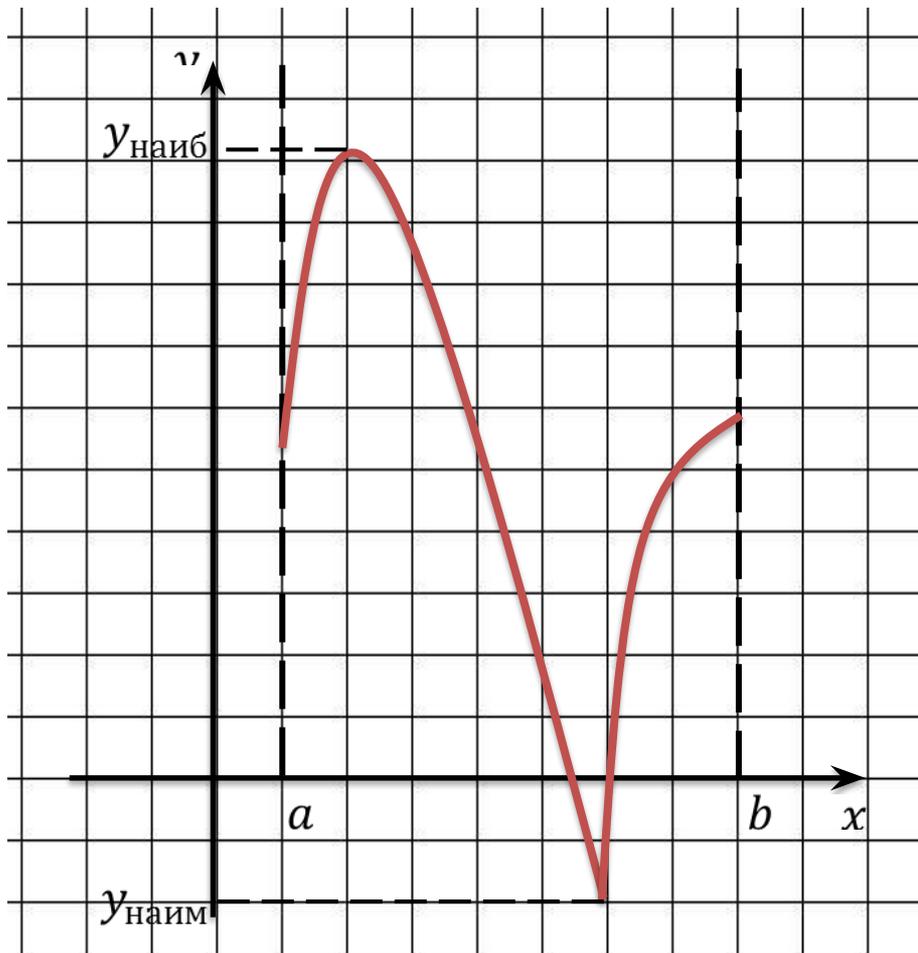


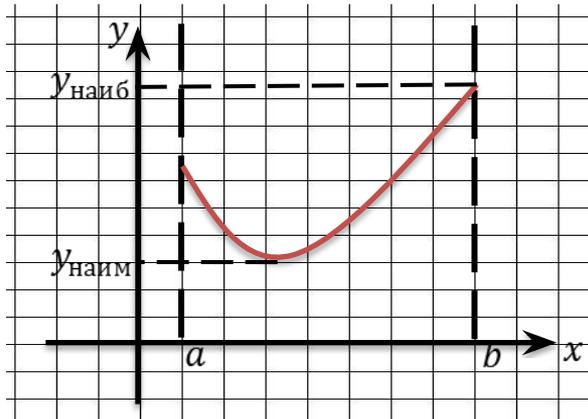
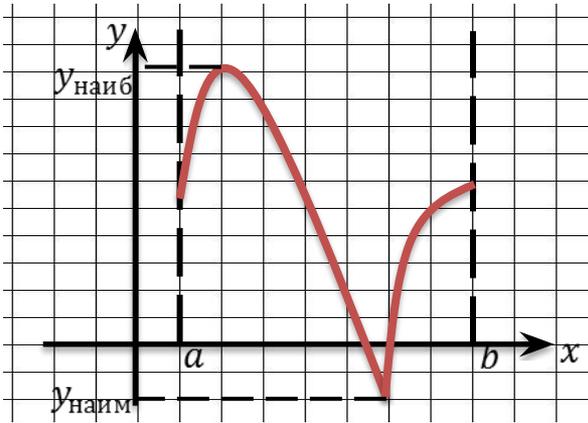
# Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке



$$y = \sqrt{4 - x^2}$$

$$\sqrt{4 - x^2} \geq 0 \Rightarrow y_{\text{наим}} = y(-2) = y(2) = 0$$

$$\sqrt{4 - x^2} \leq 4 \Rightarrow y_{\text{наиб}} = y(0) = 2$$



1. Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем и своего наибольшего, и своего наименьшего значений.
2. Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка, так и внутри него.
3. Если наибольшее (наименьшее значение) достигается внутри отрезка, то только в стационарной или критической точке.

# Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции

$y = f(x)$  на отрезке  $[a; b]$ .

1. Найти производную  $f'(x)$ .
2. Найти стационарные и критические точки функции, лежащие внутри отрезка  $[a; b]$ .
3. Вычислить значения функции  $y = f(x)$  в найденных точках и в точках  $a$  и  $b$ ; выбрать среди этих значений наименьшее (это будет  $y_{\text{наим}}$ ) и наибольшее (это будет  $y_{\text{наиб}}$ ).

# Пример:

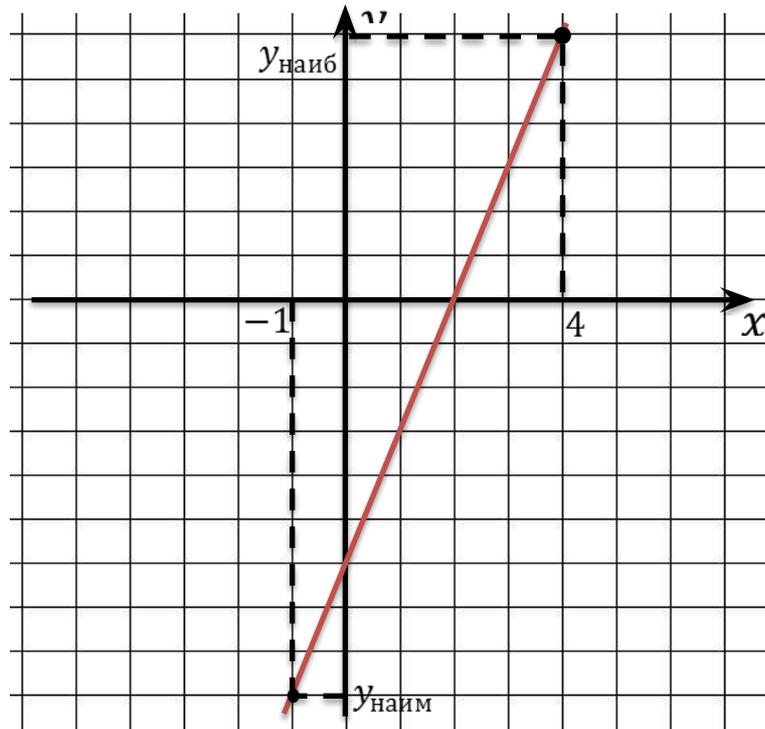
● Найти наименьшее и наибольшее значения функции  $y = 3x - 6$  на отрезке  $[-1; 4]$ .

Решение:

$$f'(x) = 3$$

$$f(-1) = -9 = y_{\text{наим}}$$

$$f(4) = 6 = y_{\text{наиб}}$$



# Пример:

Найти наименьшее и наибольшее значения функции  $y = x^2 - 8x + 19$  на отрезке  $[-1; 5]$ .

Решение:

$$f'(x) = 2x - 8$$

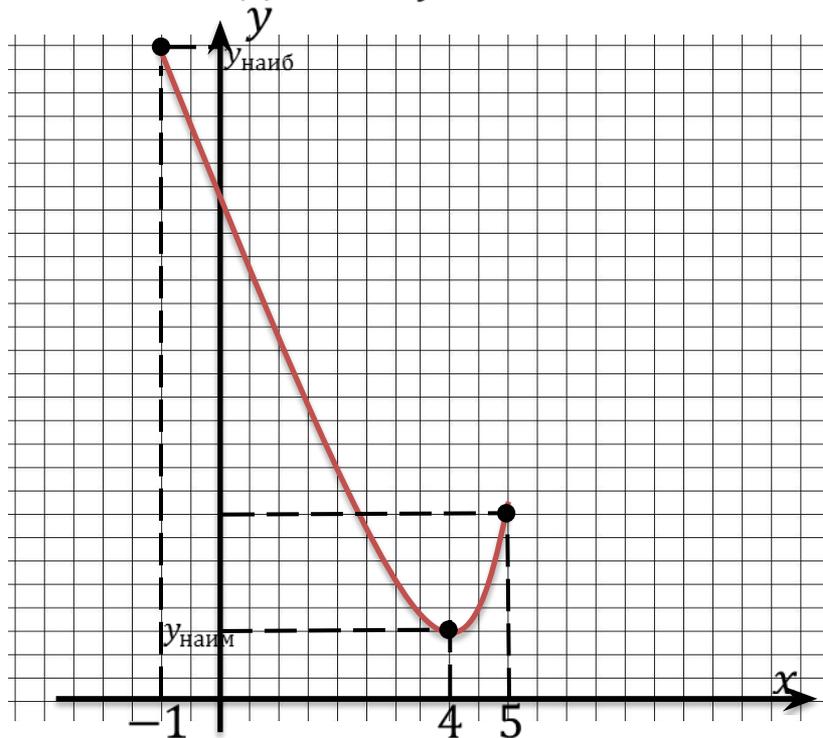
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

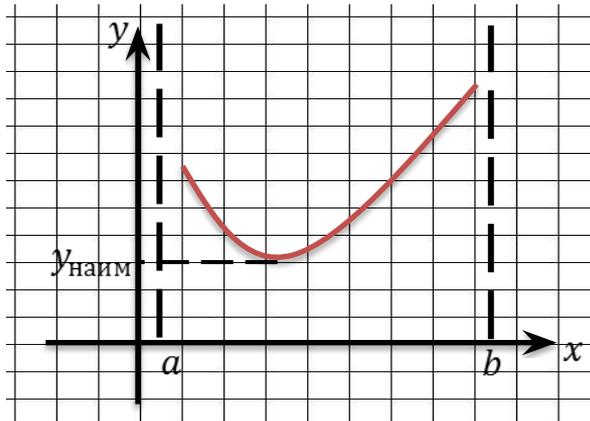
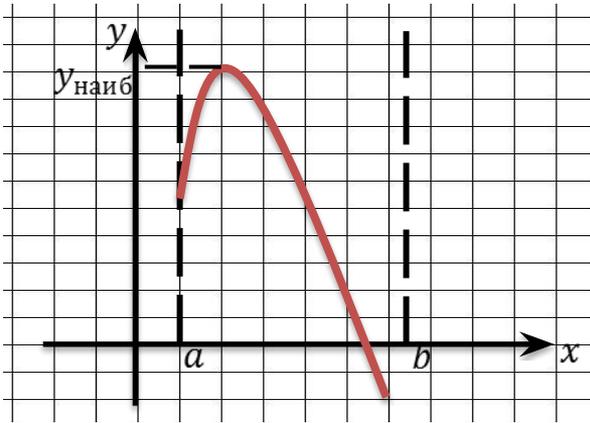
$$4 \in [-1; 5]$$

$$f(-1) = 28 = y_{\text{наиб}}$$

$$f(5) = 4$$

$$f(4) = 3 = y_{\text{наим}}$$





**Теорема.** Пусть функция  $y = f(x)$  непрерывна на промежутке  $X$  и имеет внутри него единственную стационарную или критическую точку  $x = x_0$ . Тогда:

- а) если  $x = x_0$  – точка максимума, то  $y_{\text{наиб}} = f(x_0)$ ;
- б) если  $x = x_0$  – точка минимума, то  $y_{\text{наим}} = f(x_0)$ .

# Пример:

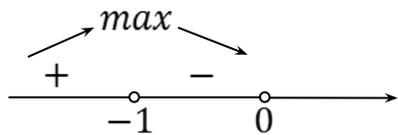
Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x + \frac{1}{x}$  на промежутке  $(-\infty; 0)$ .

Решение:

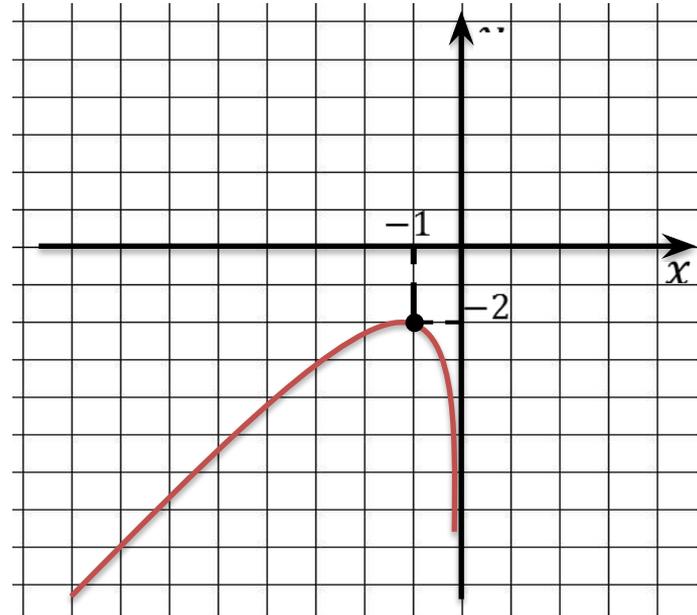
$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$-1 \in (-\infty; 0)$$



$$f(-1) = -2 = y_{\text{наиб}}$$



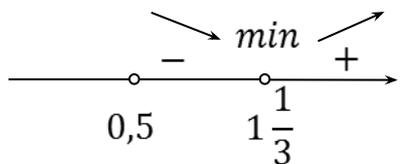
# Пример:

Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^3 - 2x^2 + 1$  на  $[0,5; +\infty)$ .

Решение:

$$f'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(3x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ или } x = 1\frac{1}{3}$$



$$f\left(1\frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{27} = y_{\text{наим}}$$