



Комплексные
числа



Понятие комплексного числа

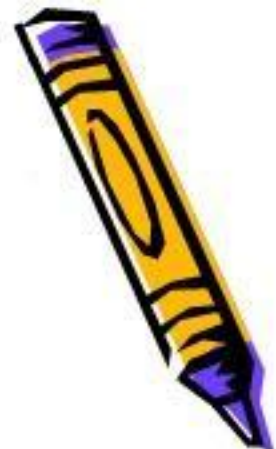
Комплексными числами называют выражения вида $a+bi$, где a и b – действительные числа, а i – некоторый символ, для которого по определению выполняется равенство $i^2=-1$.

Число a называется **действительной частью** комплексного числа $a+bi$, а число b – его **мнимой частью**.

Комплексное число $2 - 3i$

2 – действительная часть

-3 – мнимая часть



Комплексное число $a - bi$ называется комплексно сопряженным с числом $z = a + bi$ и обозначается \bar{z} .

Комплексное число $-a - bi$ называется противоположным комплексному числу $z = a + bi$ и обозначается $-z$.

Два комплексных числа $z_1 = a_1 + b_1i$ и $z_2 = a_2 + b_2i$ равны, если $a_1 = a_2$ и $b_1 = b_2$.

Действительные числа можно рассматривать, как частный случай комплексных чисел при $b = 0$

Комплексные числа, несмотря на их “лживость” и недействительность, имеют очень широкое применение. Они играют значительную роль не только в математике, а также в таких науках, как физика, химия. В настоящее время комплексные числа активно используются в электромеханике, компьютерной и космической индустрии

Применение комплексных чисел

Комплексные числа полезны во многих вопросах, где имеют дело с величинами, которые изображаются векторами на плоскости: при изучении течения жидкости, задач теории упругости.

Действия над комплексными числами

•Сравнение $a + bi = c + di$
означает, что $a=c$ и $b=d$ (два комплексных числа равны между собой тогда и только тогда, когда равны их действительные и мнимые части).

•Сложение: $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

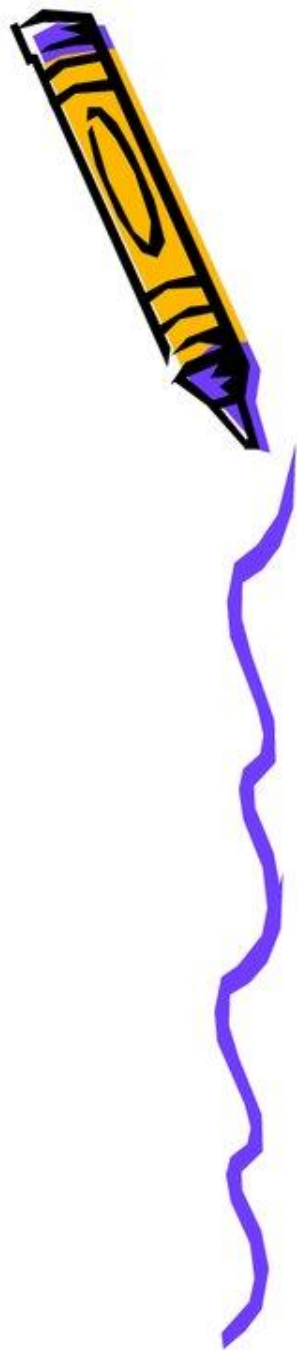
•Вычитание: $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$

•Умножение: $(a + bi) \cdot (c + di) = ac + bci + adi - bdi^2 = (ac - bd) + (bc + ad)i$

•Деление: $\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \left(\frac{bc - ad}{c^2 + d^2}\right)i$

В частности, $\frac{1}{a + bi} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2}i$

Сложение (вычитание) КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ



Примеры:

1. $z_1 = 4 + 2i$

$$z_2 = -5 + 3i$$

$$z_1 + z_2 = (4 - 5) + (2 + 3)i = -1 + 5i$$

2. $z_1 = 3 - 5i$

$$z_2 = 2 - 7i$$

$$z_1 - z_2 = (3 - 2) + (-5 - (-7))i = 1 + 2i$$



Умножение комплексных чисел

$$(a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

$$(2 + 3i) \cdot (5 + 4i) = 10 + 8i + 15i - 12 =$$
$$-2 + 23i$$

$$(1 + 3i) \cdot (4 - 2i) = 4 - 2i + 12i + 6 =$$

$$10 + 10i$$
$$(3 - 2i) \cdot (4 + 1i) = 12 + 3i - 8i + 2 = 14$$
$$- 5i$$

Деление комплексных
чисел

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{ad+bc}{c^2+d^2}i$$

пример.

$$\begin{aligned} \frac{4-5i}{2-3i} &= \frac{4 \cdot 2 + (-5) \cdot (-3)}{2^2 + 3^2} + \frac{4 \cdot (-3) + 2 \cdot (-5)}{2^2 + 3^2}i = \\ &= \frac{8+15}{4+9} + \frac{-12-10}{4+9}i = \frac{23}{13} - \frac{22}{13}i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{4+2i}{1+i} &= \frac{4 \cdot 1 + 2 \cdot 1}{1^2 + 1^2} + \frac{4 \cdot 1 + 1 \cdot 2}{1^2 + 1^2}i = \\ &= \frac{6}{2} + \frac{6}{2}i = 3+3i \end{aligned}$$