1.3. ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

Пусть даны два множества A и B: A = {1,2,3}   B = {3, 4, 5}

Объединение A ∪ B — это множество элементов, принадлежащих или A, или B, или A и B вместе.

Пример: A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5}

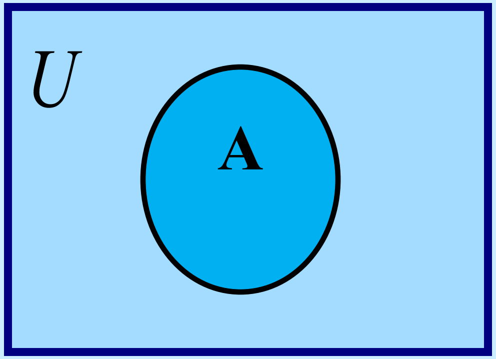
Пересечение $A \cap B$ – это множество элементов, принадлежащих одновременно A и B.

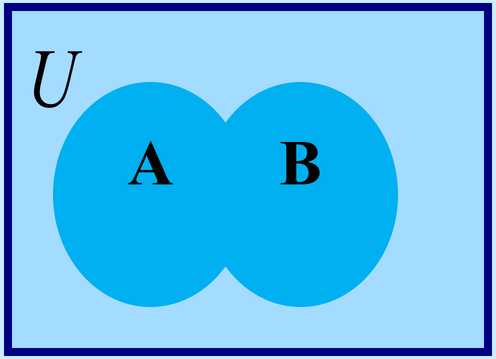
Пример: $A \cap B = \{3\}$

Разность $A \setminus B$ – это множество, состоящее из элементов A, не принадлежащих B.

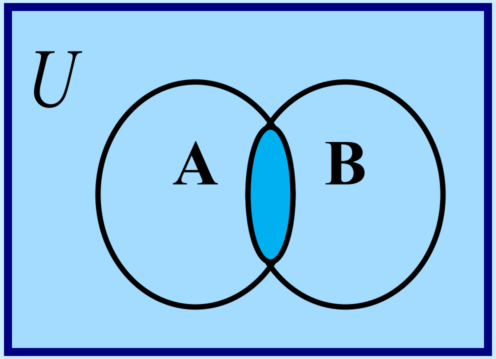
Пример: $A \setminus B = \{1,2\}$ $B \setminus A = \{4,5\}$

Операции над множествами изображаются в виде кругов Эйлера.

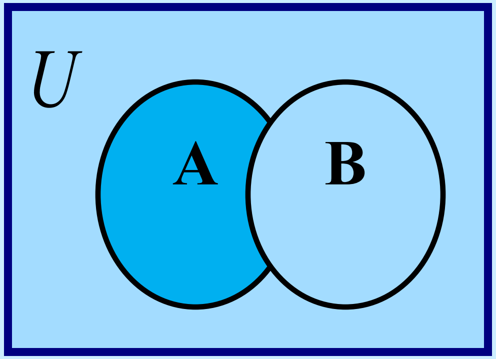




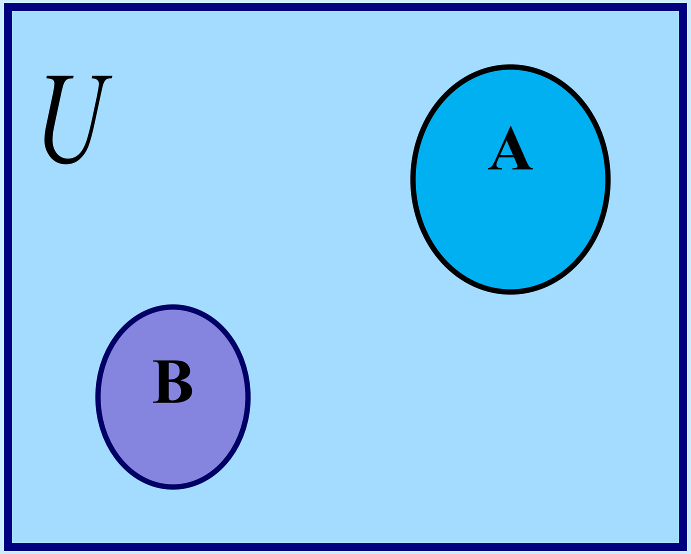
$A \cup B$



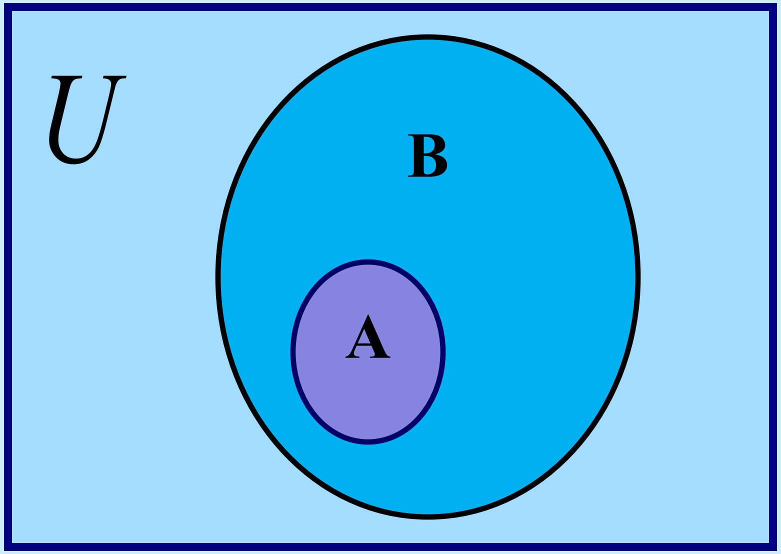
$A \cap B$



$A \setminus B$

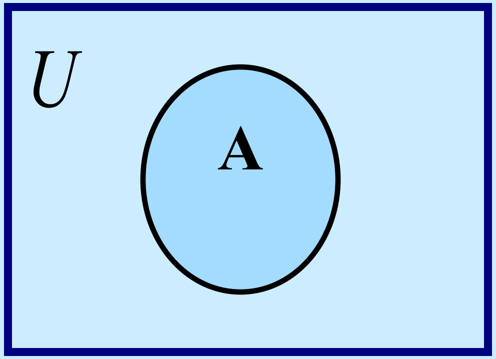


$A \subset B = \varnothing$



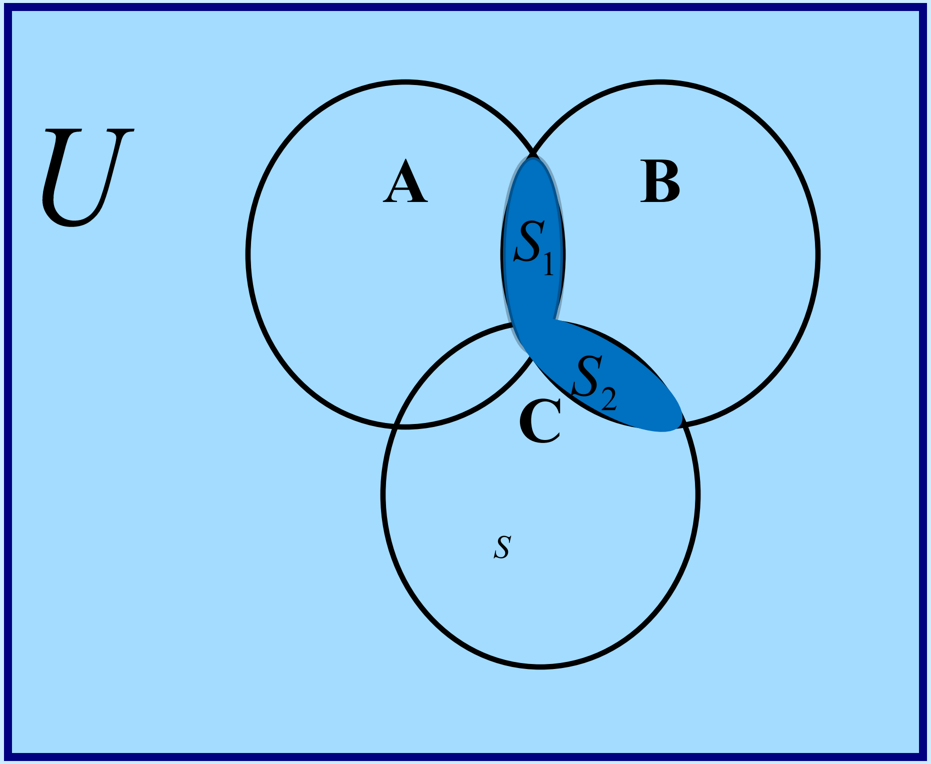
$A \subset B$

Множество $\bar{A} = U \setminus A$ называется дополнением множества A до универсума U



Пусть A = {1,2,3}   U = {1, 2, 3, 4, 5}

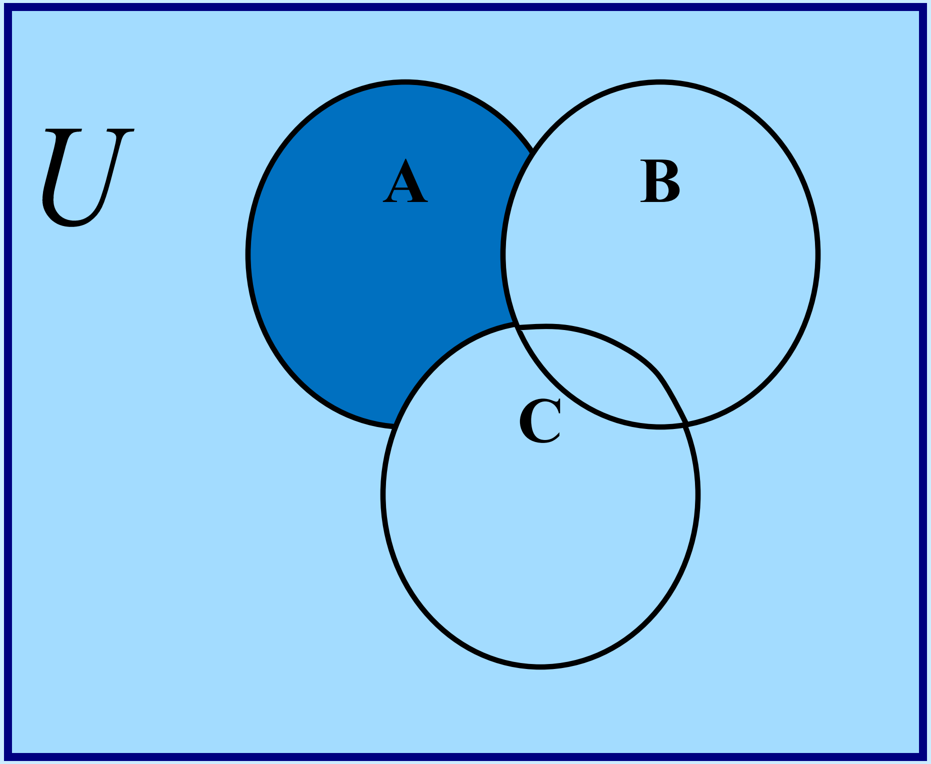
$\bar{A} = U \setminus A = \{4, 5,\}$



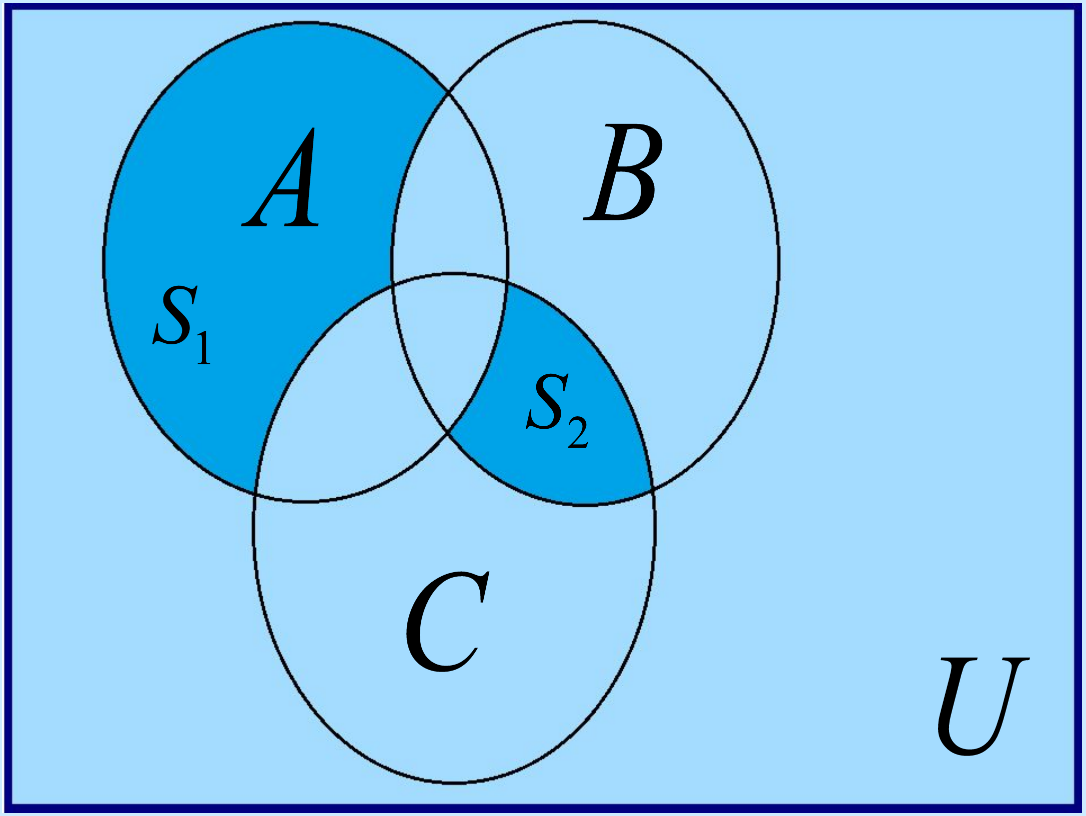
$$A \cap B = S_1$$

$$B \cap C = S_2$$

$$S_1 \cup S_2 = S$$



$$S = A \setminus B \setminus C$$



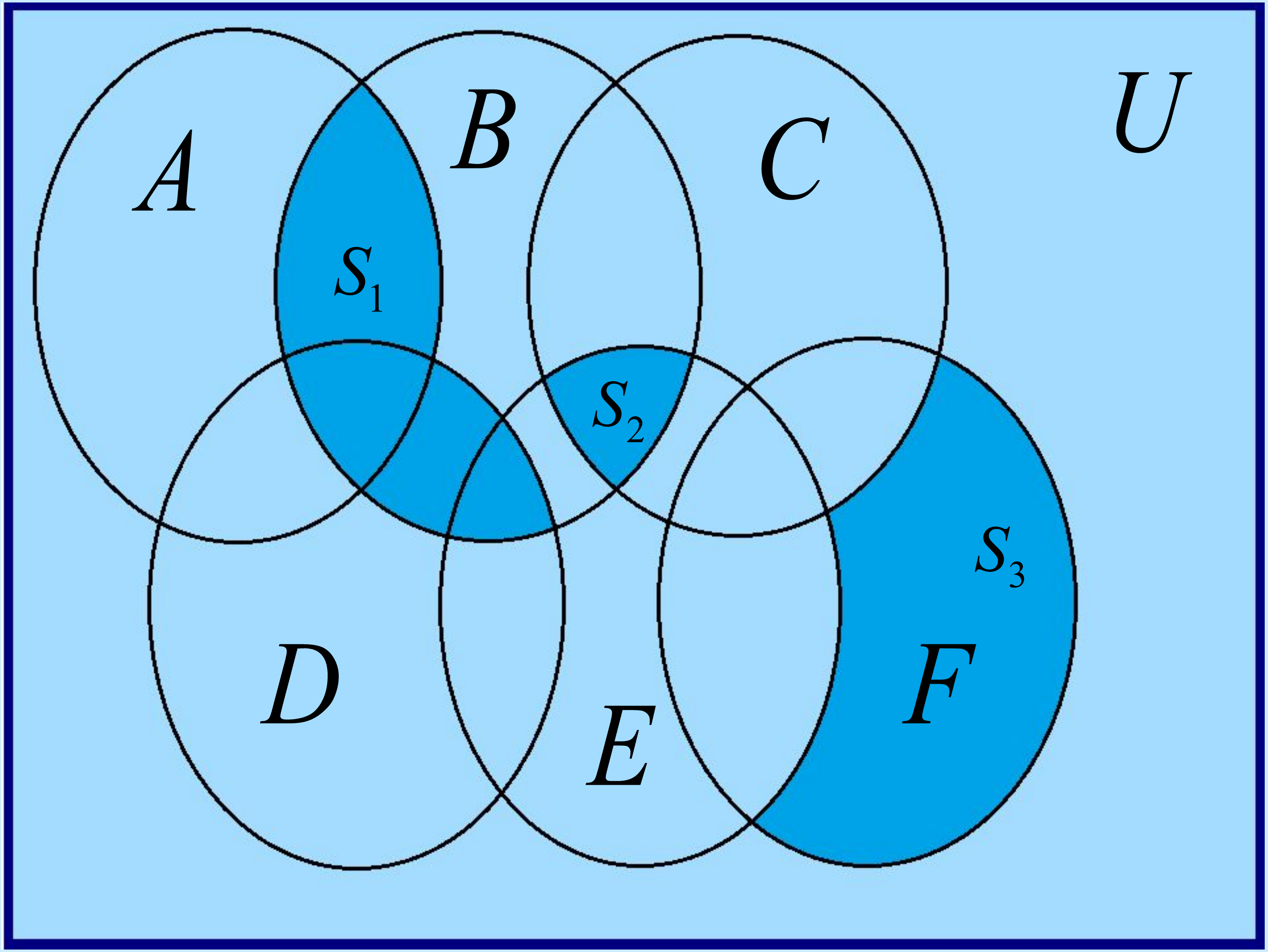
$$S_1 = A \setminus B \setminus C$$

$$S_2 = (B \cap C) \setminus A$$

$$S = S_1 \cup S_2$$

ПРИМЕР.

Пусть элементами множеств являются точки кругов A, B, C, D, E, F, а универсумом U — точки прямоугольника. С помощью теоретико-множественных операций описать элементы множеств, принадлежащие заштрихованным областям S_1, S_2, S_3 и общей заштрихованной области S.



A
B
C
U
S_1
S_2
S_3
D
E
F

РЕШЕНИЕ.

$S_1 = (A \cap B) \cup (B \cap D)$

$S_2 = B \cap C \cap E$

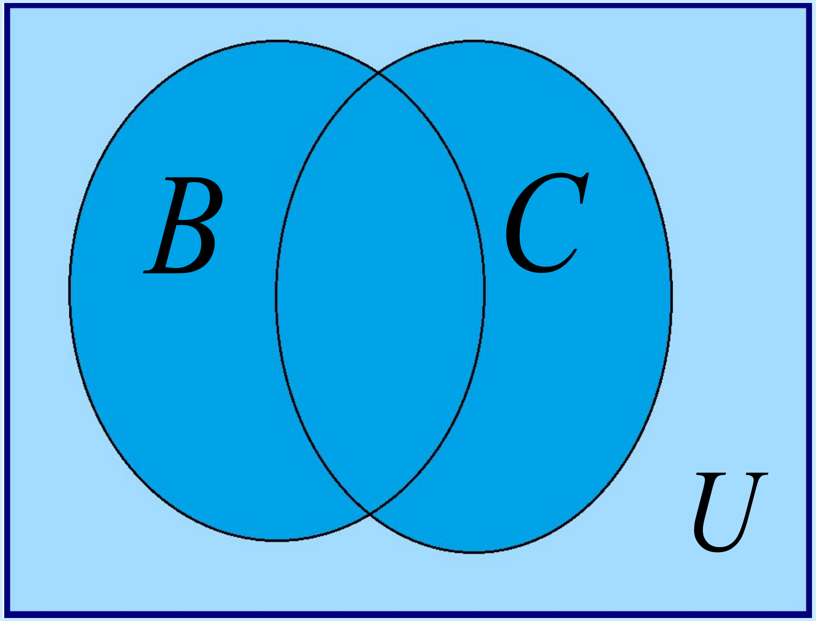
$S_3 = F \setminus C \setminus E$

$S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$

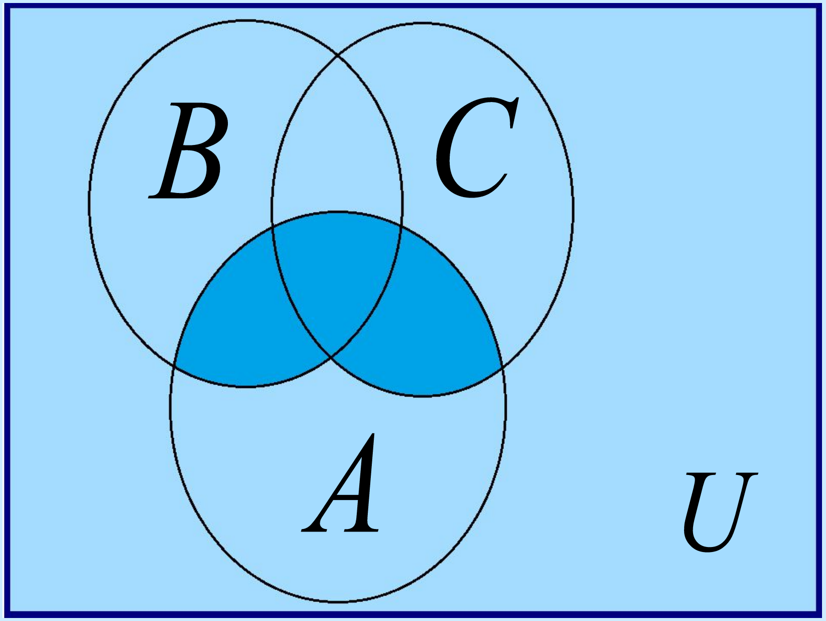
ПРИМЕР.

Отобразить множество:

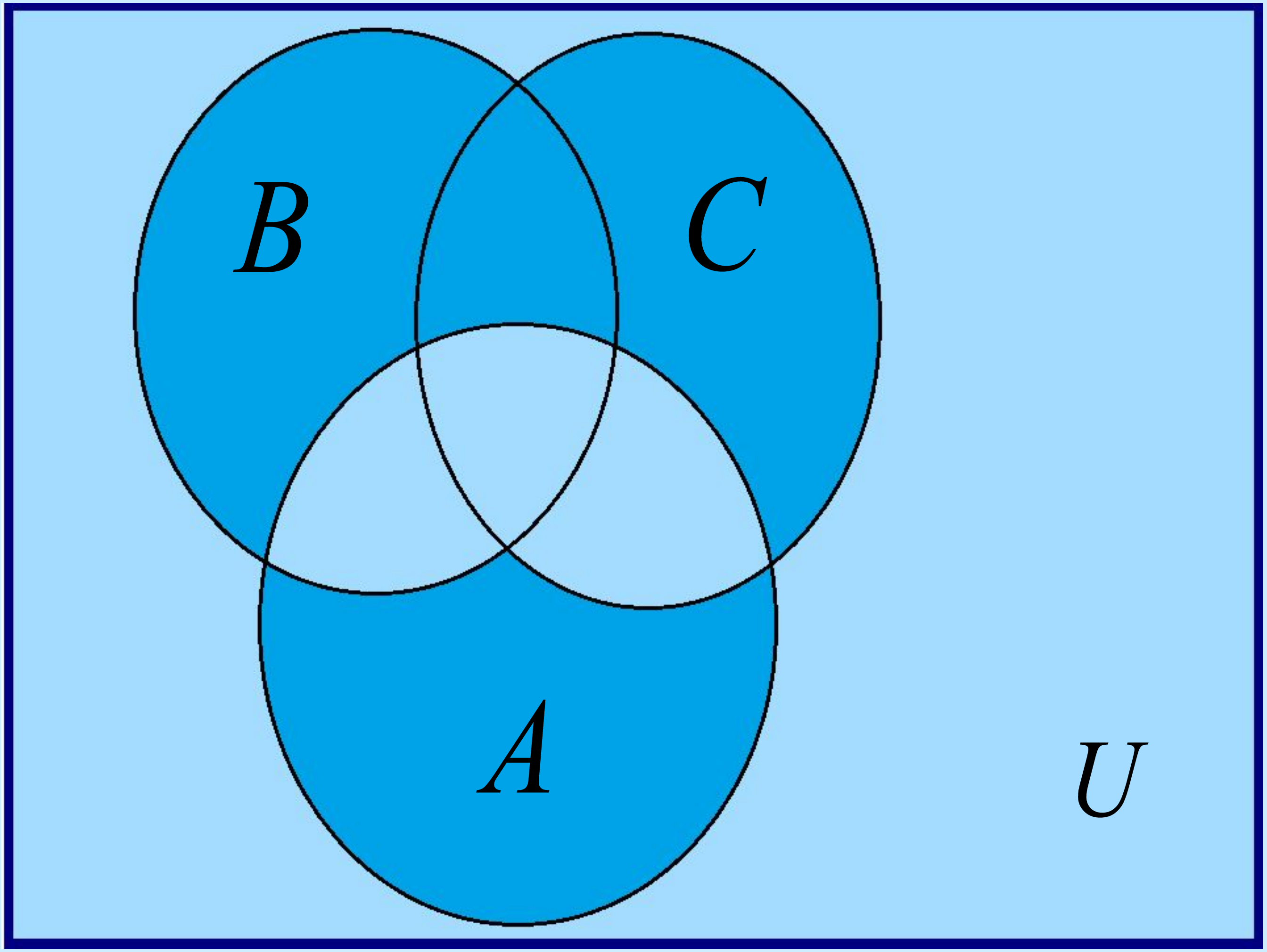
$$\overline{A \cap (B \cup C)}$$



$B \cup C$



$A \cap (B \cup C)$



$$\overline{A \cap (B \cup C)}$$

СВОЙСТВА ОПЕРАЦИЙ НАД МНОЖЕСТВАМИ

Пусть U — универсальное множество,
A, B, C — произвольные множества.

Тогда справедливы следующие свойства:

1. Идемпотентность:

$A \cap A = A \quad A \cup A = A$

2. Коммутативность:

$A \cap B = B \cap A$

$A \cup B = B \cup A$

3. Ассоциативность:

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

4. Дистрибутивность:

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

5. Поглощение:

$(A \cap B) \cup A = A$

$(A \cup B) \cap A = A$

6. Свойства нуля: $A \cup \varnothing = A \quad A \cap \varnothing = \varnothing$

7. Свойства единицы: $A \cup U = U \quad A \cap U = A$

9. Инволютивность: $\overline{\overline{A}} = A$

10. Законы де Моргана: $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

11. Свойства дополнения: $A \cup \square A = U \quad A \cap \square A = \varnothing$