

Простейшие векторные операции и их реализация на языке MATLAB

E-mail: SmirnovPA@mpei.ru

сот: 8-910-443-75-52

Подготовил: Смирнов П.А.

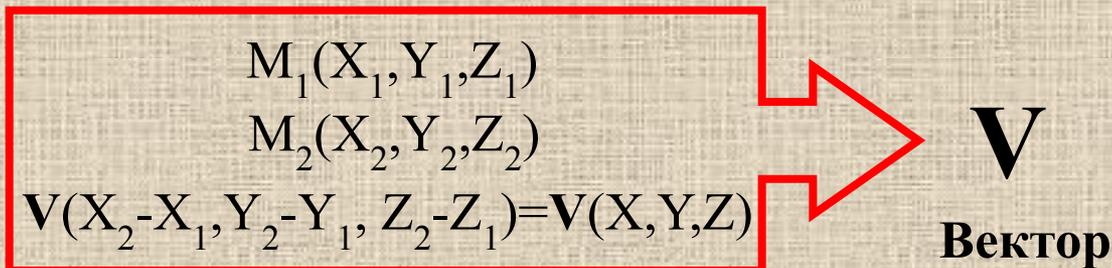
Векторные операции

Вектор в трёхмерном пространстве

Координаты точки начала

Координаты точки конца

Координаты вектора

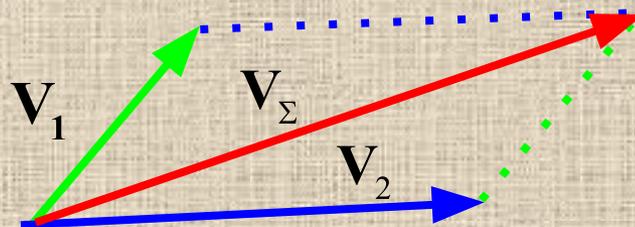


Сумма векторов

$$V_{\Sigma} ((X_{12} - X_{11}) + (X_{22} - X_{21}), (Y_{12} - Y_{11}) + (Y_{22} - Y_{21}), (Z_{12} - Z_{11}) + (Z_{22} - Z_{21}))$$

$$V_{\Sigma} ((X_1 + X_2), (Y_1 + Y_2), (Z_1 + Z_2))$$

$$V_{\Sigma} = V_1 + V_2$$

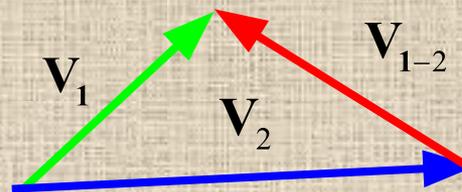


Разность векторов

$$V_{1-2} ((X_{12} - X_{11}) - (X_{22} - X_{21}), (Y_{12} - Y_{11}) - (Y_{22} - Y_{21}), (Z_{12} - Z_{11}) - (Z_{22} - Z_{21}))$$

$$V_{1-2} ((X_1 - X_2), (Y_1 - Y_2), (Z_1 - Z_2))$$

$$V_{1-2} = V_1 - V_2$$



Произведение векторов

Скалярное произведение

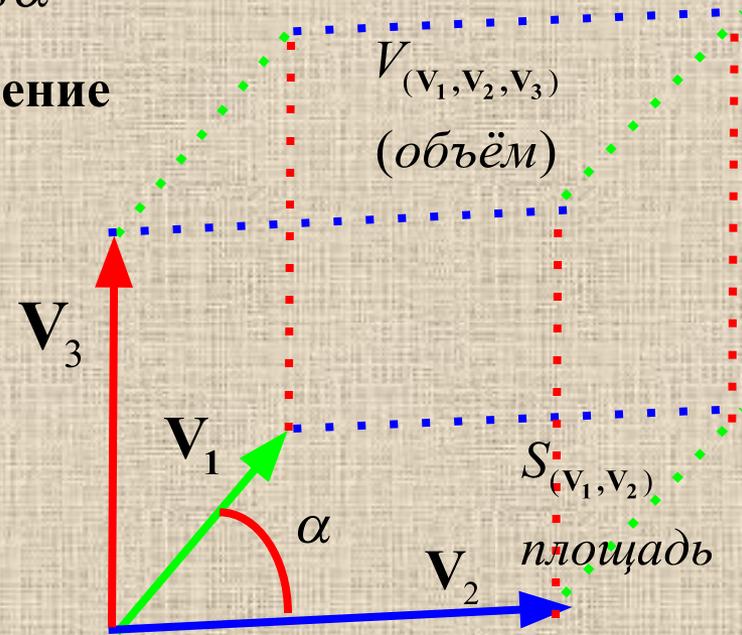
$$(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2) = X_1 X_2 + Y_1 Y_2 + Z_1 Z_2 = |\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2| \cos \alpha$$

Векторное произведение

$$\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_3 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} =$$

$$(\mathbf{i}(Y_1 Z_2 - Y_2 Z_1), -\mathbf{j}(X_1 Z_2 - X_2 Z_1), \mathbf{k}(X_1 Y_2 - X_2 Y_1))$$

$$|\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2| = |\mathbf{V}_3| = S_{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)} = |\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2| \sin \alpha$$

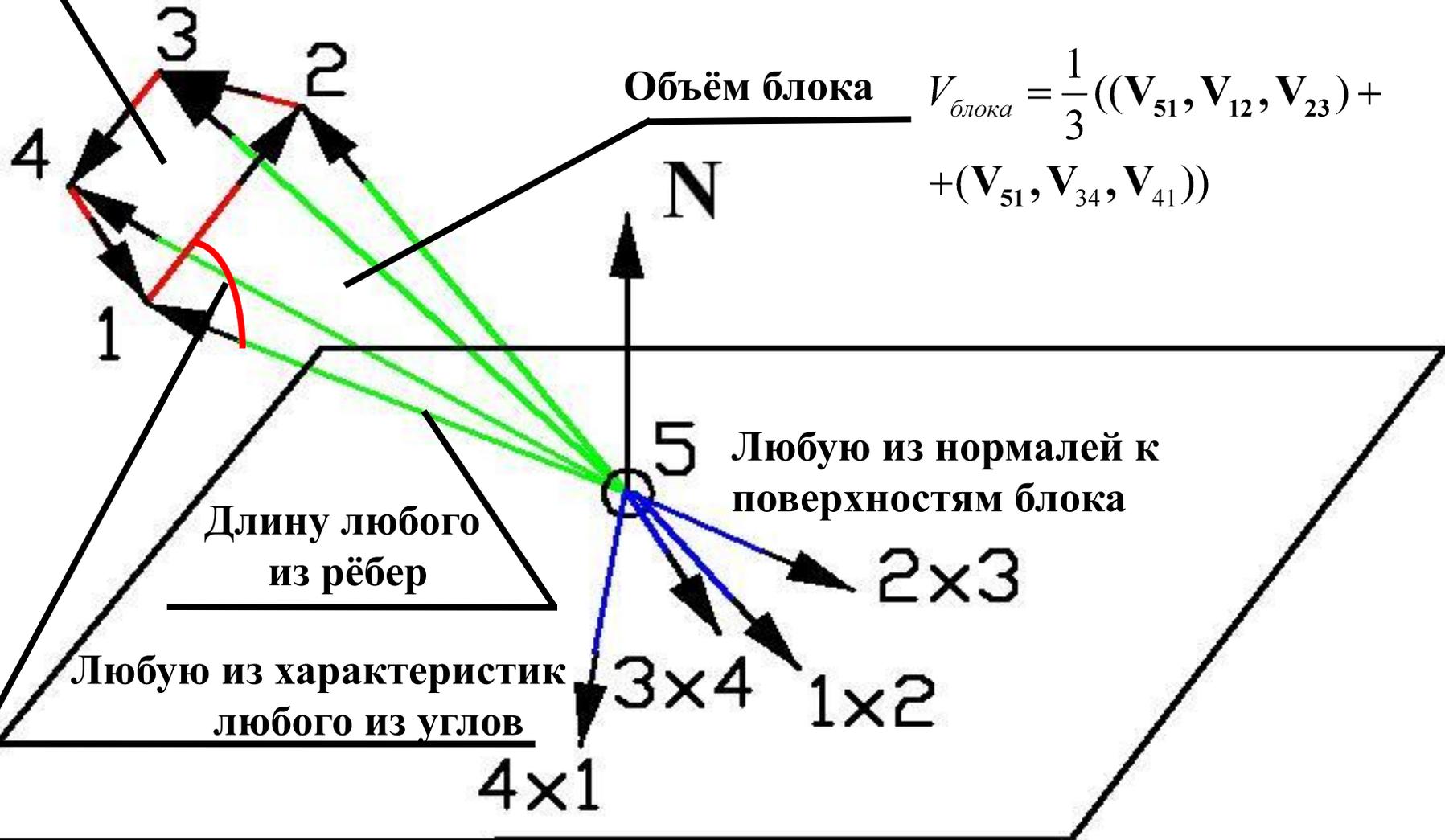


Смешанное произведение

$$\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2 \mathbf{V}_3 = \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix} = X_1(Y_2 Z_3 - Y_3 Z_2) - Y_1(X_2 Z_3 - X_3 Z_2) + Z_1(X_2 Y_3 - X_3 Y_2) = V_{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3)}$$

Что даёт узнать блок с помощью векторных операций?

Площадь любой из граней $S_{(1,2,3,4)} = \frac{1}{2} (|[\mathbf{V}_{12}, \mathbf{V}_{23}]| + |[\mathbf{V}_{34}, \mathbf{V}_{41}]|)$



Вектор как объект

Свойства вектора

Координаты точки начала

Координаты точки конца

Координаты вектора

Модуль (длина) вектора

Возможные методы вектора

Суммирование

Скалярное произведение

Векторное произведение

Определение косинуса
между векторами

Определение синуса между
векторами

$$\sin \alpha = \frac{[\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2]}{|\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2|}; \cos \alpha = \frac{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)}{|\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2|} \quad e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha = \frac{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)}{|\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2|} + i \frac{[\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2]}{|\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2|}$$
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{[\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2]}{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)}{[\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2]} \quad e^{-i\alpha} = \cos \alpha - i \sin \alpha = \frac{(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)}{|\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2|} - i \frac{[\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2]}{|\mathbf{V}_1| |\mathbf{V}_2|}$$