

Простейшие векторные операции и их реализация на языке MATLAB

E-mail: SmirnovPA@mpei.ru

сот: 8-910-443-75-52

Подготовил: Смирнов П.А.

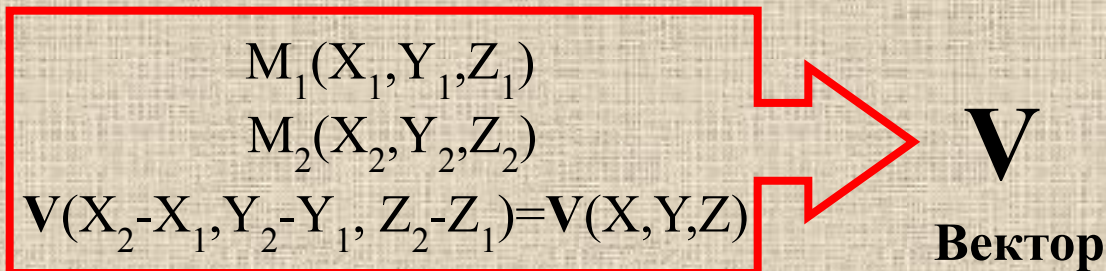
Векторные операции

Вектор в трёхмерном пространстве

Координаты точки начала

Координаты точки конца

Координаты вектора

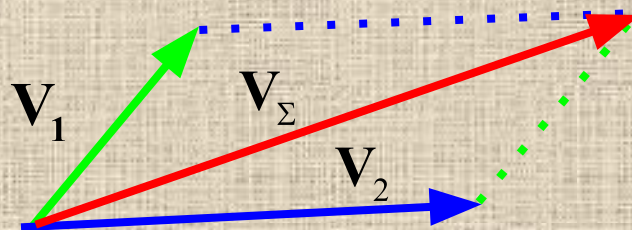


Сумма векторов

$$V_{\Sigma} ((X_{12} - X_{11}) + (X_{22} - X_{21}), (Y_{12} - Y_{11}) + (Y_{22} - Y_{21}), (Z_{12} - Z_{11}) + (Z_{22} - Z_{21}))$$

$$V_{\Sigma} ((X_1 + X_2), (Y_1 + Y_2), (Z_1 + Z_2))$$

$$V_{\Sigma} = V_1 + V_2$$

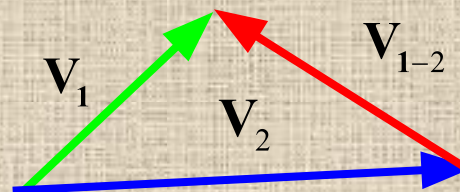


Разность векторов

$$V_{1-2} ((X_{12} - X_{11}) - (X_{22} - X_{21}), (Y_{12} - Y_{11}) - (Y_{22} - Y_{21}), (Z_{12} - Z_{11}) - (Z_{22} - Z_{21}))$$

$$V_{1-2} ((X_1 - X_2), (Y_1 - Y_2), (Z_1 - Z_2))$$

$$V_{1-2} = V_1 - V_2$$



Произведение векторов

Скалярное произведение

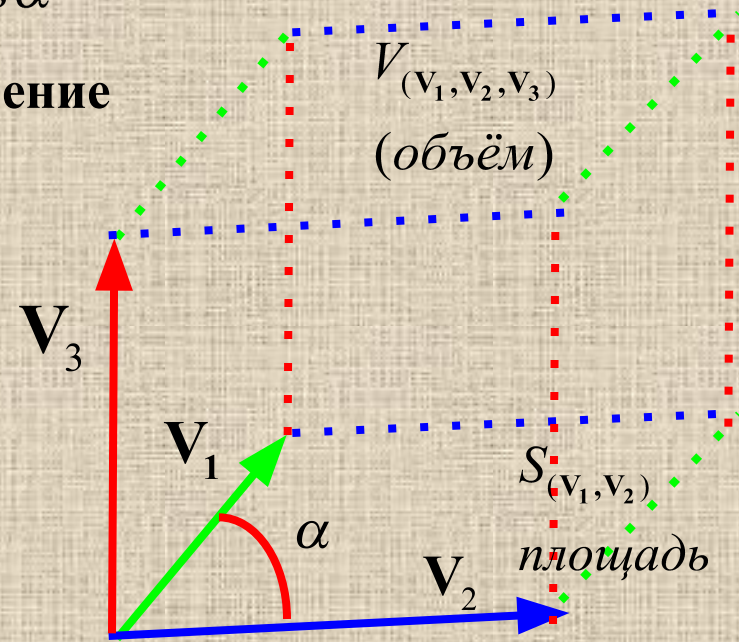
$$(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2) = X_1X_2 + Y_1Y_2 + Z_1Z_2 = |\mathbf{V}_1||\mathbf{V}_2|\cos\alpha$$

Векторное произведение

$$\mathbf{V}_1\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_3 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} =$$

$$(\mathbf{i}(Y_1Z_2 - Y_2Z_1), -\mathbf{j}(X_1Z_2 - X_2Z_1), \mathbf{k}(X_1Y_2 - X_2Y_1))$$

$$|\mathbf{V}_1\mathbf{V}_2| = |\mathbf{V}_3| = S_{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)} = |\mathbf{V}_1||\mathbf{V}_2|\sin\alpha$$

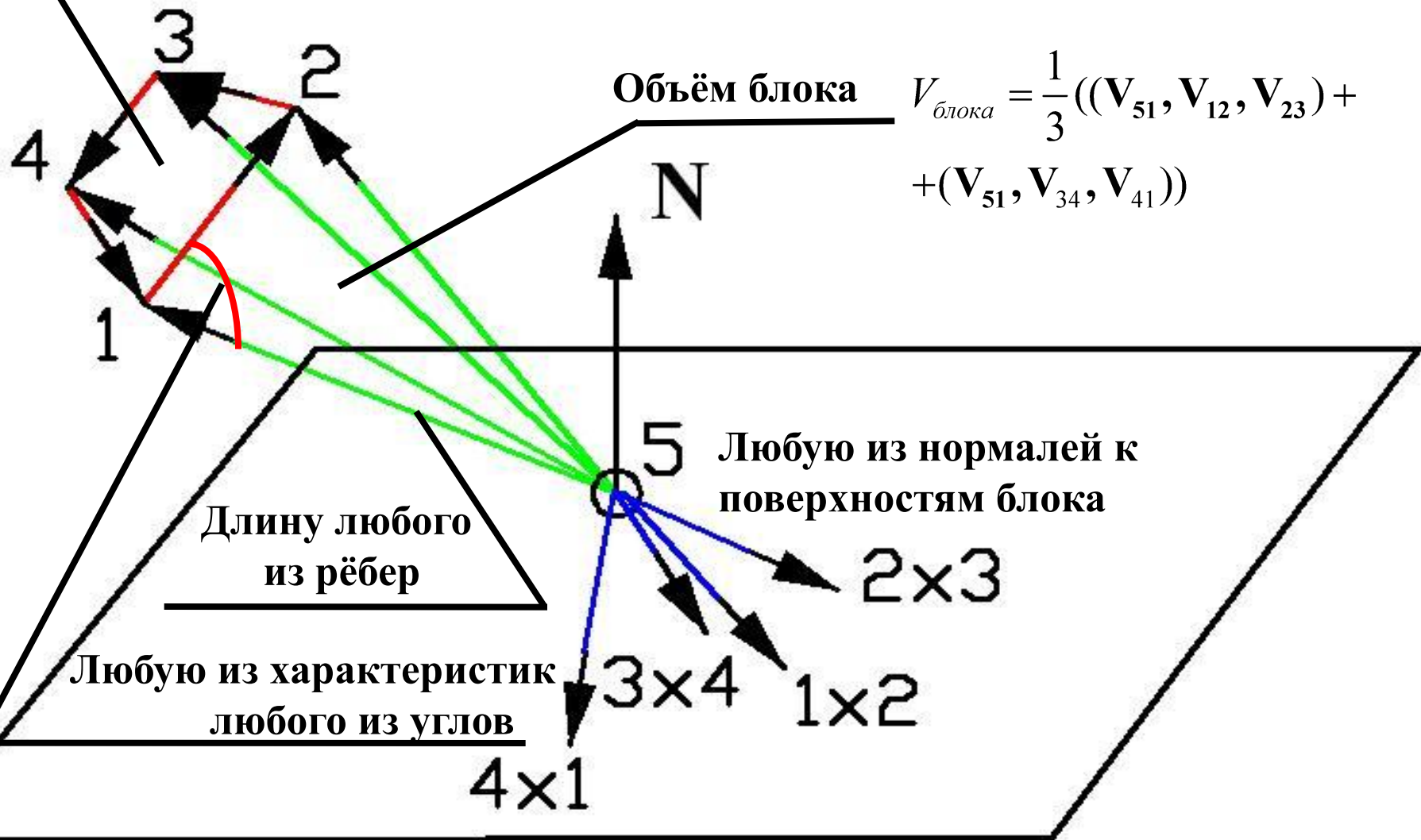


Смешанное произведение

$$\mathbf{V}_1\mathbf{V}_2\mathbf{V}_3 = \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix} = X_1(Y_2Z_3 - Y_3Z_2) - Y_1(X_2Z_3 - X_3Z_2) + Z_1(X_2Y_3 - X_3Y_2) = V_{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3)}$$

Что даёт узнать блок с помощью векторных операций?

Площадь любой из граней $S_{(1,2,3,4)} = \frac{1}{2} (|[\mathbf{V}_{12}, \mathbf{V}_{23}]| + |[\mathbf{V}_{34}, \mathbf{V}_{41}]|)$



Вектор как объект

Свойства вектора

Координаты точки начала

Координаты точки конца

Координаты вектора

Модуль (длина) вектора

Возможные методы вектора

Суммирование

Скалярное произведение

Векторное произведение

Определение косинуса
между векторами

Определение синуса между
векторами

$$\sin \alpha = \frac{|\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2|}{|\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2|}; \cos \alpha = \frac{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)}{|\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2|} \quad e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha = \frac{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)}{|\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2|} + i \frac{|\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2|}{|\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2|}$$
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{|\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2|}{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)}{|\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2|} \quad e^{-i\alpha} = \cos \alpha - i \sin \alpha = \frac{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)}{|\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2|} - i \frac{|\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2|}{|\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2|}$$