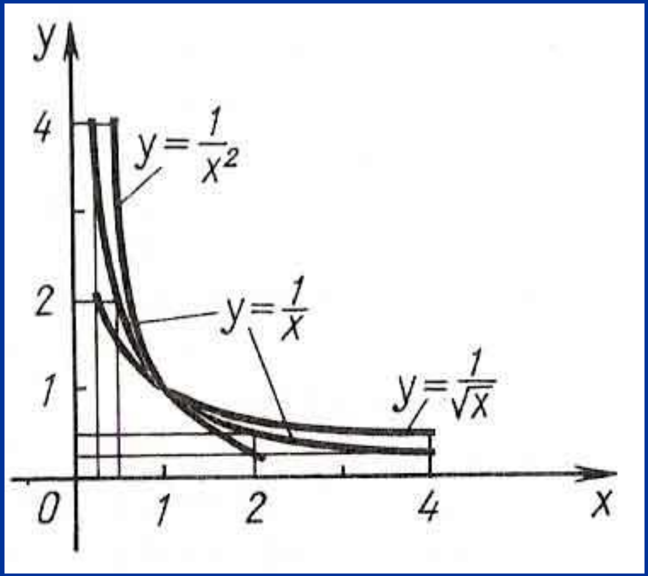
Степенные зависимости более высокого порядка также встречаются на практике. Например, по закону Стефана-Больцмана излучательная способность абсолютно чёрного тела пропорциональна четвёртой степени его температуры. Масса шара является кубической функцией его радиуса.

Функция вида **$y=x^k$**

Графики степенной функции показывают рост различных процессов, чем больше Коэффициент k, тем быстрее растут эти функции.



Простейшая убывающая функция задается обратно пропорциональной зависимостью. Чем больше степень, тем быстрее убывают эти функции при больших значениях X.



В естествознании и технике встречаются процессы, рост или затухание которых происходят быстрее, чем у любой степенной функции. С примерами быстро растущих функций человек столкнулся уже давно. В древней легенде об изобретателе шахмат говорится, что он потребовал за первую клетку шахматной доски одно пшеничное зерно, а за каждую следующую – вдвое больше, чем за предыдущую. Человеку трудно представить себе порядок величины 264 -1 (общее число зёрен – плату за изобретение шахмат). Если грубо заменить 210=1024 на 103, то 264=24 · 260≈16·1018=1,6·1019 Достаточно сказать, что расстояние от Земли до Солнца в миллиметрах приблизительно равно 1,5·1014, так что, считая диаметр зерна равным 1мм, можно этим зерном 100000 раз уложить путь от Земли до Солнца. Поразительное явление быстрого роста членов геометрической прогрессии, т. е. числа вида cq^n, отражено о многих старинных задачах. Однако лиши с конца XVII в. Стали систематически рассматриваться зависимости y= cq^n, в которых переменная x принимает не только целые значения. Такие функции называются показательными.

Показательные функции обладают замечательными свойствами: скорость их роста пропорциональна значению самой функции. Они как костёр, который, чем больше разгорается, тем больше в него надо подкладывать дров. Необходимость изучения функции, у которой производная пропорциональна самой функции, возникла в обнаружением различных законов естествознания, таких, как законы размножения, законы радиоактивного излучения.

Показательная функция
Исследование показательных уравнений

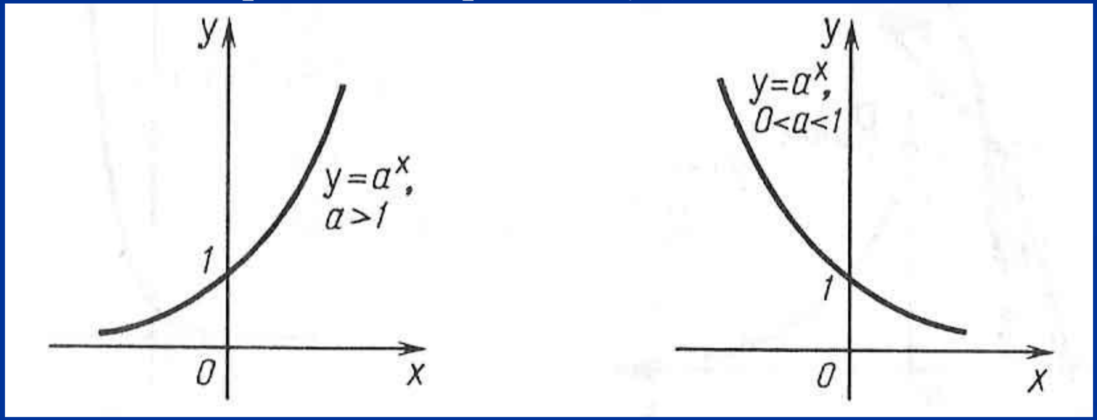
Некоторые наиболее часто встречающиеся виды трансцендентных функций, прежде всего показательные, открывают доступ ко многим исследованиям.

Л. Эйлер

Определение: Показательной функцией называется функция вида $\mathbf{y=a^x}$ **,** где a – заданное положительное число, $a \neq 1$.
Если $a=0$, то функция получается постоянной.

Свойства:

1. Область определения – множество R всех действительных чисел.
2. Множество значений – множество всех положительных чисел.
3. <u>Монотонность:</u>
   при a>1функция строго возрастает;
   при a<1 функция строго убывает .
4. Всегда проходит через точку (0;1)



Чем больше a,тем быстрее рост функции.

Чем больше a, тем медленнее рост функции

Число e

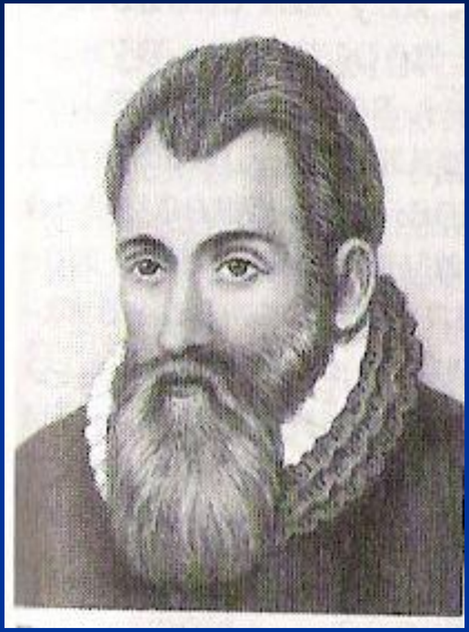
e - иррациональное, трансцендентное число (не алгебраическое)
Число e можно представить как сумму:
e=1+1/1+1/1· 2+1/1· 2· 3+…+1/1· 2· 3· …· n+….
(n!=1· 2· 3· …· n)
e=2,71828182459045…
y= e^x – экспоненциальная функция, экспонента.
y=expx
e - неперово число

$$e^x = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

Показательная функция может быть разложена в степенной ряд:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Джон Непер
(16-17 вв.)



Шотландский математик, изобретатель логарифмов. Учился в Эденбургском университете. В построении «Удивительной таблицы логарифмов» (1916г.) изложил принципы вычисления таблиц.

Понятен ли вам смысл распространённых выражений?

- «Численность бактерий растёт по экспоненте»
- «Сила тока затухает по экспоненте»
- «Его успехи растут по экспоненте»