Комплексные числа

Понятие комплексного числа

Комплексными числами называют выражения вида **a+bi**, где a и в – действительные числа, а i – некоторый символ, для которого по определению выполняется равенство **i^2=-1.**

Число **а** называется **действительной частью** комплексного числа a+bi, а число **в** – его **мнимой частью**.

Комплексное число 2 - 3 *i*
2 – действительная часть
-3 – мнимая часть

Комплексное число $a - bi$ называется комплексно сопряженным с числом $z = a + bi$ и обозначается $\bar{z}$.

Комплексное число $-a - bi$ называется противоположным комплексному числу $z = a + bi$ и обозначается $-z$.

Два комплексных числа $z_1 = a_1 + b_1 i$ и $z_2 = a_2 + b_2 i$ равны, если $a_1 = a_2$ и $b_1 = b_2$.

Действительные числа можно рассматривать, как частный случай комплексных чисел при $b = 0$

Комплексные числа, несмотря на их “лживость” и недействительность, имеют очень широкое применение. Они играют значительную роль не только в математике, а также в таких науках, как физика, химия. В настоящее время комплексные числа активно используются в электромеханике, компьютерной и космической индустрии

Применение комплексных чисел

Комплексные числа полезны во многих вопросах, где имеют дело с величинами, которые изображаются векторами на плоскости: при изучении течения жидкости, задач теории упругости.

Действия над комплексными числами

•Сравнение $a + bi = c + di$
означает, что a=c и b=d (два комплексных числа равны между собой тогда и только тогда, когда равны их действительные и мнимые части).

•Сложение: $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)\,i$

•Вычитание: $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)\,i$

•Умножение: $(a + bi) \cdot (c + di) = ac + bci + adi - bdi^2 = (ac - bd) + (bc + ad)\,i$

•Деление: $\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)\,(c - di)}{(c + di)\,(c - di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \left(\frac{bc - ad}{c^2 + d^2}\right) i$

В частности, $\frac{1}{a + bi} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} i$

Сложение (вычитание) комплексных чисел

Примеры:

1. $$z_1 = 4 + 2i$$

$$z_2 = -5 + 3i$$

$$z_1 + z_2 = (4 - 5) + (2 + 3)i = -1 + 5i$$

2. $$z_1 = 3 - 5i$$

$$z_2 = 2 - 7i$$

$$z_1 - z_2 = (3 - 2) + (-5 - (-7)i = 1 + 2i$$

Умножение комплексных чисел

$(a + bi)\cdot(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$

$(2 + 3i)\cdot(5 + 4i) = 10 + 8i + 15i - 12 = -2 + 23i$

$(1 + 3i)\cdot(4 - 2i) = 4 - 2i + 12i + 6 = 10 + 10i$

$(3 - 2i)\cdot(4 + 1i) = 12 + 3i - 8i + 2 = 14 - 5i$

Деление комплексных чисел

$$\boxed{\frac{a+bi}{c+di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{ad+bc}{c^2+d^2}\,i}$$

пример.

- $\dfrac{4-5i}{2-3i} = \dfrac{4\cdot 2+(-5)\cdot(-3)}{2^2+3^2} + \dfrac{4\cdot(-3)+2\cdot(-5)}{2^2+3^2}\,i =$

$= \dfrac{8+15}{4+9} + \dfrac{-12-10}{4+9}\,i = \dfrac{23}{13} - \dfrac{22}{13}\,i$

- $\dfrac{4+2i}{1+i} = \dfrac{4\cdot 1+2\cdot 1}{1^2+1^2} + \dfrac{4\cdot 1+1\cdot 2}{1^2+1^2}\,i =$

$= \dfrac{6}{2} + \dfrac{6}{2}\,i = 3+3i$