Простейшие логарифмические неравенства

Определение

- **Неравенство, содержащее переменную только под знаком логарифма, называется логарифмическим.**
- **При $a>1$ –функция возрастает (знак сохраняется)**
- **При $0<a<1$ – функция убывает (знак меняется)**

Некоторые методы решения логарифмических неравенств.

Назад

Простейшие логарифмические неравенства

Сведение неравенства к простейшему

Метод введения новой переменной

Сведение к равносильной совокупности

Метод рационализации (замены множителей)

http://aida.ucoz.ru

Алгоритм решения логарифмического неравенства.

1. Найти (О.Д.З.) область допустимых значений (подлогарифмическое выражение больше нуля).
2. Левую и правую чисти неравенства в виде логарифмов по одному и тону же основанию:

$$\log_a f(x) > \log_a g(x)$$

3. Определить, возрастающей или убывающей является логарифмическая функция.

(если а > 1, то возрастающая; если 0 < a < 1, то убывающая).

4. Перейти к более простому неравенству (подлогарифмических выражений), учитывая, что знак неравенства сохранится, если функция возрастает, и изменится, если она убывает:

$$\log_a f(x) > \log_a g(x)$$

если а > 1 , то $f(x) > g(x)$

если 0 < а < 1 , то $f(x) < g(x)$

http://aida.ucoz.ru

5. Схема выполнения равносильных преобразований простейших логарифмических неравенств

$$\log_a f(x) \rangle \log_a g(x)$$

$$a \rangle 0,\ a \neq 1, \quad то$$

1) *Если* $0 \langle a \langle 1$

$$\begin{cases} f(x) \langle g(x) \\ f(x) \rangle 0 \end{cases}$$

Знак неравенства меняется и учитывается ОДЗ

2) *Если* $a \rangle 1$

$$\begin{cases} f(x) \rangle g(x) \\ g(x) \rangle 0 \end{cases}$$

Знак неравенства не меняется и учитывается ОДЗ

Примеры решения логарифмических неравенств

Пример 1.

$\log_3(x+2) \le 3$

О.Д.З: $(x+2) > 0$, $X > -2$

$\log_3(x+2) \le \log_3 27$

Функция $y=\log_3 x$ возрастает, значит знак неравенства при переходе к подлагорифмическому выражению не меняется.

$x+2 \le 27$

$x \le 25$

Ответ: $(-2;25]$

http://aida.ucoz.ru

Пример 2.

$$\log_{0,5}(x-1) > \log_{0,5}(3x+2)$$

О.Д.З: $\begin{cases} x-1>0, \\ 3X+2>0; \end{cases}$ $\begin{cases} x>1, \\ x>-2/3. \end{cases}$ Следовательно, $x>1$

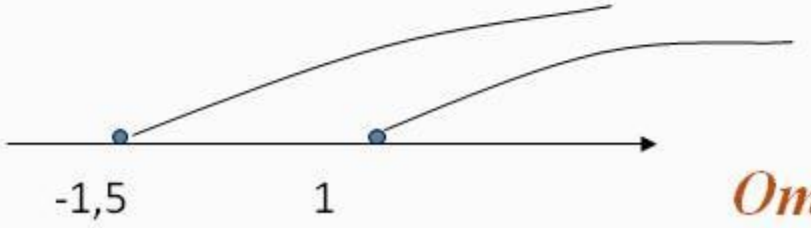
Функция $У=\log_{0,5} x$ убывает, значит знак неравенства при переходе к подлагорифмическому выражению меняется.

$x-1 < 3x+2$

$x-3x < 1+2$

$-2x < 3$ (при делении на отрицательное число знак неравенства меняется на противоположенный)

$x>-1,5$



Ответ: (1; ∞)

Р3

http://aida.ucoz.ru

6. Примеры решения простейших логарифмических неравенств.

$$1)\ \log_5(2x) \rangle \log_5(x-1)$$

Т.к. $5\rangle 1$, *то функция* $y=\log_5 t$ – *возрастающая*

и, учитывая ОДЗ, получаем

$$\begin{cases} 2x \rangle x-1 \\ x-1\rangle 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \rangle -1 \\ x \rangle 1 \end{cases} \qquad x \rangle 1$$

$$Ответ:\ (1;+\infty)$$

Примеры решения простейших логарифмических неравенств. (продолжение)

$$2)\quad \log_{\frac{1}{2}}(2x) \rangle \log_{\frac{1}{2}}(x-1)$$

Т.к. $0 \langle \frac{1}{2} \langle 1$, *то функция* $y = \log_{\frac{1}{2}} t$ – *убывающая*

и, учитывая ОДЗ, получаем

$$\begin{cases} 2x \langle x-1 \\ 2x \rangle 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \langle -1 \\ x \rangle 0 \end{cases} \quad \textit{решений нет}$$

Ответ: решений нет

Способы решения логарифмических неравенств

- 1. ***<u>Решение простейших логарифмических неравенств (по определению)</u>***

$$\log_5(3x+1) < 2$$

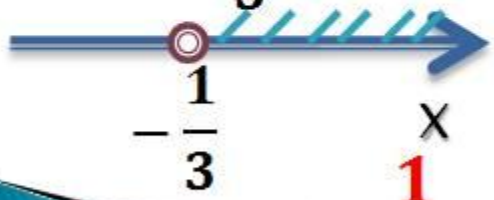
Решение:

1. $D(\log a) = R_+$

$3x + 1 > 0$

$3x > -1$

$x > -\frac{1}{3}$



$D(\log_5) = (-\frac{1}{3}; +\infty)$

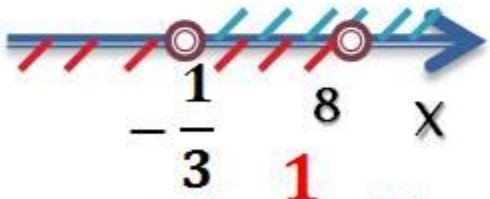
2. т.к а=5>1; функция $y = \log_5 t$ возрастает

$3x + 1 < 5^2$

$3x + 1 < 25$

$3x < 24$

$x < 8$



$x \in (-\frac{1}{3}; 8)$

Решите логарифмические неравенства

Домашняя работа

$$a)\ log_3(x+4) > 1$$

$$b)\ log_{0,3}(2x+1) < log_{0,3}(4x-8)$$

$$c)\ \lg(3x-7) \le \lg(x+1)$$