

# 1.3. ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

Пусть даны два множества  $A$  и  $B$ :  $A = \{1, 2, 3\}$      $B = \{3, 4, 5\}$

*Объединение  $A \cup B$  — это множество элементов, принадлежащих или  $A$ , или  $B$ , или  $A$  и  $B$  вместе.*

Пример:  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

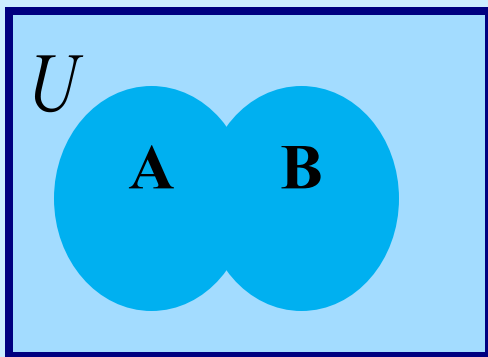
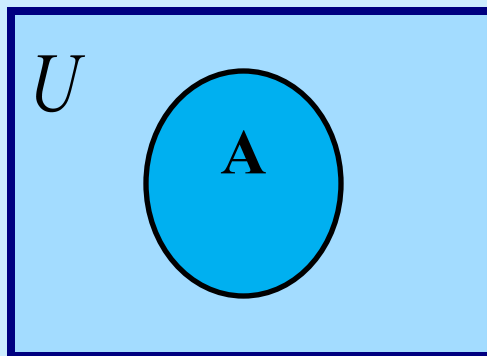
*Пересечение  $A \cap B$  – это множество элементов, принадлежащих одновременно  $A$  и  $B$ .*

Пример:  $A \cap B = \{3\}$

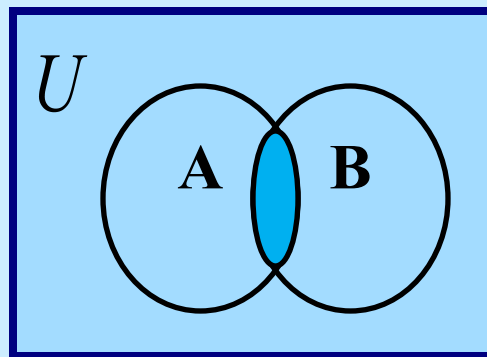
*Разность  $A \setminus B$  – это множество, состоящее из элементов  $A$ , не принадлежащих  $B$ .*

Пример:  $A \setminus B = \{1,2\}$   $B \setminus A = \{4,5\}$

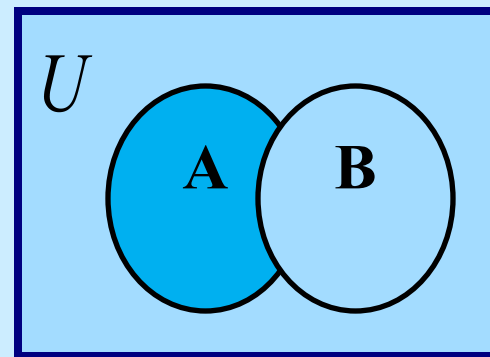
Операции над множествами изображаются в виде кругов Эйлера.



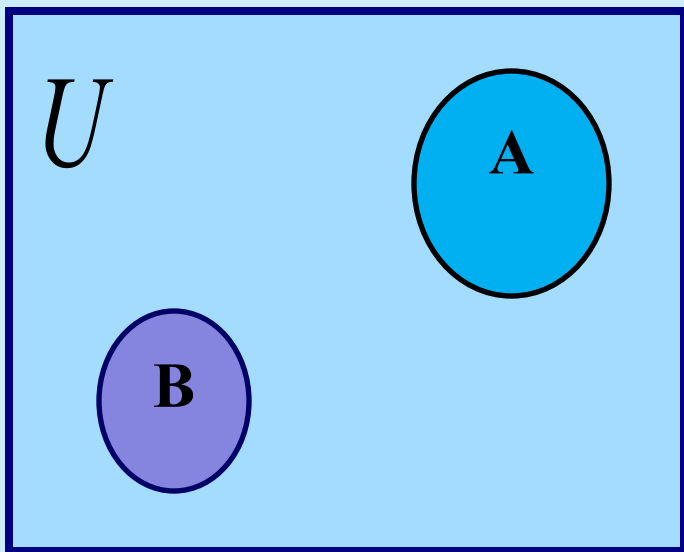
$A \cup B$



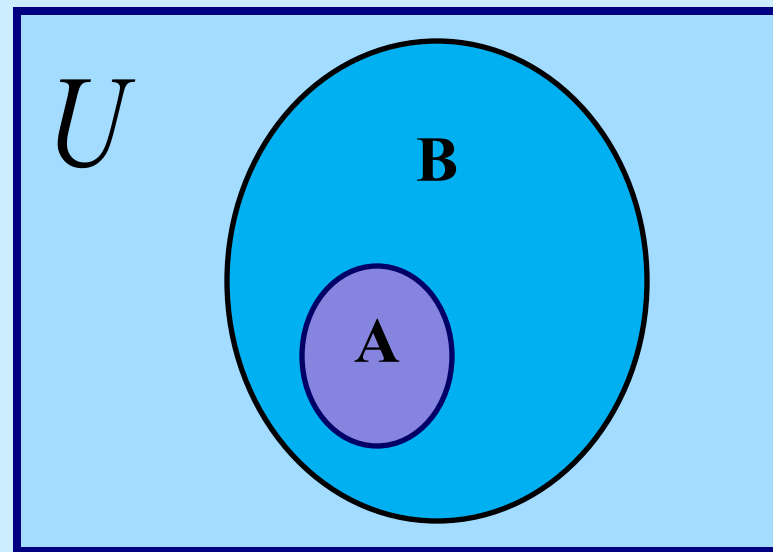
$A \cap B$



$A \setminus B$

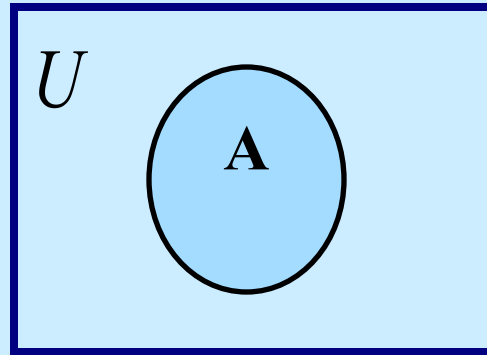


$$A \cap B = \emptyset$$



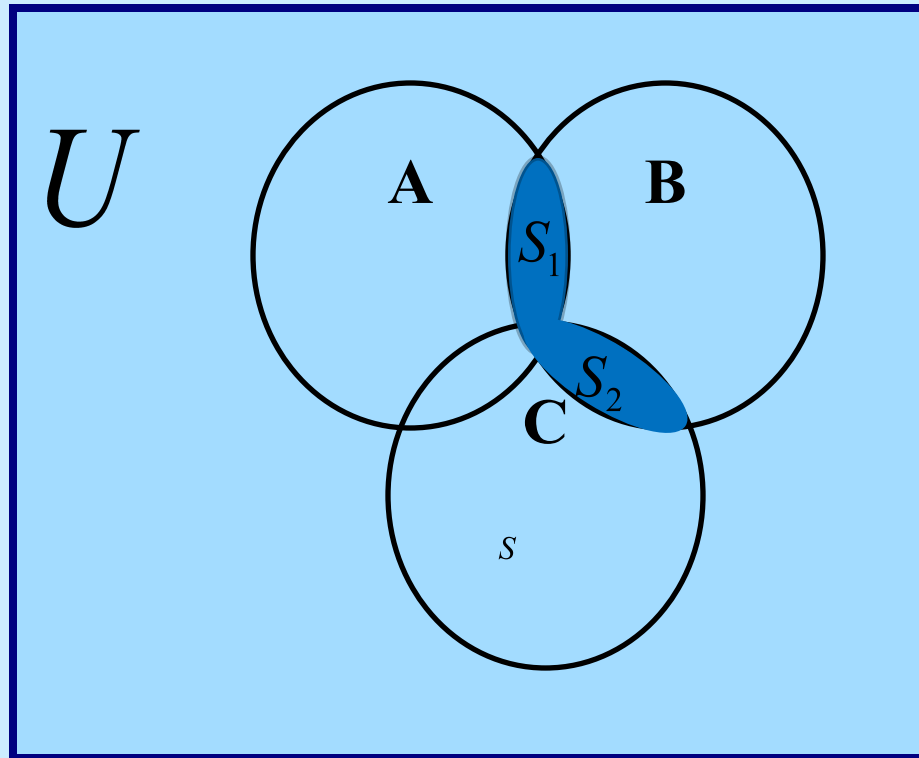
$$A \subset B$$

*Множество  $\bar{A} = U \setminus A$  называется дополнением  
множества  $A$  до универсума  $U$*



Пусть  $A = \{1, 2, 3\}$      $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

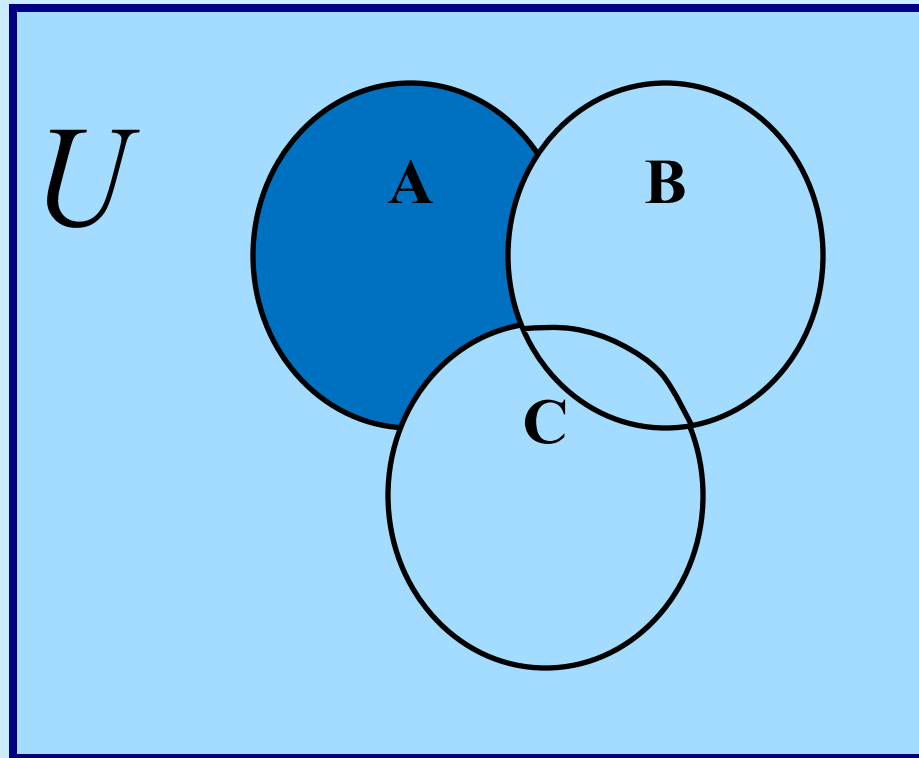
$$\bar{A} = U \setminus A = \{4, 5\}$$



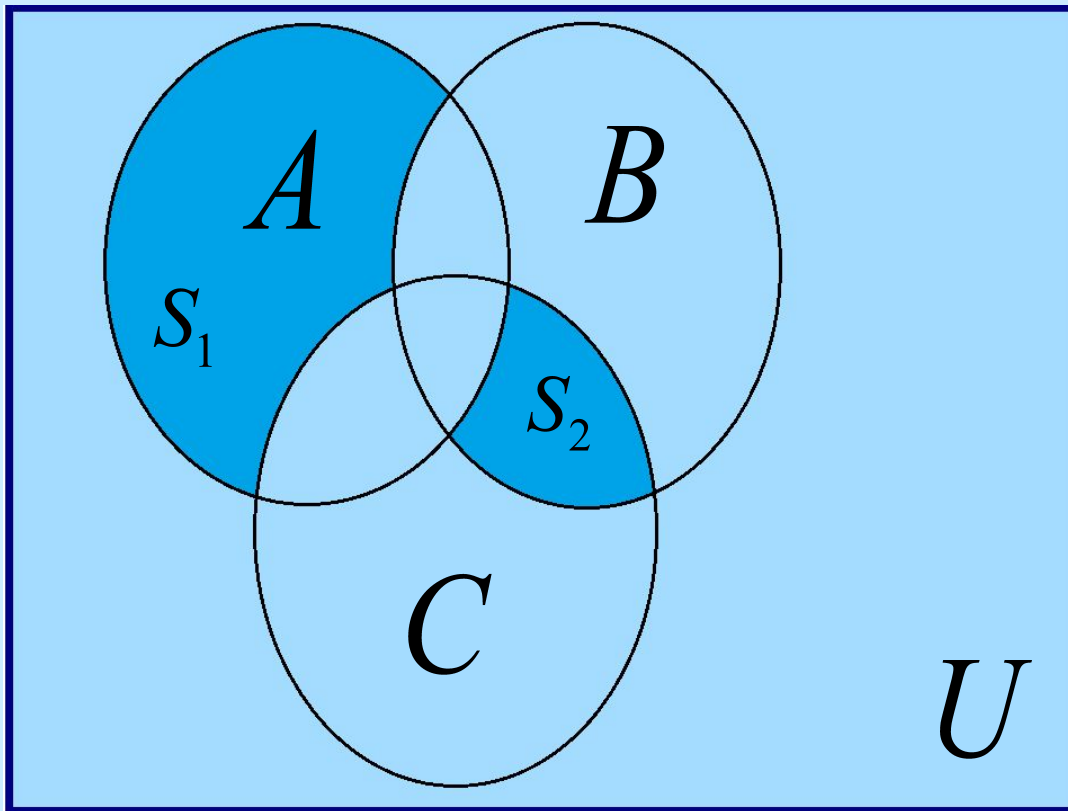
$$A \cap B = S_1$$

$$B \cap C = S_2$$

$$S_1 \cup S_2 = S$$



$$S = A \setminus B \setminus C$$



$$S_1 = A \setminus B \setminus C$$

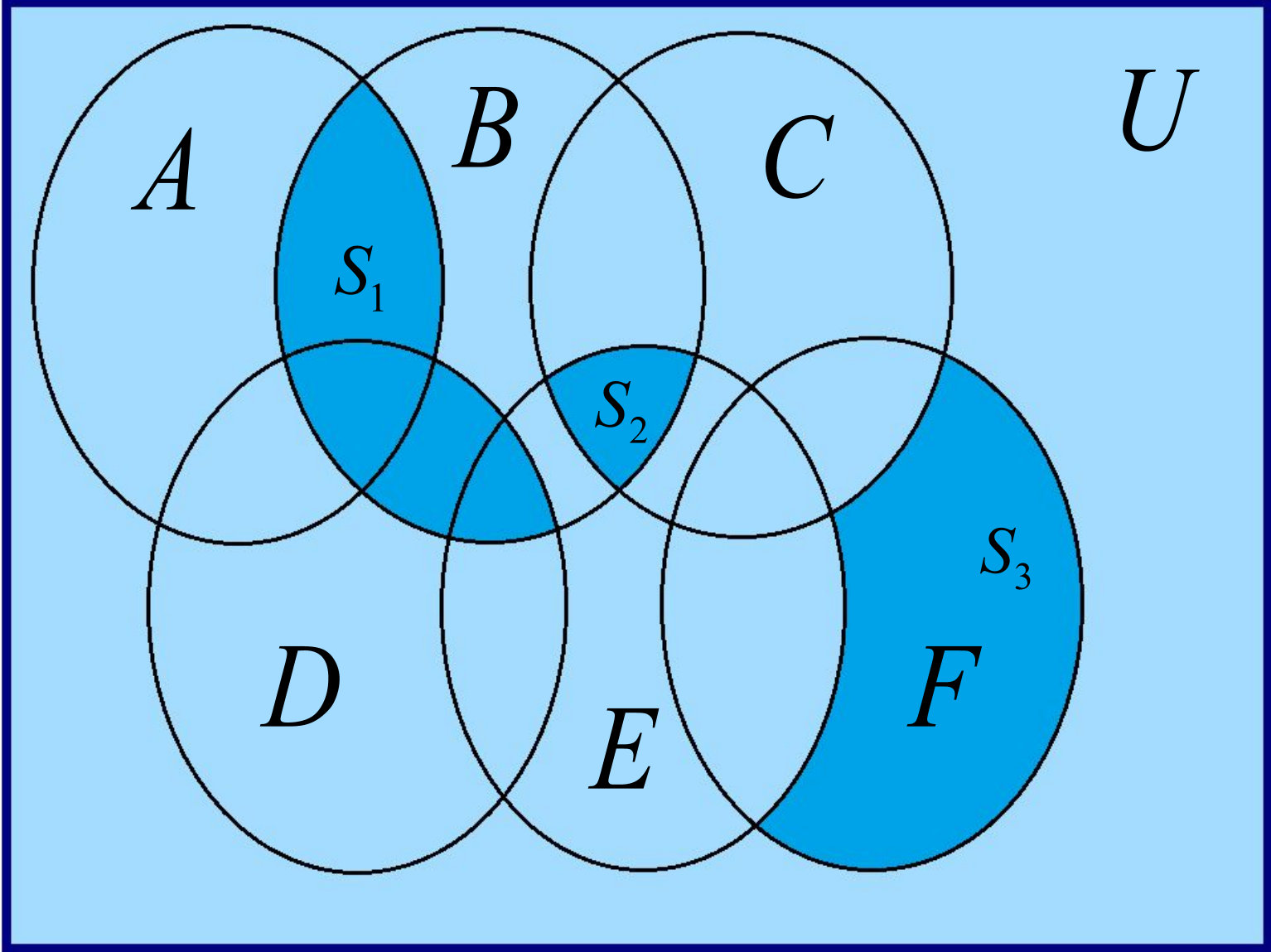
$$S_2 = (B \cap C) \setminus A$$

$$S = S_1 \cup S_2$$



# ПРИМЕР.

*Пусть элементами множеств являются точки кругов  $A, B, C, D, E, F$ , а универсумом  $U$  — точки прямоугольника. С помощью теоретико-множественных операций описать элементы множеств, принадлежащие заштрихованным областям  $S_1, S_2, S_3$  и общей заштрихованной области  $S$ .*



# РЕШЕНИЕ.

$$S_1 = (A \cap B) \cup (B \cap D)$$

$$S_2 = B \cap C \cap E$$

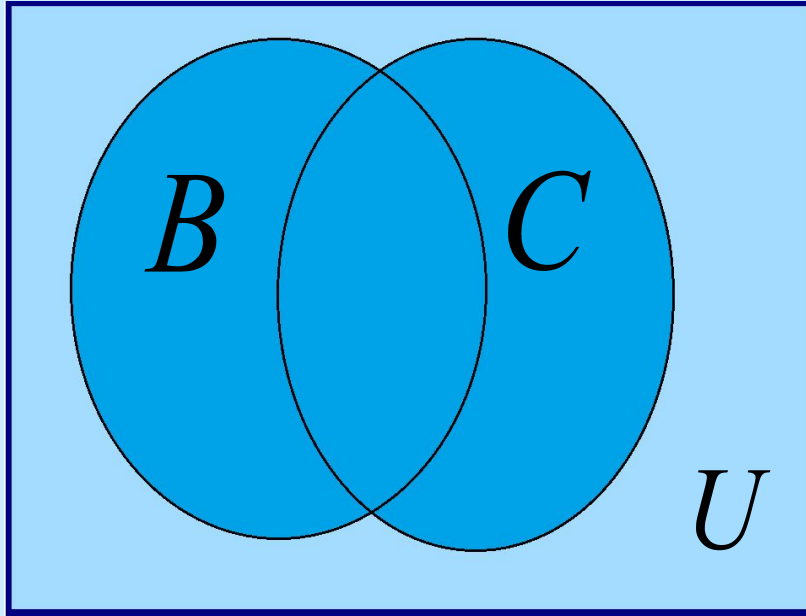
$$S_3 = F \setminus C \setminus E$$

$$S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$$

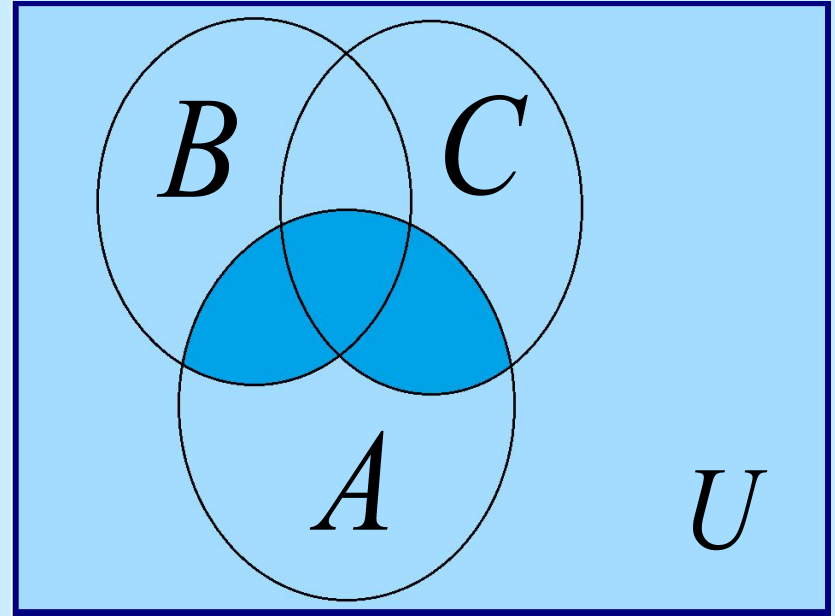
# ПРИМЕР.

*Отобразить множество:*

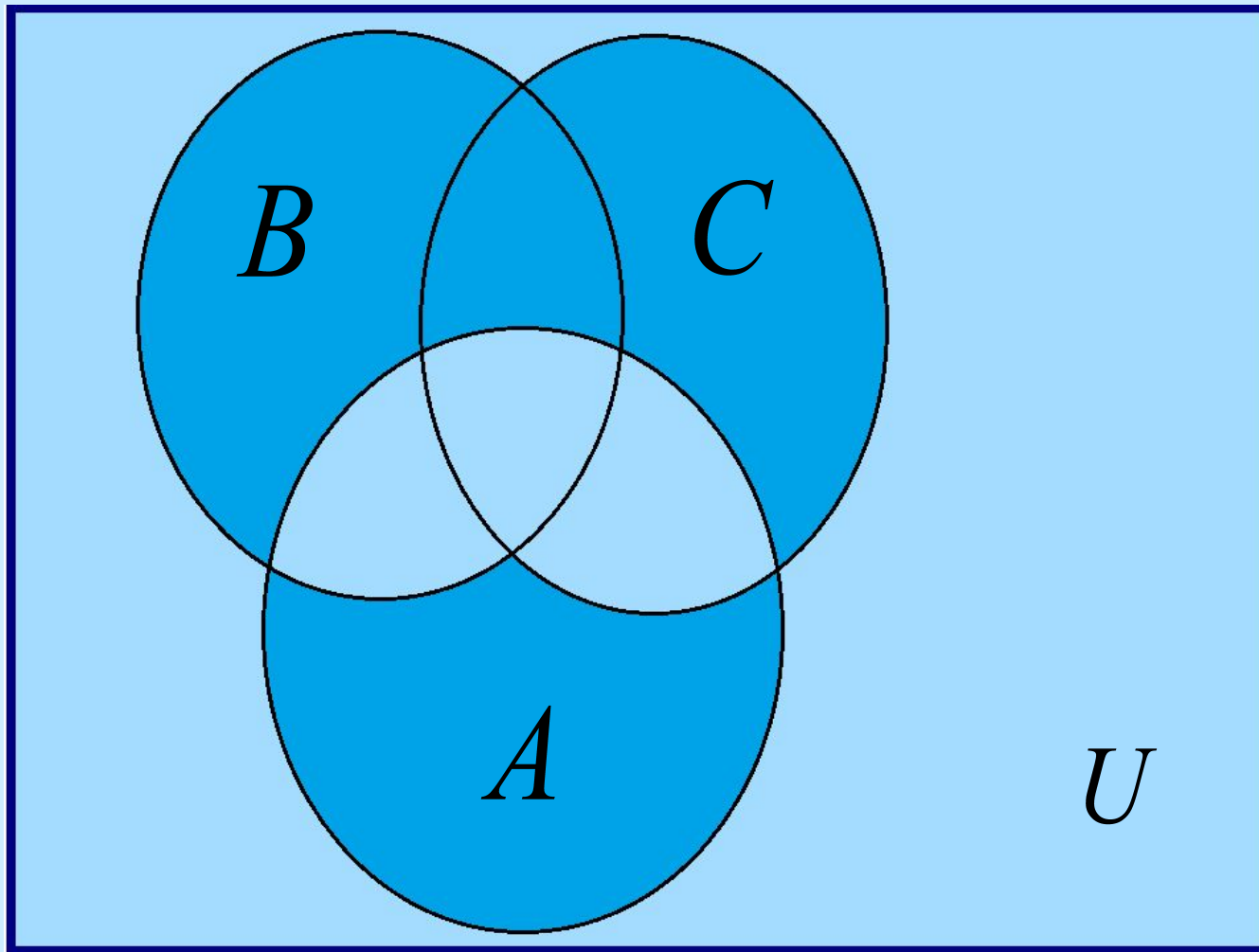
$$\overline{A \cap (B \cup C)}$$



$$B \cup C$$



$$A \cap (B \cup C)$$



$$\overline{A \cap (B \cup C)}$$

# СВОЙСТВА ОПЕРАЦИЙ НАД МНОЖЕСТВАМИ

Пусть  $U$  — универсальное множество,  
 $A, B, C$  — произвольные множества.

Тогда справедливы следующие свойства:

1 *Идемпоентность:*

$$A \cap A = A \quad A \cup A = A$$

2 *Коммутативность:*

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \cup B = B \cup A$$

3 Ассоциативность:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

4 Дистрибутивность:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

5 Поглощение:

$$(A \cap B) \cup A = A$$
$$(A \cup B) \cap A = A$$



6 Свойства нуля:

$$A \cup \emptyset = A \quad A \cap \emptyset = \emptyset$$

7 Свойства единицы:

$$A \cup U = U \quad A \cap U = A$$

9 Инволютивность:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

10 Законы де Моргана:

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

11 Свойства  
дополнения:

$$A \cup \square A = U \quad A \cap \square A = \emptyset$$