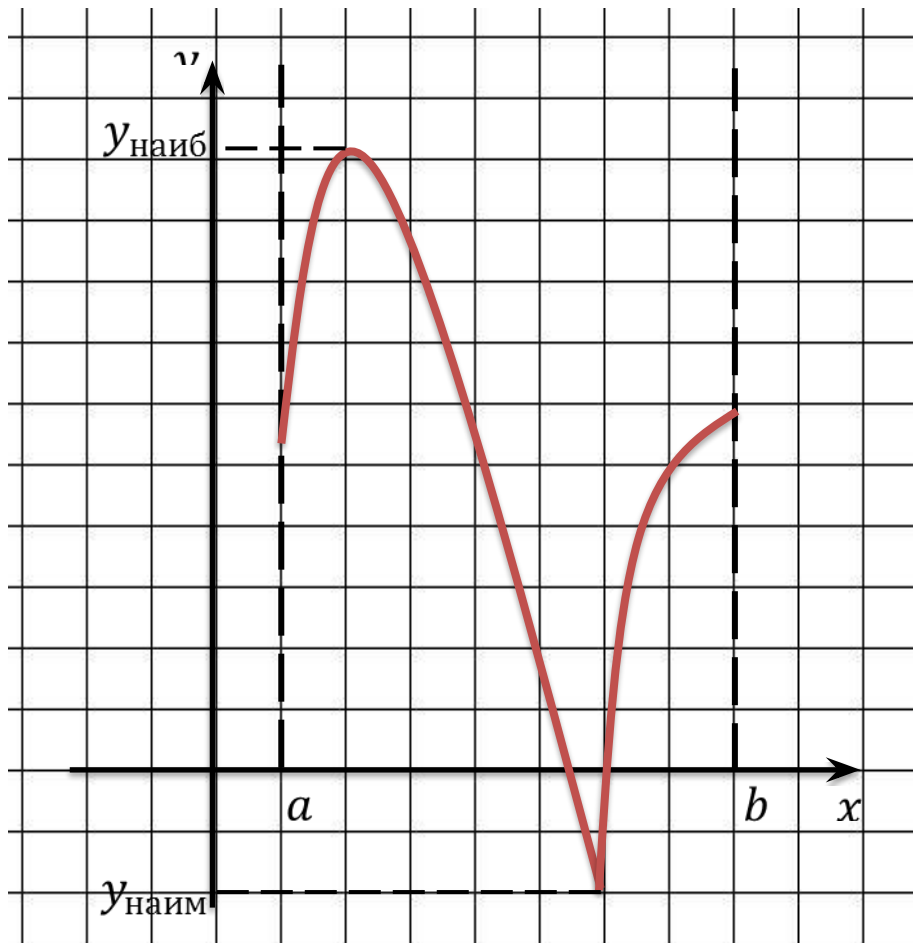


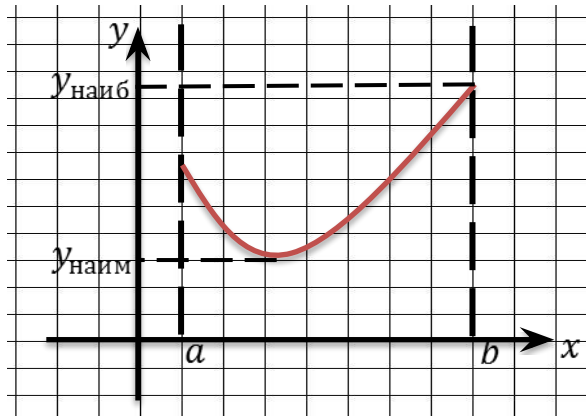
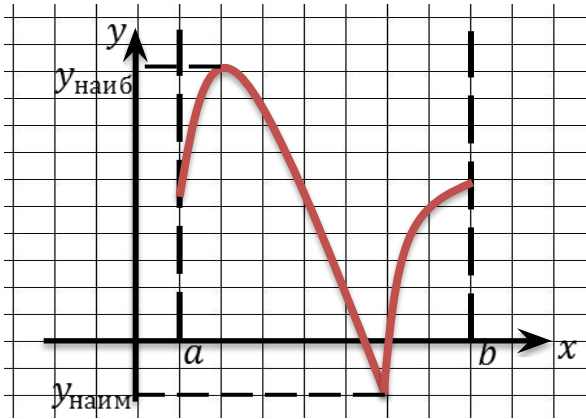
Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке



$$y = \sqrt{4 - x^2}$$

$$\sqrt{4 - x^2} \geq 0 \Rightarrow y_{\text{наим}} = y(-2) = y(2) = 0$$

$$\sqrt{4 - x^2} \leq 4 \Rightarrow y_{\text{наиб}} = y(0) = 2$$



1. Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем и своего наибольшего, и своего наименьшего значений.
2. Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка, так и внутри него.
3. Если наибольшее (наименьшее значение) достигается внутри отрезка, то только в стационарной или критической точке.

Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции

$y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

1. Найти производную $f'(x)$.
2. Найти стационарные и критические точки функции, лежащие внутри отрезка $[a; b]$.
3. Вычислить значения функции $y = f(x)$ в найденных точках и в точках a и b ; выбрать среди этих значений наименьшее (это будет $y_{\text{наим}}$) и наибольшее (это будет $y_{\text{наиб}}$).

Пример:

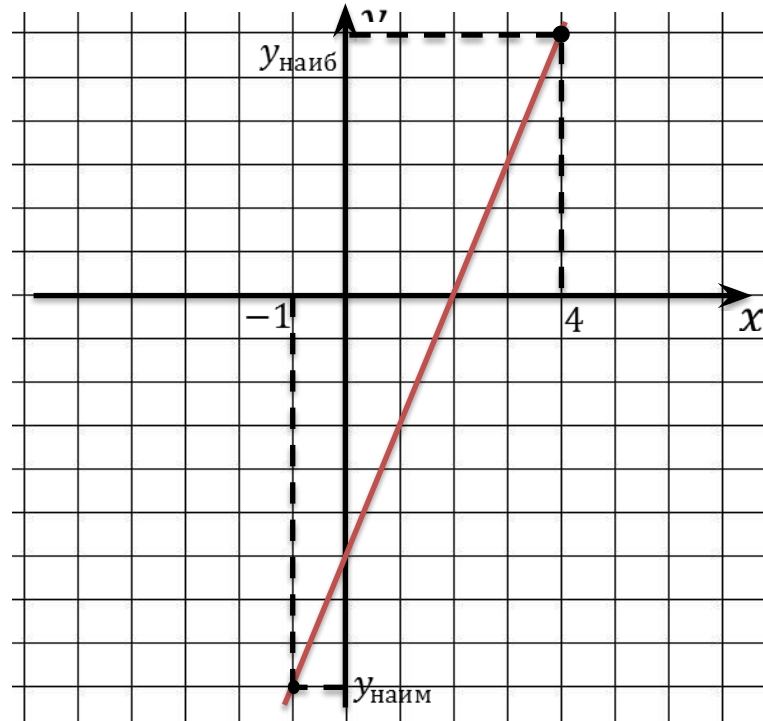
● Найти наименьшее и наибольшее значения функции $y = 3x - 6$ на отрезке $[-1; 4]$.

Решение:

$$f'(x) = 3$$

$$f(-1) = -9 = y_{\text{наим}}$$

$$f(4) = 6 = y_{\text{наиб}}$$



Пример:

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $y = x^2 - 8x + 19$ на отрезке $[-1; 5]$.

Решение:

$$f'(x) = 2x - 8$$

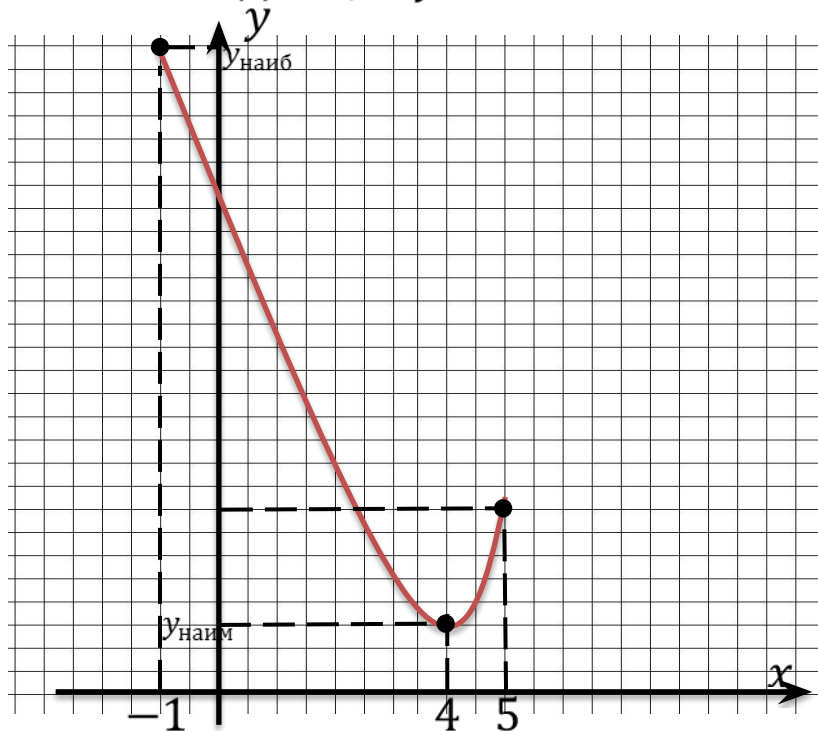
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

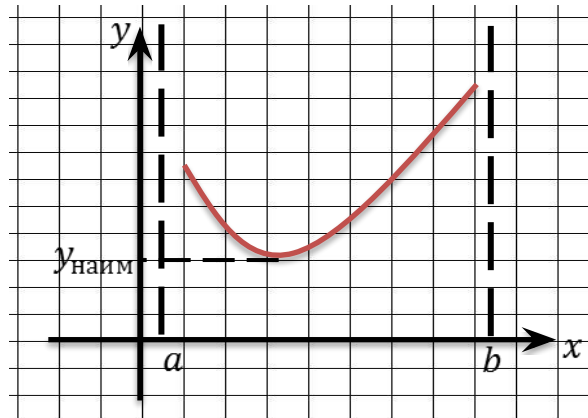
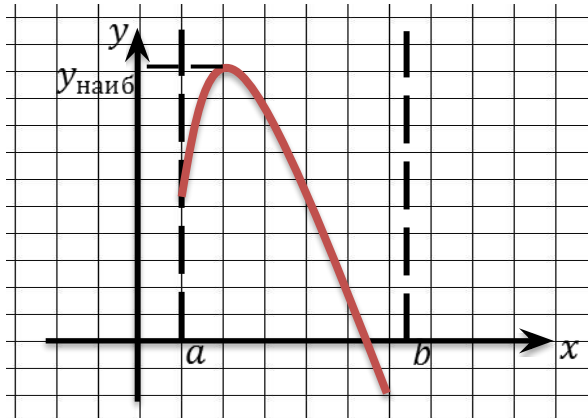
$$4 \in [-1; 5]$$

$$f(-1) = 28 = y_{\text{наиб}}$$

$$f(5) = 4$$

$$f(4) = 3 = y_{\text{наим}}$$





Теорема. Пусть функция $y = f(x)$ непрерывна на промежутке X и имеет внутри него единственную стационарную или критическую точку $x = x_0$. Тогда:

- а) если $x = x_0$ – точка максимума, то $y_{\text{наиб}} = f(x_0)$;
- б) если $x = x_0$ – точка минимума, то $y_{\text{наим}} = f(x_0)$.

Пример:

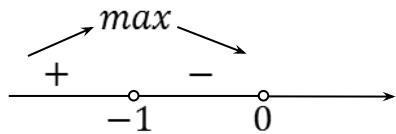
Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x + \frac{1}{x}$ на промежутке $(-\infty; 0)$.

Решение:

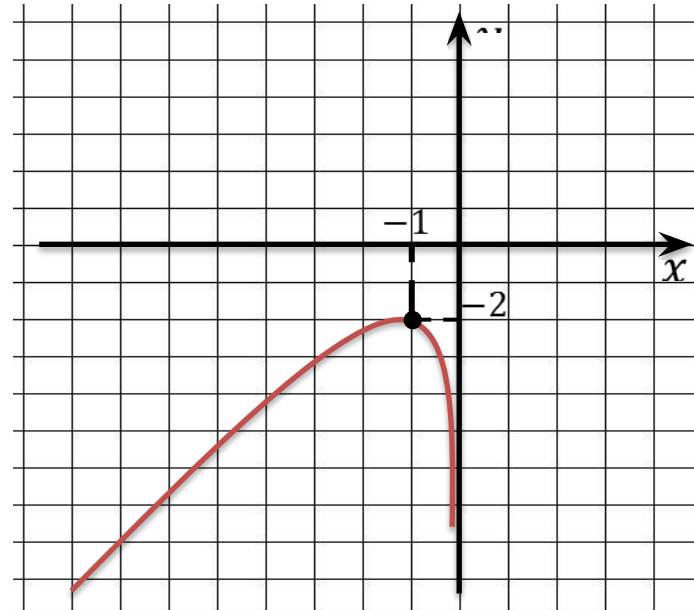
$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$-1 \in (-\infty; 0)$$



$$f(-1) = -2 = y_{\text{наиб}}$$



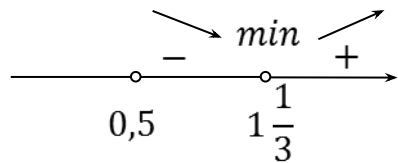
Пример:

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 - 2x^2 + 1$ на $[0,5; +\infty)$.

Решение:

$$f'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(3x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ или } x = 1\frac{1}{3}$$



$$f\left(1\frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{27} = y_{\text{наим}}$$