Комплексные числа

Понятие комплексного числа

Комплексными числами называют выражения вида **a+bi**, где а и в – действительные числа, а i – некоторый символ, для которого по определению выполняется равенство $\mathbf{i^2=-1}$.

Число **а** называется **действительной частью** комплексного числа a+bi, а число **в** – его **мнимой частью**.

Комплексное число 2 - 3 *i*
2 – действительная часть
-3 – мнимая часть

Комплексное число $a - bi$ называется комплексно сопряженным с числом $z = a + bi$ и обозначается $\bar{z}$.

Комплексное число $-a - bi$ называется противоположным комплексному числу $z = a + bi$ и обозначается $-z$.

Два комплексных числа $z_1 = a_1 + b_1 i$ и $z_2 = a_2 + b_2 i$ равны, если $a_1 = a_2$ и $b_1 = b_2$.

Действительные числа можно рассматривать, как частный случай комплексных чисел при $b = 0$

Комплексные числа, несмотря на их “лживость” и недействительность, имеют очень широкое применение. Они играют значительную роль не только в математике, а также в таких науках, как физика, химия. В настоящее время комплексные числа активно используются в электромеханике, компьютерной и космической индустрии

Применение комплексных чисел

Комплексные числа полезны во многих вопросах, где имеют дело с величинами, которые изображаются векторами на плоскости: при изучении течения жидкости, задач теории упругости.

Действия над комплексными числами

•Сравнение $a + bi = c + di$
означает, что a=c и b=d (два комплексных числа равны между собой тогда и только тогда, когда равны их действительные и мнимые части).

•Сложение: $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)\,i$

•Вычитание: $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)\,i$

•Умножение: $(a + bi) \cdot (c + di) = ac + bci + adi - bdi^2 = (ac - bd) + (bc + ad)\,i$

•Деление: $\dfrac{a + bi}{c + di} = \dfrac{(a + bi)\,(c - di)}{(c + di)\,(c - di)} = \dfrac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \left(\dfrac{bc - ad}{c^2 + d^2}\right) i$

В частности, $\dfrac{1}{a + bi} = \dfrac{a}{a^2 + b^2} - \dfrac{b}{a^2 + b^2} i$

Сложение (вычитание) комплексных чисел

Примеры:

1. $$z_1 = 4 + 2i$$

$$z_2 = -5 + 3i$$

$$z_1 + z_2 = (4-5) + (2+3)i = -1 + 5i$$

2. $$z_1 = 3 - 5i$$

$$z_2 = 2 - 7i$$

$$z_1 - z_2 = (3-2) + (-5-(-7)i = 1 + 2i$$

Умножение комплексных чисел

$(a + bi)\cdot(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$

$(2 + 3i)\cdot(5 + 4i) = 10 + 8i + 15i - 12 =$
$-2 + 23i$

$(1 + 3i)\cdot(4 - 2i) = 4 - 2i + 12i + 6 =$
$10 + 10i$

$(3 - 2i)\cdot(4 + 1i) = 12 + 3i - 8i + 2 = 14$
$- 5i$

Деление комплексных чисел

$$\boxed{\frac{a+bi}{c+di}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{ad+bc}{c^2+d^2}i}$$

<u>пример.</u>

- $\frac{4-5i}{2-3i}=\frac{4\cdot 2+(-5)\cdot(-3)}{2^2+3^2}+\frac{4\cdot(-3)+2\cdot(-5)}{2^2+3^2}i=$

$=\frac{8+15}{4+9}+\frac{-12-10}{4+9}i=\frac{23}{13}-\frac{22}{13}i$

- $\frac{4+2i}{1+i}=\frac{4\cdot 1+2\cdot 1}{1^2+1^2}+\frac{4\cdot 1+1\cdot 2}{1^2+1^2}i=$

$=\frac{6}{2}+\frac{6}{2}i=3+3i$