

Бубников Иван Николаевич

Программирование контроллеров

Мы знали, но забыли

Устойчивость – это когда всё стабильно?



В любой сложной системе есть запаздывание:

- Подали напряжение на двигатель
- Подождали полсекундочки
- Обороты вышли на стабильную величину

В любой сложной системе есть запаздывание:

- Опустили монетку в снековый автомат
- Подождали 2 минуты
- Получили круассан

В любой сложной системе есть запаздывание:

- Посмотрели на светофор
- Загорелся зеленый
- Подождали секунду-две (в среднем)
- Перешли дорогу

Запаздывание?

Как оценить величину запаздывания?

- Подать на систему сигнал
- Измерить запаздывание

Запаздывание?

Как оценить величину запаздывания?

- Подать на систему сигнал
- Измерить запаздывание
- А как?
Время достижения установившегося значения?
А какую точность брать?

Как будет удобнее?

Сигналы бывают разные

- Постоянный сигнал
- Скачок
- Пила
- Треугольник
- Шум
- Синус

Как будет удобнее?

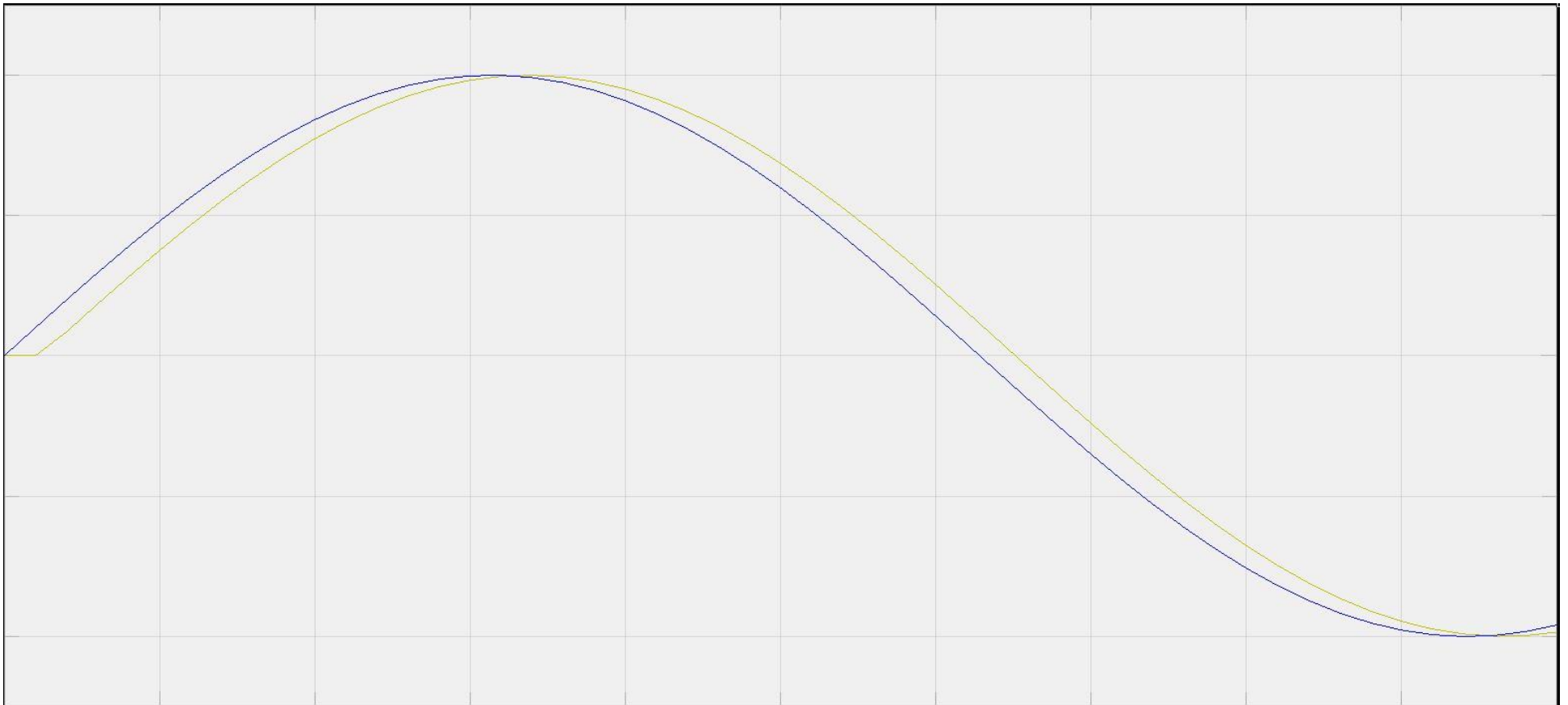
Любой периодический сигнал можно представить суммой гармонических сигналов разных частот и амплитуд.

Если сигнал непериодический, то можно раскладывать в ряд Фурье на интервале.

Попробуем оперировать частотным представлением сигналов для оценки запаздывания

Эксперимент

- Будем подавать на объект чистые синусоиды и наблюдать за реакцией объекта



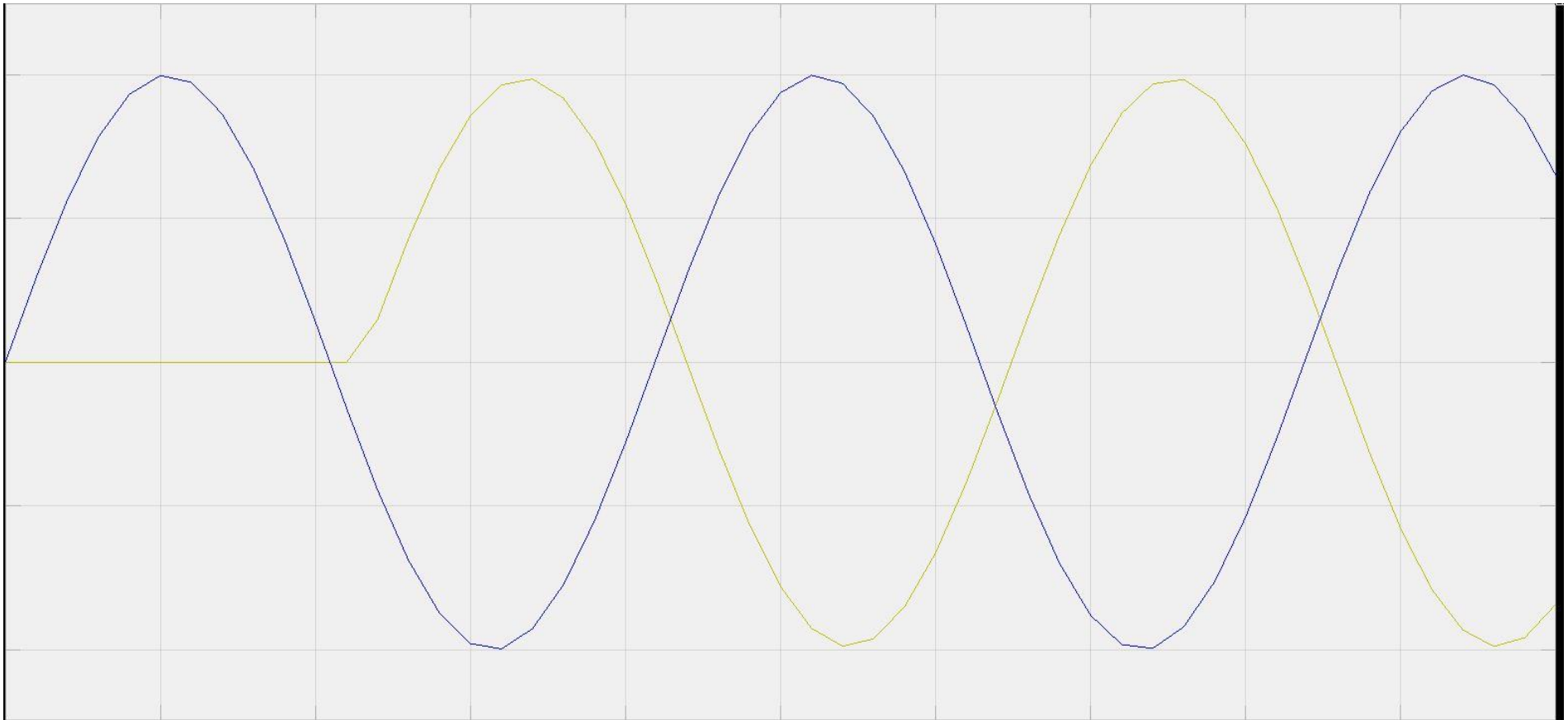
Эксперимент

- Будем подавать на объект чистые синусоиды и наблюдать за реакцией объекта



Эксперимент

- Будем подавать на объект чистые синусоиды и наблюдать за реакцией объекта



Что это нам дает?

- В эксперименте время запаздывания было постоянным на всех частотах, в реальной жизни такое бывает не всегда.
- На каждой отдельно взятой синусоиде запаздывание удобно оценивать углом
- $X_{\text{ВХ}} = A * \sin(\omega t)$
- $X_{\text{ВЫХ}} = B * \sin(\omega t + \phi)$
 ϕ – это угол запаздывания

При чем тут устойчивость?

Пора вспомнить, чем мы тут занимаемся

Основной принцип управления объектами – управление по ошибке.

Когда из заданного сигнала вычитается выходной и результат подаётся на регулятор.

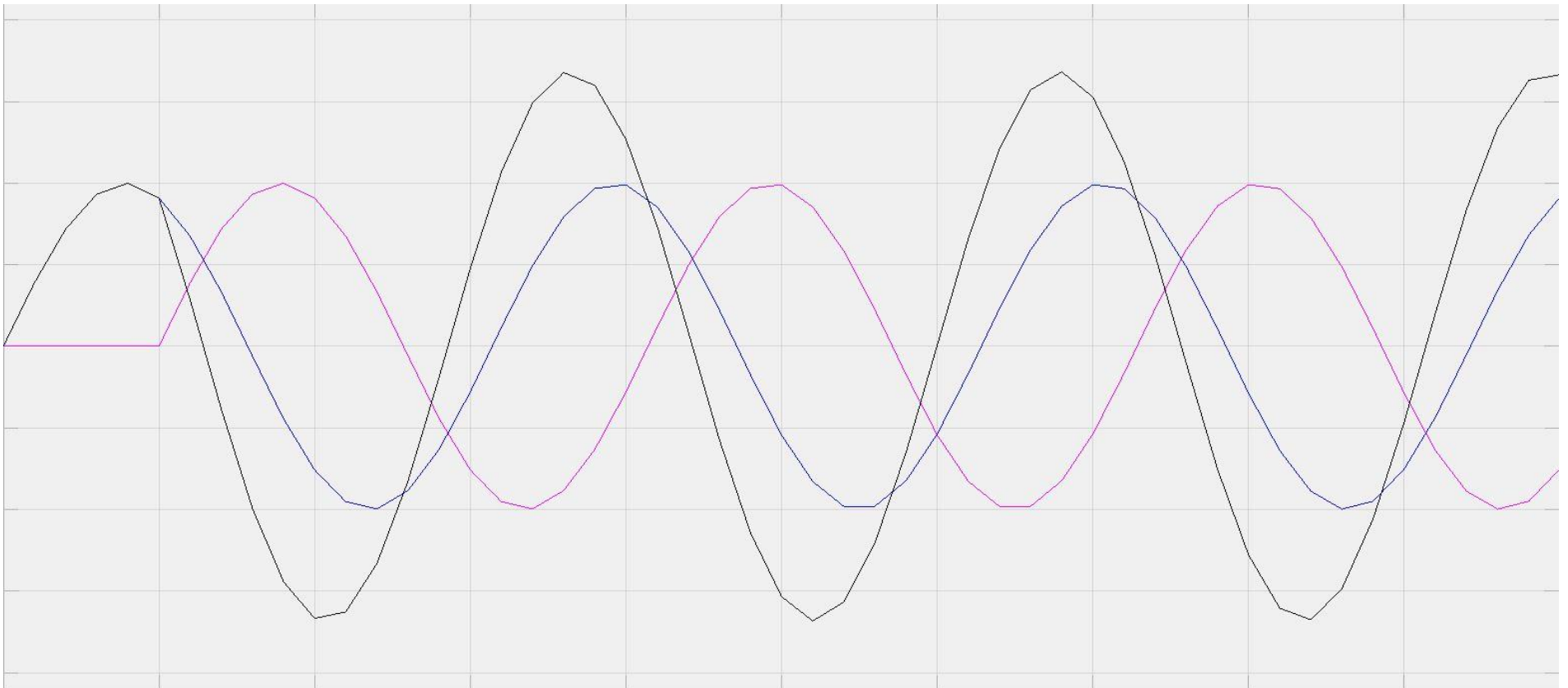
$$X_{\text{ВХ}} - X_{\text{ВЫХ}} = A * \sin(\omega t) - B * \sin(\omega t + \phi)$$

Если $\phi = \pi$, то

$$X_{\text{ВЫХ}} = B * \sin(\omega t + \pi) = -B * \sin(\omega t)$$

При чем тут устойчивость?

То есть отрицательная обратная связь становится положительной!



Насколько это плохо?

$$\begin{aligned} X_{\text{ВХ}} - X_{\text{ВЫХ}} &= A * \sin(\omega t) + B * \sin(\omega t) \\ &= (A + B) * \sin(\omega t) \end{aligned}$$

На следующем шаге на объект будет подаваться уже $X_{\text{ВХ}} = (A + B) * \sin(\omega t)$

Таким образом, выход будет $(A + B) * B / A$

Ошибка на следующем шаге будет равна:

$$X_{\text{ВХ}} - X_{\text{ВЫХ}} = (A + (A + B) * B / A) * \sin(\omega t)$$

Упростим

Для удобства примем $A = 1$:

$$X_{вх} - X_{вых} = (1 + B) * \sin(\omega t)$$

$$X_{вх} - X_{вых} = (1 + B*(1 + B)) * \sin(\omega t)$$

$$X_{вх} - X_{вых} = (1 + B*(1 + B*(1 + B))) * \sin(\omega t)$$

$$X_{вх} - X_{вых} = (1 + B*(1 + B*(1 + B*(1 + B)))) * \sin(\omega t)$$

$$X_{вх} - X_{вых} = (1 + B*(1 + B*(1 + B*(1 + B*(1 + B))))) * \sin(\omega t)$$

Будет ли этому конец?



Проще не стало

Оставим только амплитуду синуса, сам синус больше 1 не станет точно:

$$|X_{вх} - X_{вых}| = (1 + B)$$

$$|X_{вх} - X_{вых}| = (1 + B*(1 + B)) = 1 + B + B^2$$

$$|X_{вх} - X_{вых}| = (1 + B*(1 + B + B^2)) = 1 + B + B^2 + B^3$$

Каждый следующий шаг – сумма ряда B^n

Если $B < 1$, то сумма ряда не бесконечность, значит, модуль ошибки (и выходного значения заодно) будут ограничены.

$$\text{Сумма ряда } 1 + B + B^2 + B^3 + \dots = 1/(1 - B)$$

Для наглядности

Если $V = 0.9$, то амплитуда синусоиды ошибки будет стремиться к 10 при входном сигнале в 1, а амплитуда выхода – к $10-1=9$.

При $V = 0.01$ – выход будет синусоидой с амплитудой 0.(01), что выглядит уже не так пугающе.

Что такое В?

В – отношение амплитуды выходного сигнала ко входному на частоте, запаздывание на которой равно Π радиан (180 градусов).

Что мы узнали?

- 1) Как обычно описывают запаздывание
- 2) Как оно может навредить системе
- 3) В каких случаях запаздывание приведёт к развалу системы
- 4) Есть какие-то частотные штуки, которые мешают жить

Запаздывание? Никогда не встречал

Бывает ли чистое запаздывание в жизни?

На самом деле чистое запаздывание в нашем мире встречается не очень часто. Обычно запаздывание является следствием протекания внутренних процессов, а не отсутствием реакции на вход вообще.

Это значит, что есть ряд внутренних переменных объекта, которые меняются плавно, создавая задержку между выходом и входом.

Запаздывание? Никогда не встречал

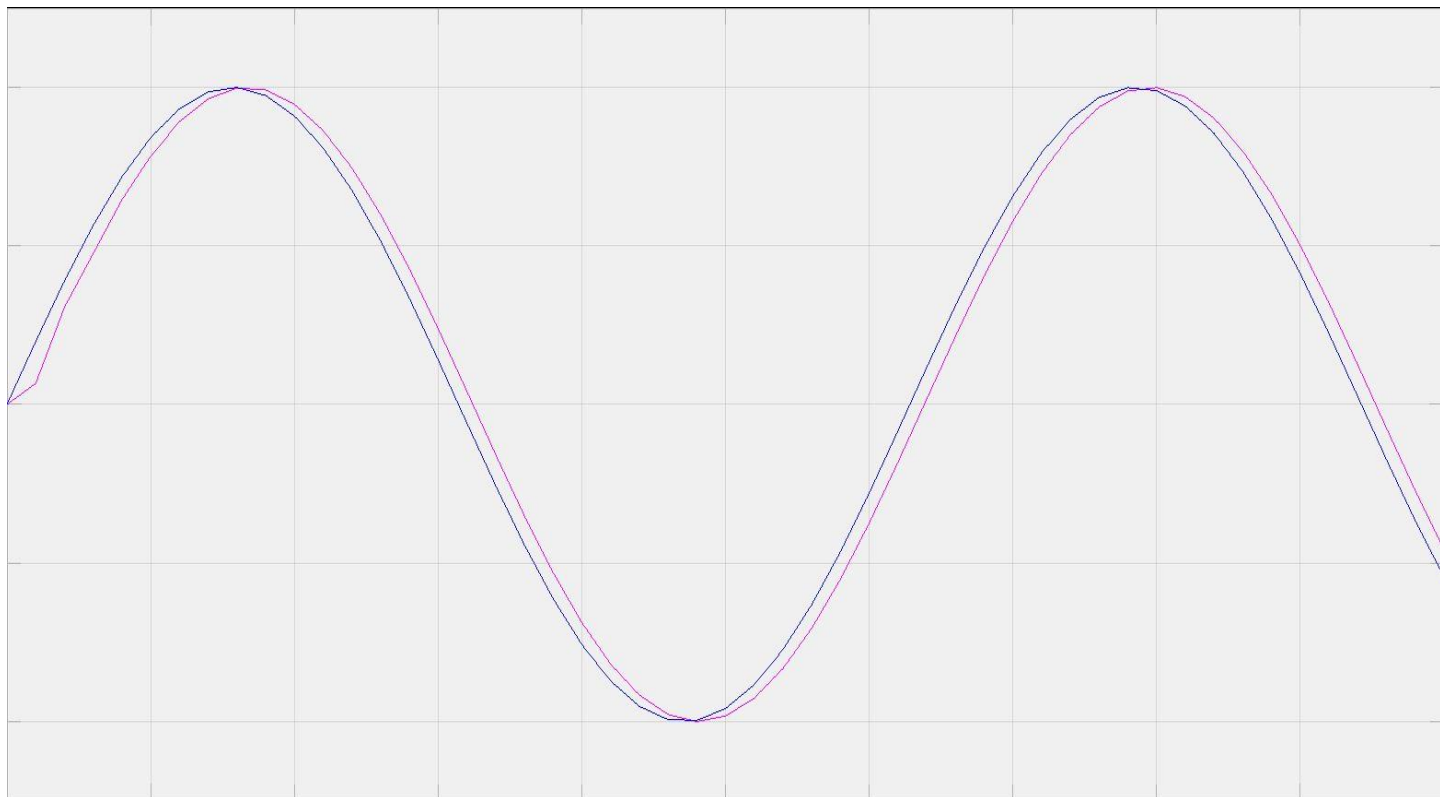
Двигатель не набирает скорость мгновенно? - это ток не может резко нарасти и инерция ротора ограничивает ускорение

Человек не сразу переходит дорогу с появлением зелёного – это информация от глаз обрабатывается мозгом.

Наиболее подходящим примером транспортной задержки можно считать задержки в линиях связи.

Что это нам даёт?

Это означает, что при увеличении частоты синуса на входе значения внутренних переменных объекта будут не успевать обрабатывать полную амплитуду входного сигнала



Объекты в жизни

- Посмотрим на возможное поведение коэффициента передачи объектов при увеличении частоты входного сигнала:
 - 1) Не меняется вообще
 - 2) Убывает в большом
 - 3) Возрастает в большом

Объекты в жизни

Как мы только что убедились, запаздывание, в основном, приносит вместе с собой уменьшение амплитуды при повышении частоты. Если амплитуда не меняется совсем, то, скорее всего, вход и выход связаны между собой линейно.

Такие объекты сложно вывести из равновесия и для управления обратная связь не нужна вовсе.

Объекты в жизни

Второй вариант – наиболее распространённый случай. Стабильные объекты обычно обладают фильтрующими свойствами (снижают амплитуду при увеличении частоты).

Если коэффициент передачи будет меньше единицы на частотах с углом запаздывания не меньше 180 градусов, то объект будет устойчивым.

Большинство объектов и явлений устойчивы

Объекты в жизни

Третий вариант – тоже довольно редкий. В качестве примера можно привести тахогенератор, на вход которому приходит изменение угла, а на выходе снимается изменение напряжения. Чем выше частота изменения угла, тем выше скорость, а, следовательно, и ЭДС на обмотке.

Говорить об устойчивости подобного объекта можно с натяжкой.

Куда уходит устойчивость?

Если объекты вокруг устойчивы, то к чему тогда весь разговор?

Куда уходит устойчивость?

Объекты устойчивы, когда мы не пытаемся ими управлять!

А вот наша система управления может значительно снизить устойчивость или вообще стать неустойчивой.

Поэтому вопрос устойчивости поднимается именно в рамках системы управления.

Что мы узнали ещё?

- 1) Большинство объектов устойчиво
- 2) Устойчивость уменьшает система управления
- 3) Человек всё портит

Как сильно всё испорчено?

Как оценить, сильно снизилась устойчивость
или нет?

Как сильно всё испорчено?

Можно определить, насколько далеко от текущей ситуации находится неустойчивое положение.

Обычно, это называется запасом.

Запасы устойчивости

Выйти из зоны устойчивости объект может двумя путями:

- 1) Если коэффициент передачи увеличится настолько, что на углу запаздывания 180 градусов он станет равным единице.
- 2) Если угол запаздывания увеличится настолько, что на коэффициенте передачи 1 он достигнет значения 180 градусов.

Бывает ли такое?

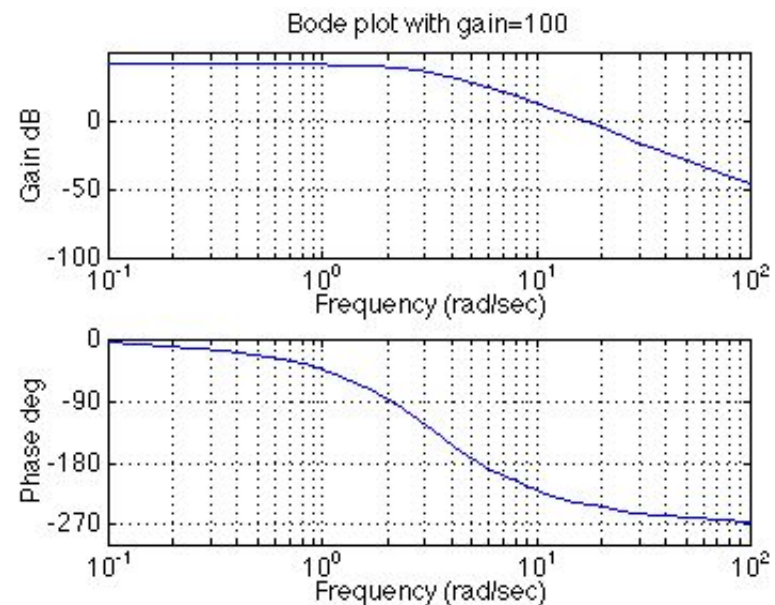
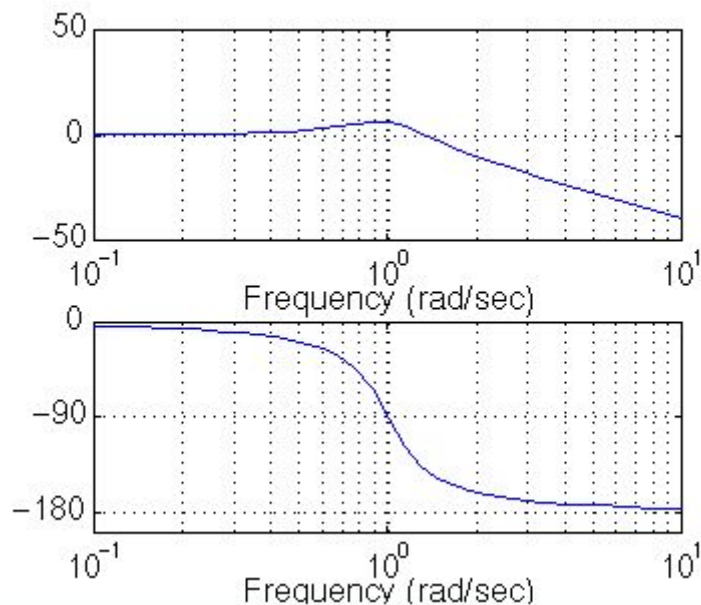
Для примера возьмём двигатель

- 1) Нагрелись обмотки из-за работы на большую нагрузку и сопротивление увеличилось. Это изменение приведет к увеличению коэффициента передачи системы.
- 2) Обмотки сильно нагрелись, диаметр витков от нагрева увеличился, увеличилась магнитная проницаемость материала сердечника. Результат – изменилась индуктивность, постоянная времени L/R ,

Как проверить систему на устойчивость

Снять зависимости амплитуды и угла
запаздывания от частоты на диапазоне от 0
до той, на которой угол будет 180 градусов

Определить по снятой характеристике оба
запаса.



Как проверить систему на устойчивость

А если у нас микроконтроллер и преобразование Фурье нам делать слишком дорого?

Как проверить систему на устойчивость

Можно искусственно создать изменения в системе и оценить величину запасов:

- 1) Увеличить коэффициент усиления в прямом канале до тех пор, пока в системе не начнутся устойчивые колебания.
- 2) Внести искусственную задержку в прямой канал, увеличивать её до появления устойчивых колебаний.

Проблемы автоматизации

Чтобы автоматизировать процесс, надо уметь определять устойчивые колебания.

Они могут прийти на ту частоту, которая будет выше частоты чтения выходной величины.

Как быть?

Преобразование Фурье - это будет занимать время.

Придумывать различные ухищрения.