Распределение непрерывных случайных величин

Случайна величина X называется непрерывной, если невозможно перечислить все ее значения

Распределение непрерывных случайных величин

Случайна величина X называется непрерывной, если невозможно перечислить все ее значения

Например, X – время работы электролампочки до перегорания

X – рост случайно выбранного человека

17. Распределение непрерывных случайных величин

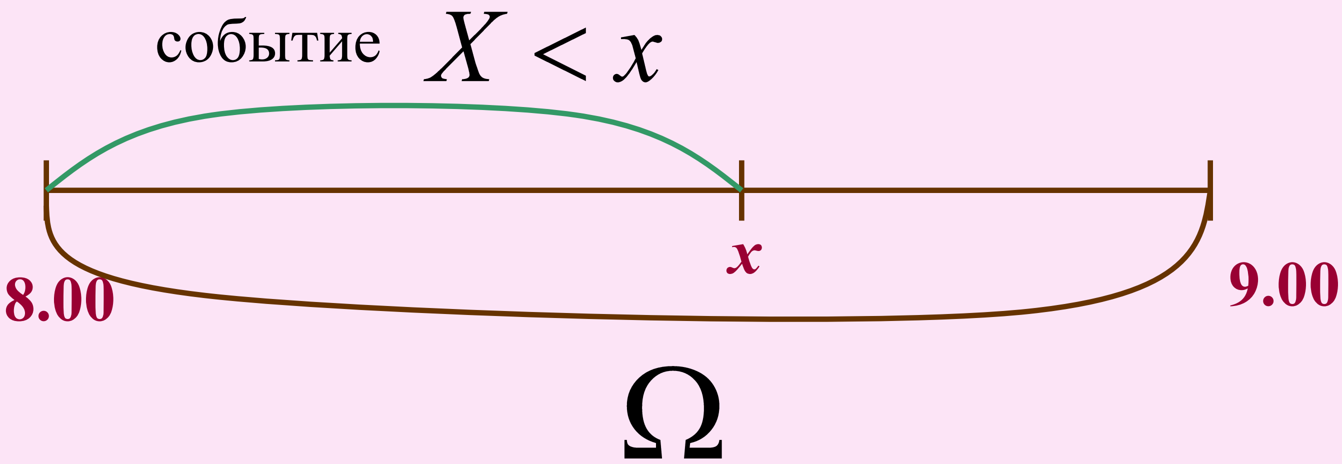
Вместо вероятности того, что случайная величина X примет значение, равное x, т.е. p(X=x), рассматривают $P(X < x)$

$$F(x) = P(X < x)$$

<u>Функция распределения</u>

Известно, что студент приходит на занятия в случайный момент времени в интервале от 8.00 до 9.00. Пусть X – Время прихода студента. Найдем функцию распределения X.

$$F(x) = P(X < x)$$



$$F(x) = \frac{(x-8)}{1} = x - 8 \quad \text{если} \quad x \in [8;9]$$

$$F(x) = P(X < x)$$

$$F(x) = 0 \quad \text{если} \quad x \le 8$$

$$F(x) = P(X < x)$$

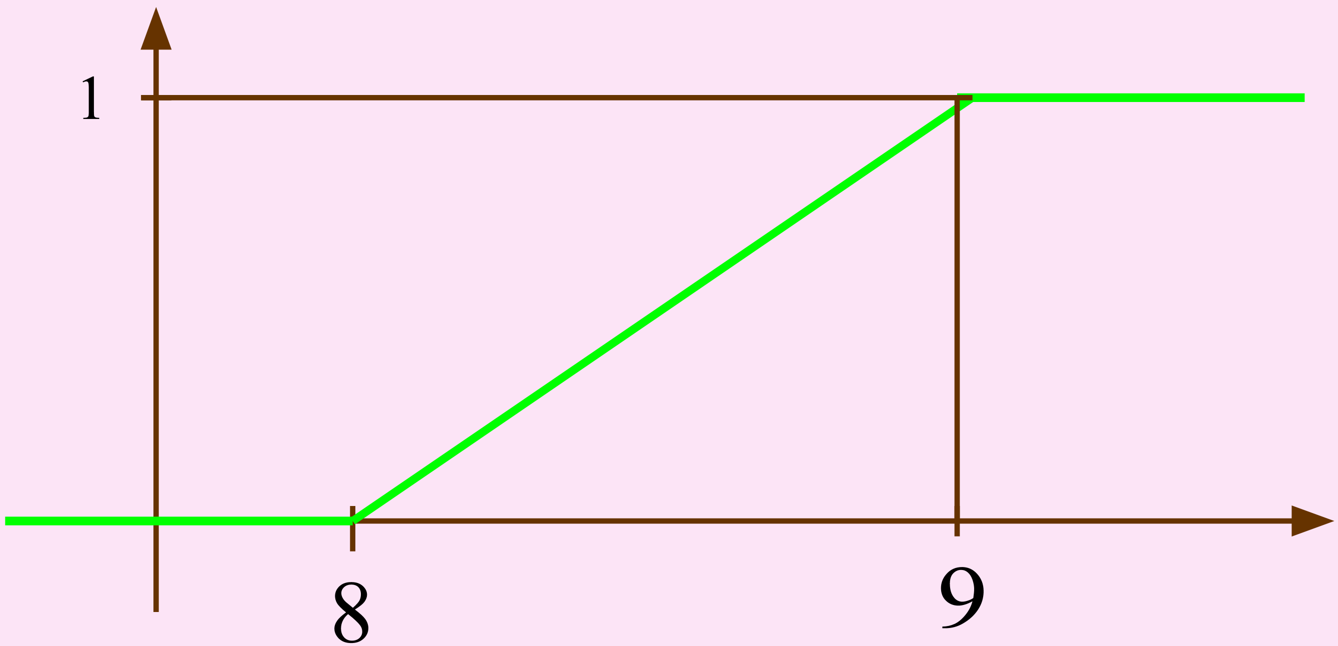
$F(x) = 0$ если $x \le 8$

$F(x) = 1$ если $x > 9$

$$F(x) = P(X < x)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 8 \\ x - 8, & x \in (8;9] \\ 1, & x > 9 \end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<8\\ x-8, & x\in[8;9]\\ 1, & x>9\end{cases}$$

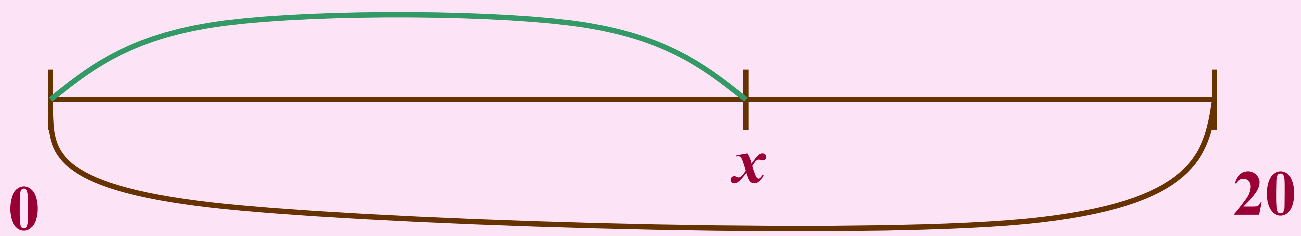


Автобусы ходят с интервалом 20 минут. Пассажир подходит к остановке в случайный момент времени. Пусть X – время ожидания автобуса пассажиром.

Найти функцию распределения X и построить ее график.

$$F(x) = P(X < x)$$

событие $X < x$



Ω

$$F(x) = \frac{x}{20}$$ если $x \in [0; 20]$

$$F(x) = P(X < x)$$

$$F(x) = 0$$ если $x \leq 0$

$$F(x) = P(X < x)$$

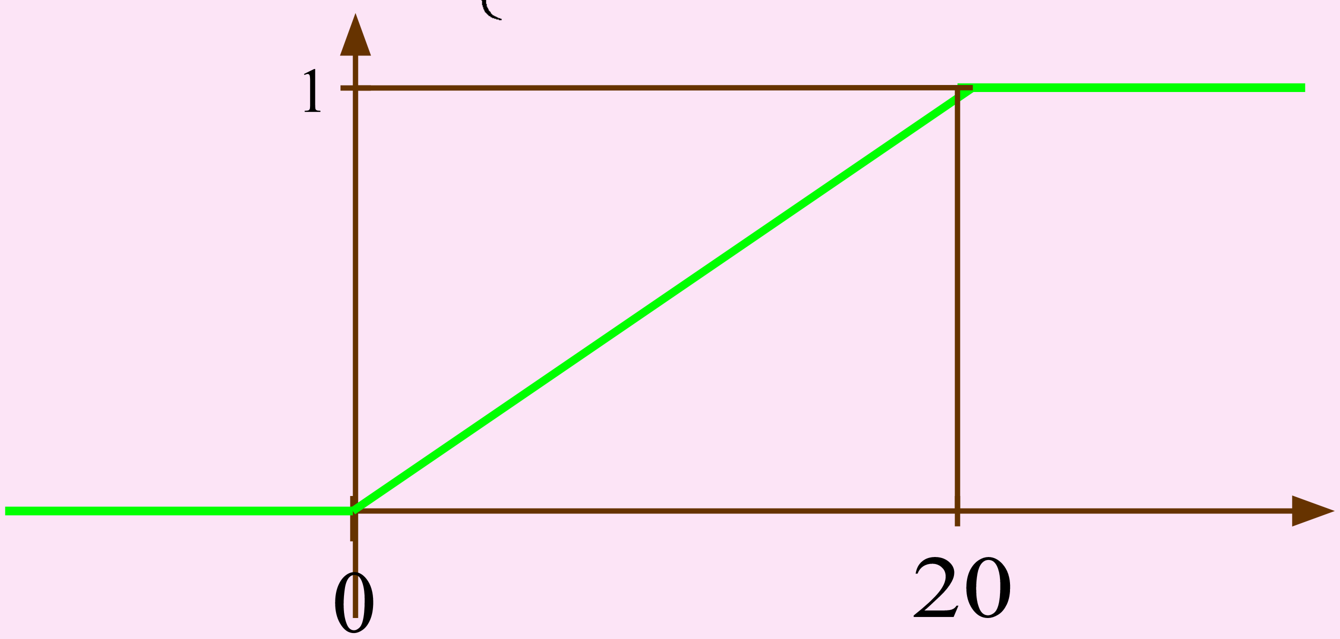
$$F(x) = 0 \quad \text{если} \quad x \le 0$$

$$F(x) = 1 \quad \text{если} \quad x > 20$$

$$F(x) = P(X < x)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \dfrac{x}{20}, & x \in (0; 20] \\ 1, & x > 20 \end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \dfrac{x}{20}, & x\in(0;20]\\ 1, & x>20\end{cases}$$



свойства функции распределен

1

Функция распределения является <u>неубывающей</u> функцией. Для любых $x_1 < x_2$ **выполнено**

$$F(x_1) < F(x_2)$$

2

На минус бесконечности функция распределения равна нулю:

$$F(-\infty) = 0$$

3

На плюс бесконечности функция распределения равна единице:

$$F(+\infty) = 1$$

4

$$p(\alpha \le X \le \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$$

ВЕРОЯТНОСТЬ ПОПАДАНИЯ СВ НА ЗАДАННЫЙ ИНТЕРВАЛ

5

$$p(X > \beta) = 1 - F(\beta)$$

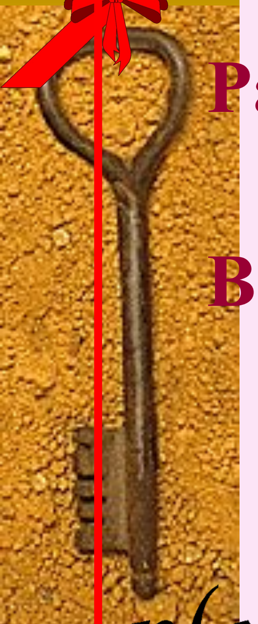
Пример Используя функцию распределения величины X – Время прихода студента на лекцию, найти вероятность того, что он прибудет в интервал времени от 8.30 до 8.40.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<8\\ x-8, & x\in[8;9]\\ 1, & x>9\end{cases}$$

Рассмотрим непрерывную случайную величину *X* с функцией распределения *F(x)*.

Вычислим вероятность попадания этой случайной величины на промежуток

$$[x; x+\Delta x]$$



Рассмотрим непрерывную случайную величину *X* с функцией распределения *F(x)*.

Вычислим вероятность попадания этой случайной величины на промежуток

$$[x; x+\Delta x]$$

$$p(x \le X \le x+\Delta x) = F(x+\Delta x) - F(x)$$

Рассмотрим предел

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

=

По определению производной этот предел равен производной функции *F(x)* :

$$F'(x) = f(x)$$

Функция f(x), равная производной от функции распределения, называется плотностью вероятности случайной величины X.

$$f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

$$f(x)\Delta x \approx F(x+\Delta x) - F(x) =$$

$$= P(x \le X \le x + \Delta x)$$

При малых Δx величина $f(x)\Delta x$ приближенно показывает вероятность попадания в

$$[x;\, x+\Delta x]$$

Пример Дана функция распределения.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \dfrac{x}{20}, & x \in (0;20] \\ 1, & x > 20 \end{cases}$$

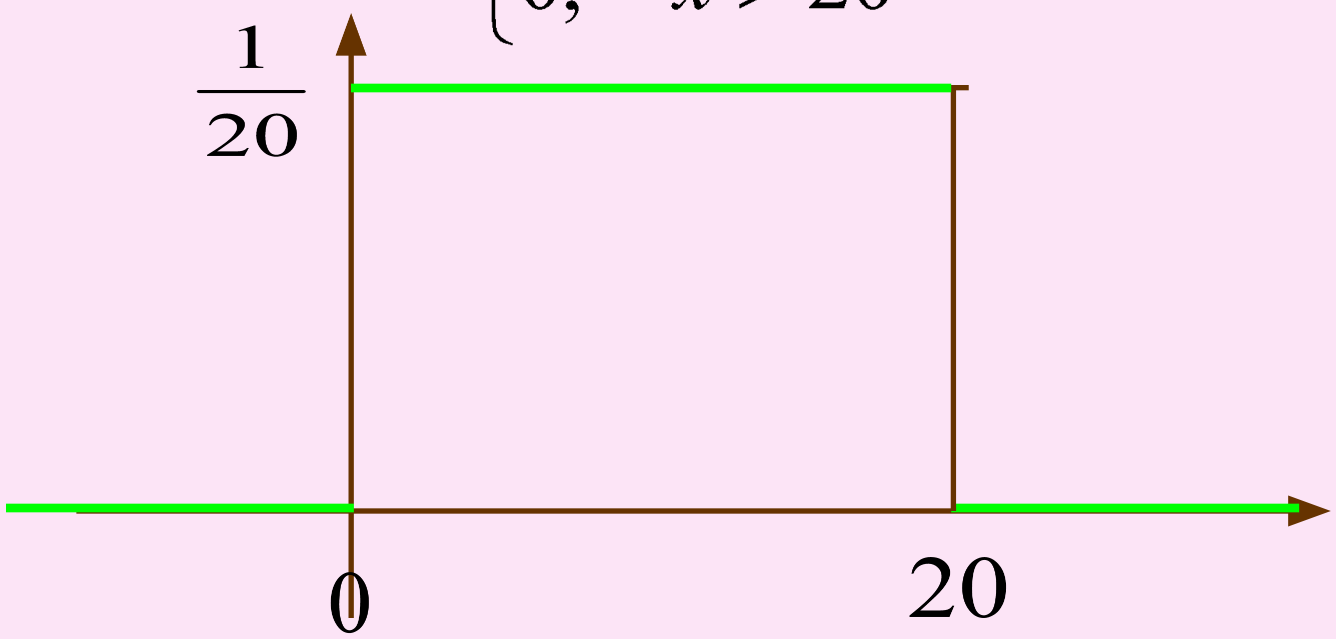
Найти плотность распределения

<u>Пример</u> Дана функция распределения.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \dfrac{x}{20}, & x\in(0;20]\\ 1, & x>20\end{cases}$$

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \dfrac{1}{20}, & x\in(0;20]\\ 0, & x>20\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \dfrac{1}{20}, & x\in(0;20]\\ 0, & x>20\end{cases}$$

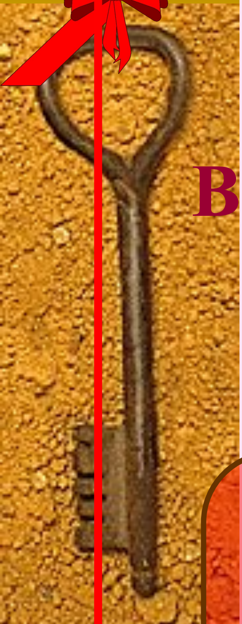


СВОЙСТВА ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ

1

Плотность вероятности является неотрицательной функцией

$$f(x) \geq 0$$



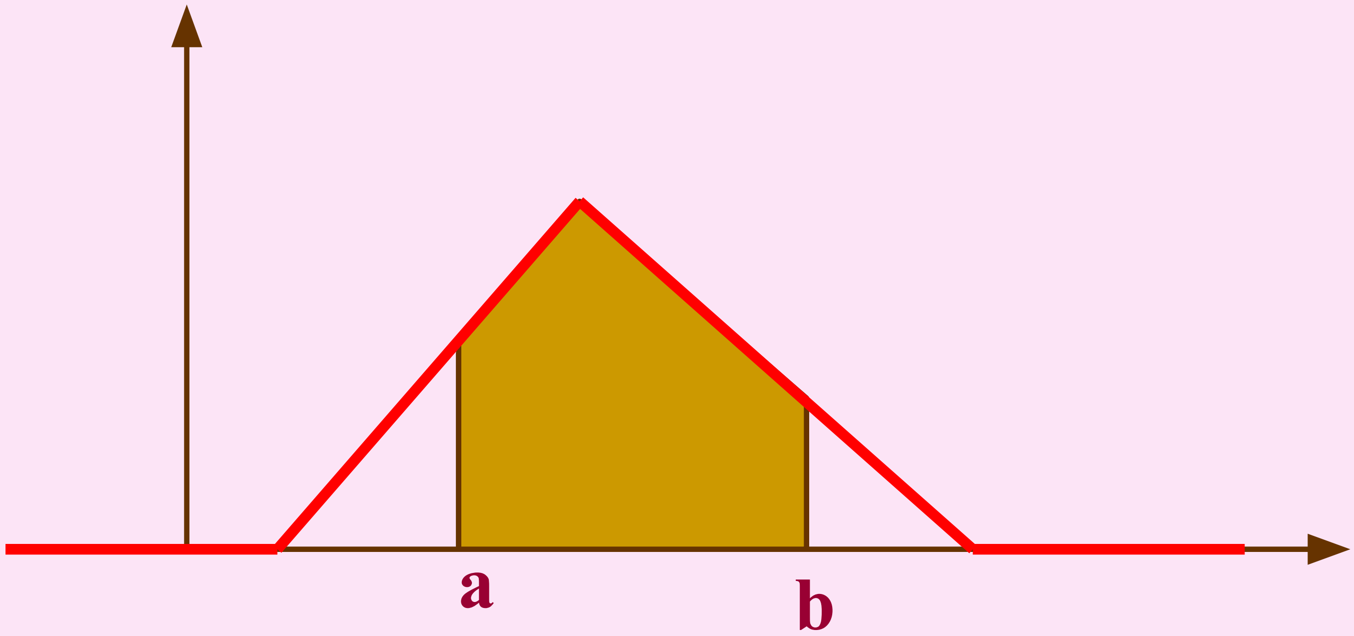
2

Вероятность попадания случайной величины в отрезок

$$p(\alpha \le X \le \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$$

3

Вероятность попадания случайной величины в отрезок равна площади под графиком плотности распределения на этом отрезке



4

Интеграл в бесконечных пределах от плотности вероятности равен 1:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$