Кубанский государственный аграрный университет

Начертательная геометрия
Направление : 35.03.06 | Агроинженерия
Направленность: Технические системы в агробизнесе

Лекция 3: Плоскость. Главные линии плоскости. Взаимное расположение точки и плоскости. Взаимное расположение прямой линии и плоскости.

КубГАУ, 2021 г.

ПЛОСКОСТЬ

Задание и изображение на чертеже

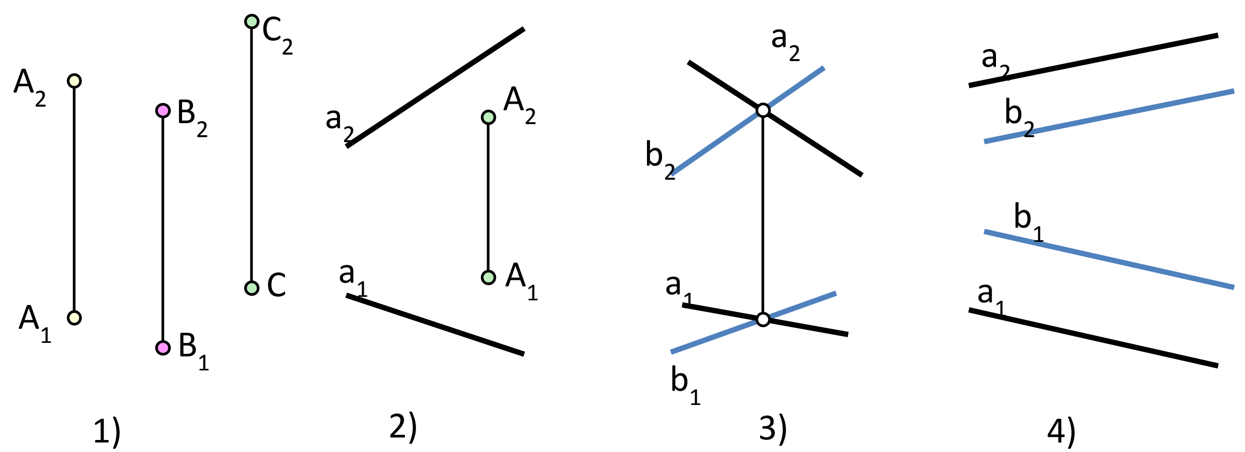
Положение плоскости в пространстве и на чертеже можно определить:

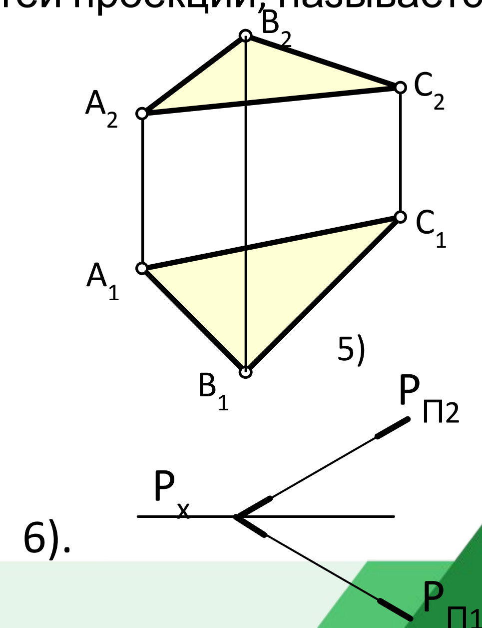
1) тремя точками, не лежащими на одной прямой;
2) прямой и точкой вне ее;
3) двумя пересекающимися прямыми;
4) двумя параллельными прямыми;
5) любой плоской фигурой;
6) следами.

Следом плоскости называется линия пересечения этой плоскости с плоскостями проекций. Горизонтальный след $P_{П1}$; фронтальный $P_{П2}$

Плоскость, не перпендикулярная ни одной плоскости проекций, называется плоскостью общего положения. На комплексном чертеже проекции элементов, задающих плоскость, занимают общее положение.

Плоскость, перпендикулярная или параллельная одной из плоскостей проекций, называется плоскостью частного положения.





РАЗЛИЧНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПЛОСКОСТЕЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Проецирующая плоскость

Плоскость, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется проецирующей. Различают:

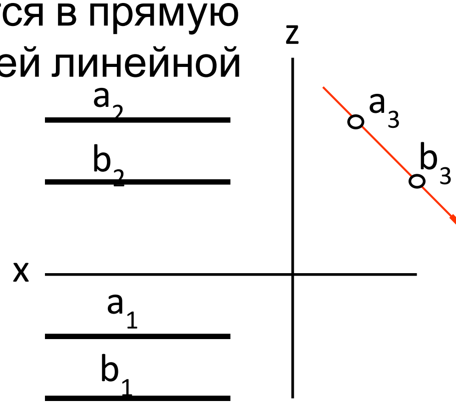
а) горизонтально проецирующая плоскость (**$\alpha \perp П_1$**); б) фронтально проецирующая плоскость

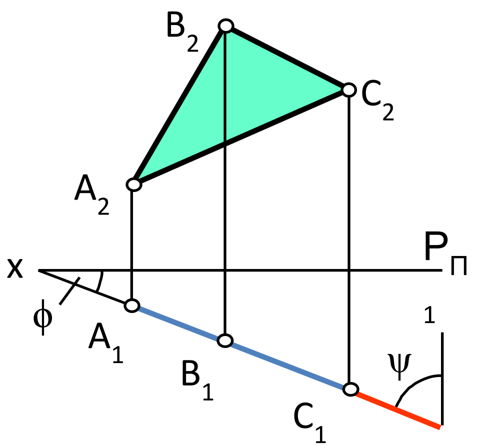
b) (**$\beta \perp П_2$**);

в) профильно-проецирующая плоскость (**$\gamma \perp П_3$**).

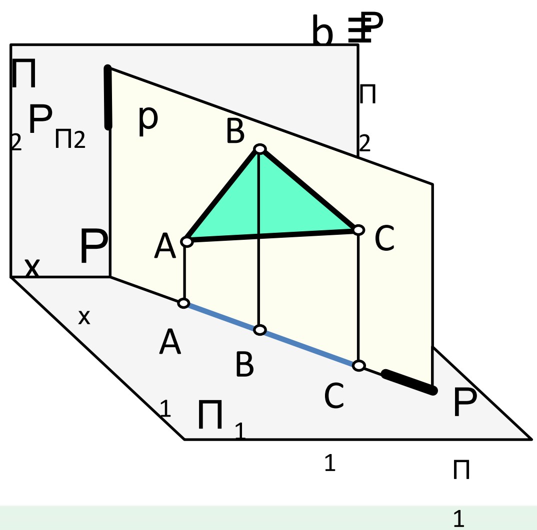
У проецирующих плоскостей одна проекция вырождается в прямую. Поэтому проекция фигуры, принадлежащей такой плоскости (треугольник **ABC**), вырождается в прямую (**$A_1B_1C_1$**). Проецирующая плоскость однозначно задается на чертеже своей линейной проекцией или проецирующим следом плоскости($Рп_1$ $Рп_2$ $Рп_3$)

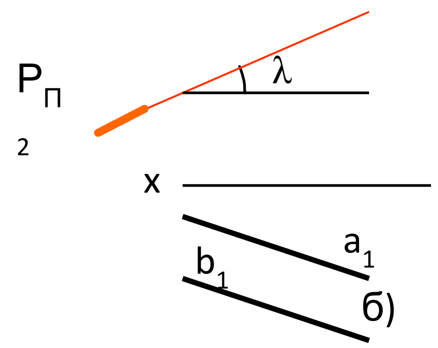
в)





а

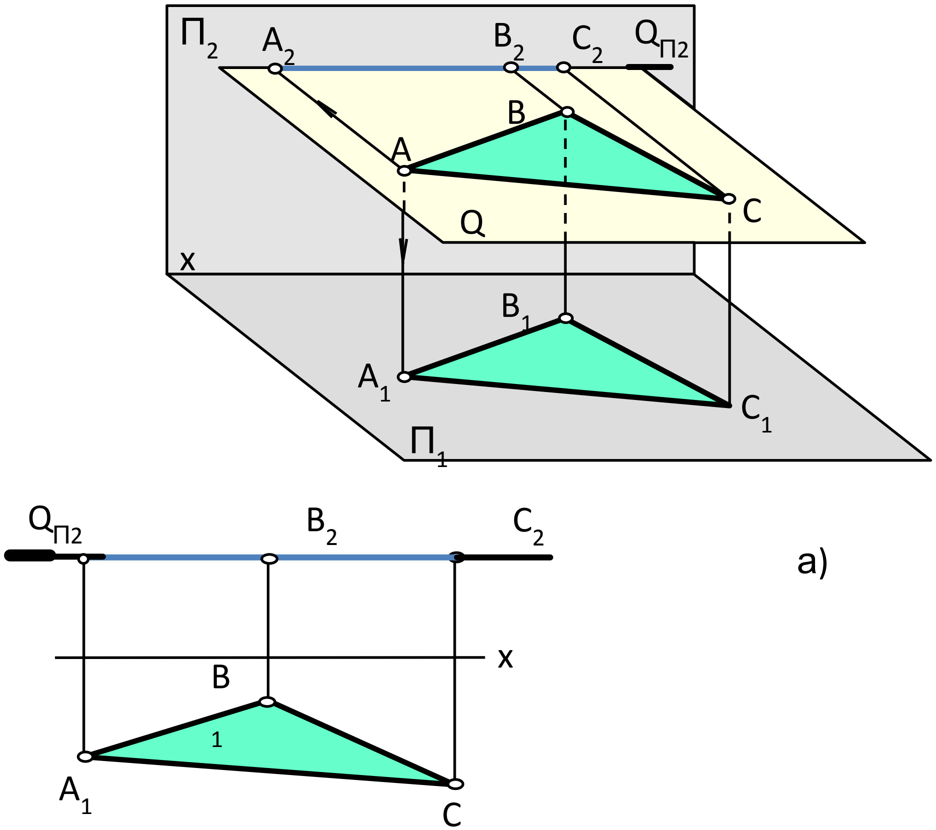




б)

ПЛОСКОСТЬ УРОВНЯ

Плоскость, параллельная одной из плоскостей проекций, называется *плоскостью уровня.*



а)

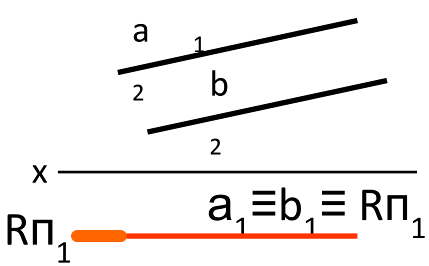
Различают:

а) горизонтальная плоскость уровня (**$Q_{П2}$// $П_1$**);

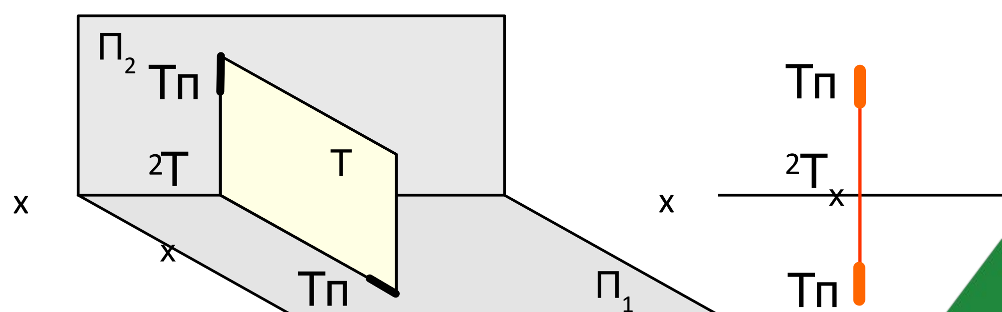
б) фронтальная плоскость уровня (**$R_{П1}$ // $П_2$**);

в) профильная плоскость уровня (**$T_{П2}$ // $П_3$**).

Плоскость уровня является частным случаем проецирующей плоскости, поэтому на чертеже задается своей линейной проекцией или собирательным следом Фигура, принадлежащая плоскости уровня, проецируется на соответствующую плоскость проекций в натуральную величину.



б)



1

в) 1

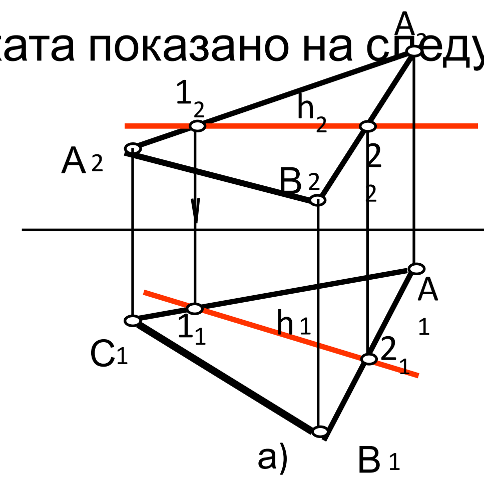
ГЛАВНЫЕ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

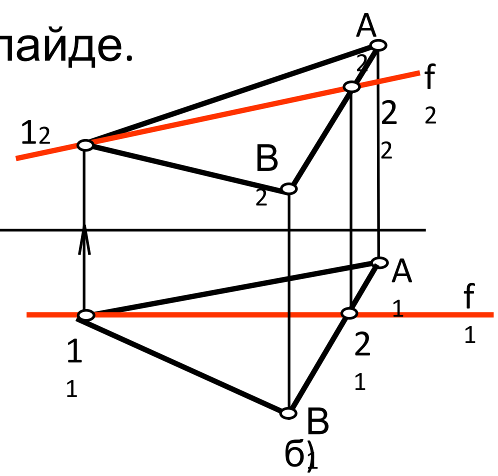
В любой плоскости можно провести бесчисленное множество главных линий:

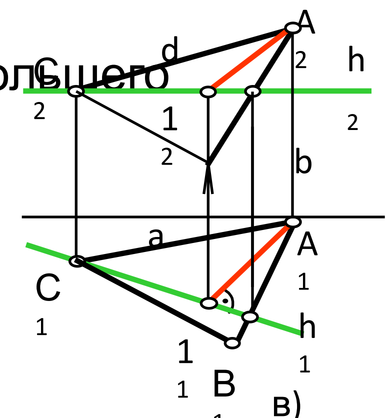
а) *горизонтали; б) фронтали;* в) *профильные* прямые; г) линии *наибольшего ската*. Линии наибольшего ската - прямые, проведенные в плоскости *перпендикулярно к горизонталям* этой плоскости.

Построение горизонтали начинают с ее фронтальной проекции h_2; построение фронтали плоскости начинают с ее горизонтальной проекции f_1; линию ската начинают с ее горизонтальной проекции $A_1 1_1$, которая перпендикулярна h_1.

Поэтапное построение горизонтали, фронтали и линии наибольшего ската показано на следующем слайде.





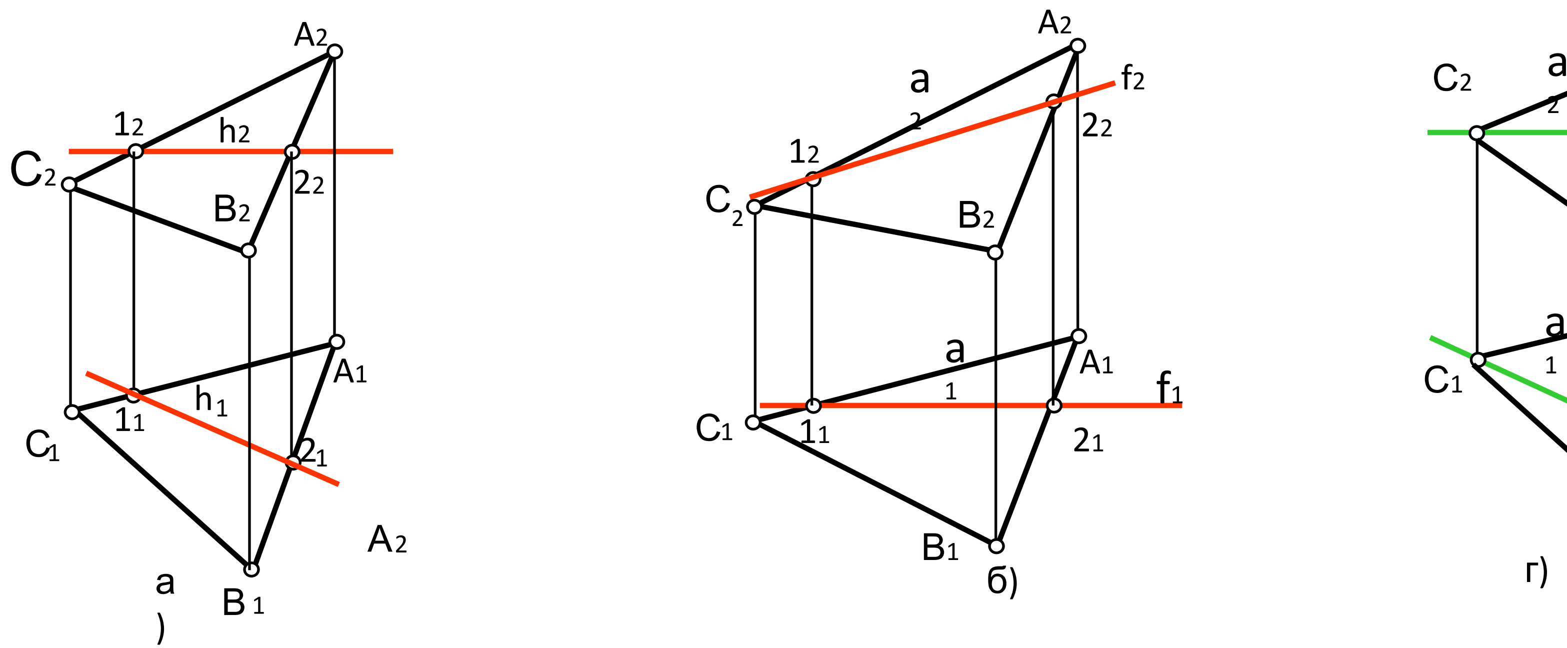


Горизонталью называется прямая лежащая в плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций.

Фронталью называется прямая принадлежащая заданной плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций.

Линиями наибольшего наклона плоскости к плоскостям $П_1$, $П_2$ и $П_3$ называют прямые, лежащие в ней и перпендикулярные или к горизонтальной плоскости, или к ее фронталям, или к ее

ПОЭТАПНОЕ ПОСТРОЕНИЕ ГЛАВНЫХ ЛИНИЙ ПЛОСКОСТИ



ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ И ПЛОСКОСТИ

КубГАУ

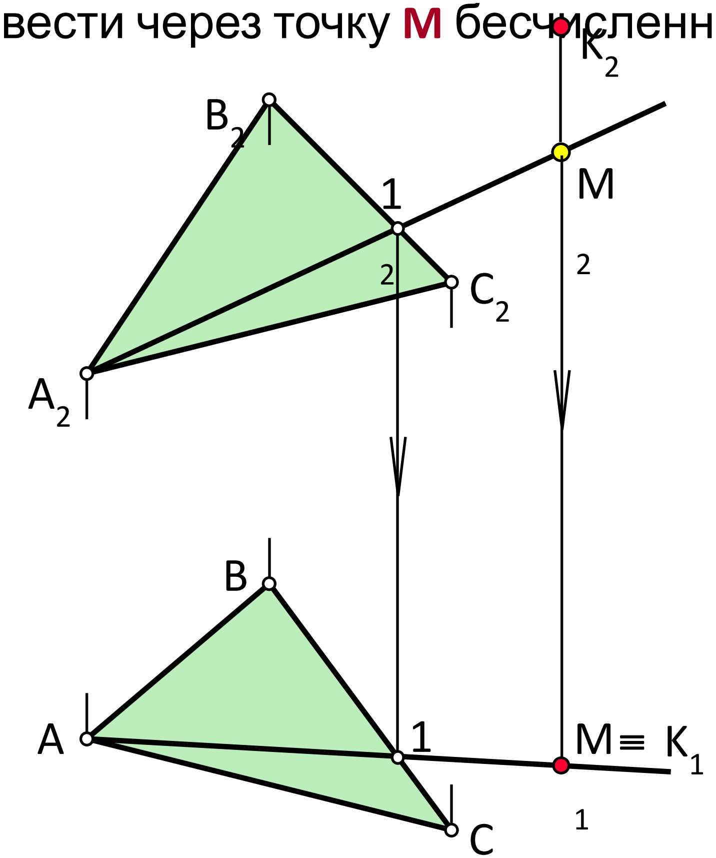
Точка лежит в плоскости, если ее проекции находятся на одноименных проекциях какой-либо прямой, принадлежащей данной плоскости.

Произвольно выбирают одну проекцию точки **М**, например, фронтальную ее проекцию

Искомую горизонтальную проекцию **$М_1$** точки **М** находят по линиям связи на горизонтальной

проекции (**$А_1$ 1_1**) прямой **$А_1$** плоскости. Таких вспомогательных прямых в плоскости мож

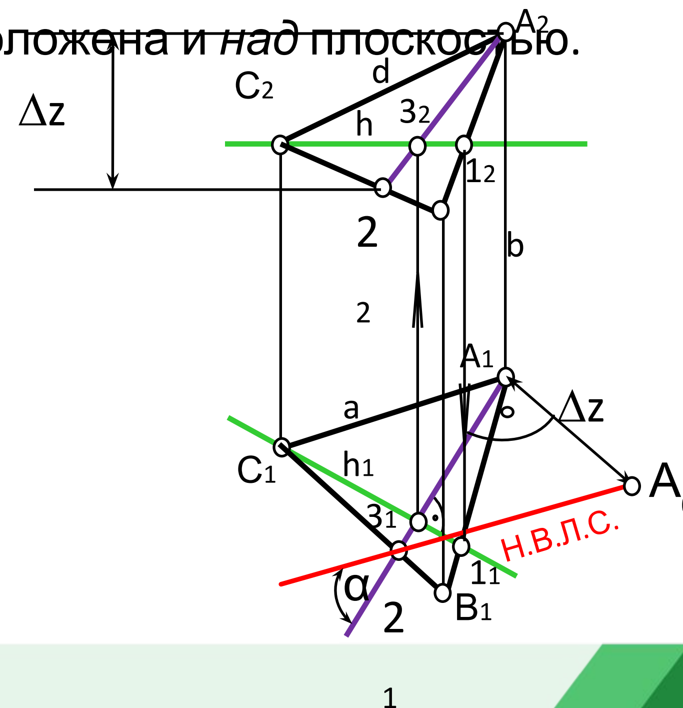
провести через точку **М** бесчисленное множество. Одна из них и представлена на эпю



Если взять точку **К** горизонтально конкурирующую

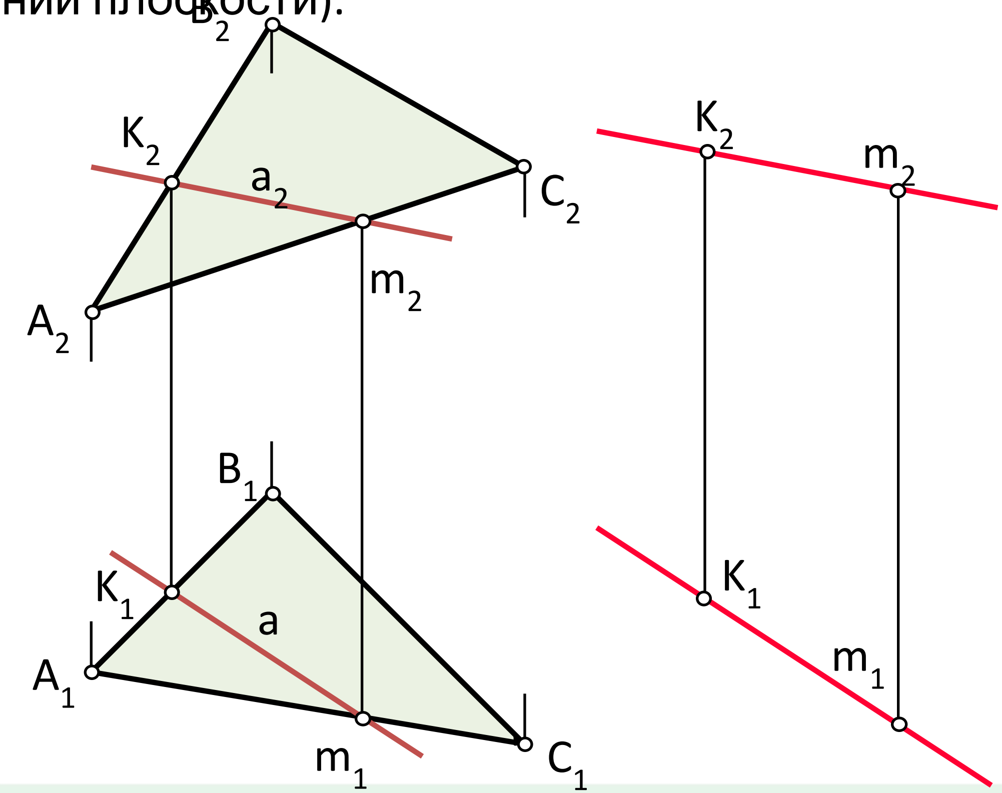
с точкой **М** и расположенную *над* ней, то точка **К**

будет расположена и *над* плоскостью.



ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ И ПЛОСКОСТИ

Возможны следующие три случая относительного расположения прямой и плоскости:
прямая *принадлежит* плоскости, прямая *параллельна* плоскости, прямая *пересекает* плоскость.
На основании свойства плоскости: если прямая линия соединяет две точки данной плоскости, то такая прямая всеми своими точками лежит в этой плоскости.
Построение прямых, принадлежащих плоскости рассмотрены на слайде (главные линии плоскости).

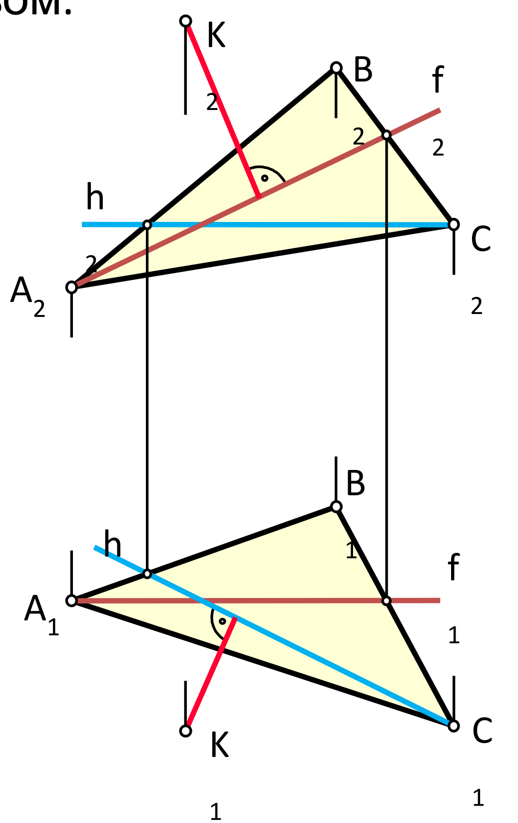


Из стереометрии известно: если прямая параллельна плоскости, то она параллельна одной из прямых, лежащих в этой плоскости. На эпюре параллельность прямой **m** и плоскости **ABC** доказывается тем, что $m_2 \parallel a_2$, $m_1 \parallel a_1$; прямая принадлежит плоскости **ABC**.

КубГАУ

Если прямая линия пересекает плоскость под прямым углом, то на комплексном чертеже проекции этой прямой располагаются перпендикулярно проекциям соответствующих линий уровня плоскости.

Если, например, на плоскость, заданную треугольником **ABC**, необходимо опустить перпендикуляр из точки К, то построение выполняют следующим образом.



На плоскости проводят горизонталь **h** (**h_2**, **h_1**) и фронталь **f** (**f_1**, **f_2**).

Затем из заданных проекций **K_1** и **K_2** точки **К** опускают перпендикуляры соответственно на **h_1** и **f_2**.

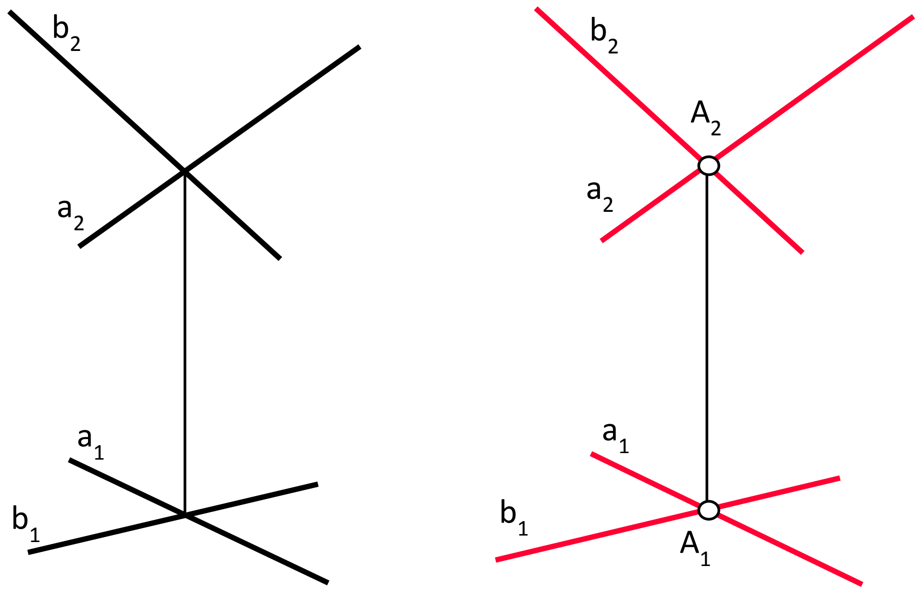
Прямая, проведенная таким образом из точки **К**, будет перпендикулярна плоскости треугольника **ABC** (так как прямая, перпендикулярная плоскости должна быть перпендикулярна двум прямым, лежащим в этой плоскости).

ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости в пространстве могут быть либо взаимно параллельными, либо пересекающимися.

Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

Искомая плоскость **β**, параллельная заданной плоскости **α**, определена прямыми $\mathbf{a_1}$ и $\mathbf{b_1}$ соответственно параллельными **a** и **b** заданной плоскости и проходящими через произвольную точку пространства **A**.

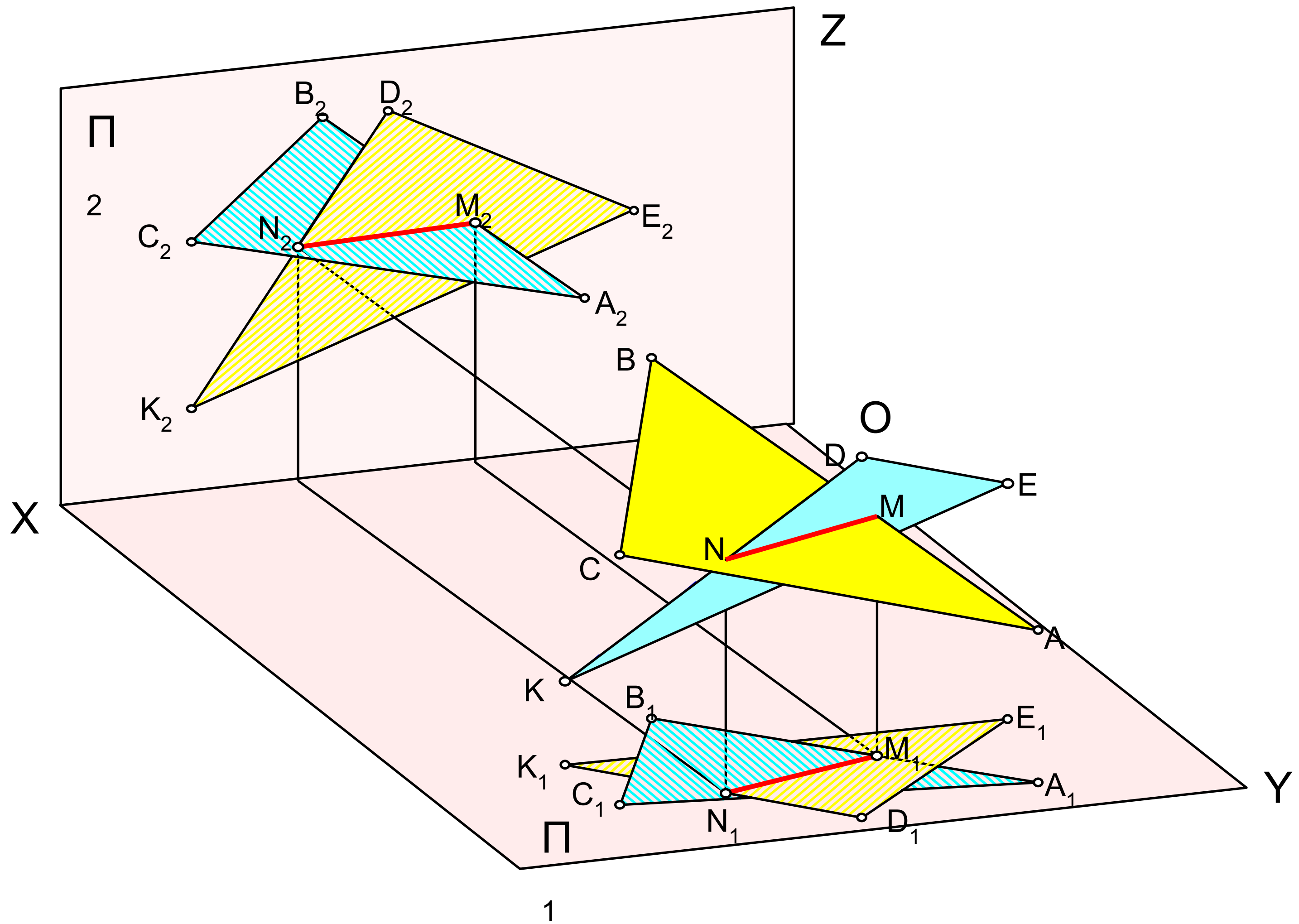


Определение линии пересечения двух плоскостей общего положения

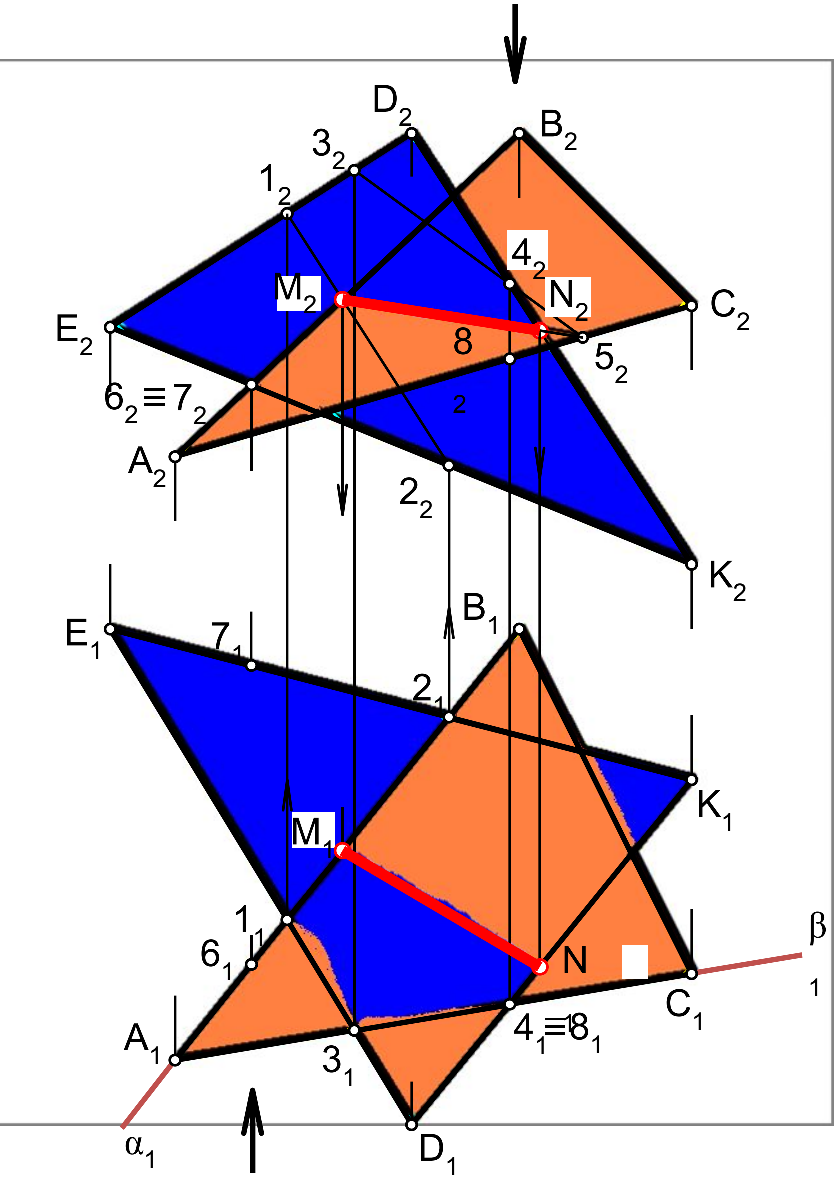
Для определения точек линии пересечения обе заданные плоскости **a** и **b** пересекают двумя вспомогательными (параллельными между собой) плоскостями-посредниками. Некоторое упрощение можно достичь, если вспомогательные плоскости проводить через прямые, задающие плоскость.

Рассмотрим пример. Плоскость **a** задана (**ABC**), плоскость **b** задана (**DEK**). Точки **M** и **N**, определяющие искомую линию пересечения двух данных плоскостей найдем как точки пересечения каких-либо двух сторон (как две прямые) треугольника **ABC** с плоскостью другого треугольника **DEK**, т.е. дважды решим позиционную задачу на определение точки пересечения прямой с плоскостью по рассмотренному алгоритму.

Выбор сторон треугольников произволен, так как только построением можно точно определить, какая действительно сторона и какого треугольника пересечет плоскость другого. Выбор плоскости-посредника также произволен, так как прямую общего положения, какими являются все стороны треугольников **ABC** и **DEK**, можно заключить в горизонтально проецирующую или во фронтально проецирующую плоскости.



Здесь вы видите аксонометрическое изображение решения задачи на определение линии MN пересечения двух плоскостей ABC и DEK.



1-й этап решения

Для построения точки М использована горизонтально проецирующая плоскость - посредник a (a_1), в которую заключена сторона АВ треугольника АВС (АВ Ì a).

2-й этап решения.

Строим линию пересечения (на чертеже она задана точками 1 и 2) плоскости-посредника a (a_1) и плоскости DEK.

3-й этап решения.

Находим точку М пересечения прямой 1 - 2 с прямой АВ.

Найдена одна точка М искомой линии пересечения.

Для построения точки N использована горизонтально проецирующая плоскость b (b_1), в которую заключена сторона АС треугольника АВС.

Построение аналогичны предыдущим. одна точка М искомой линии пересечения.

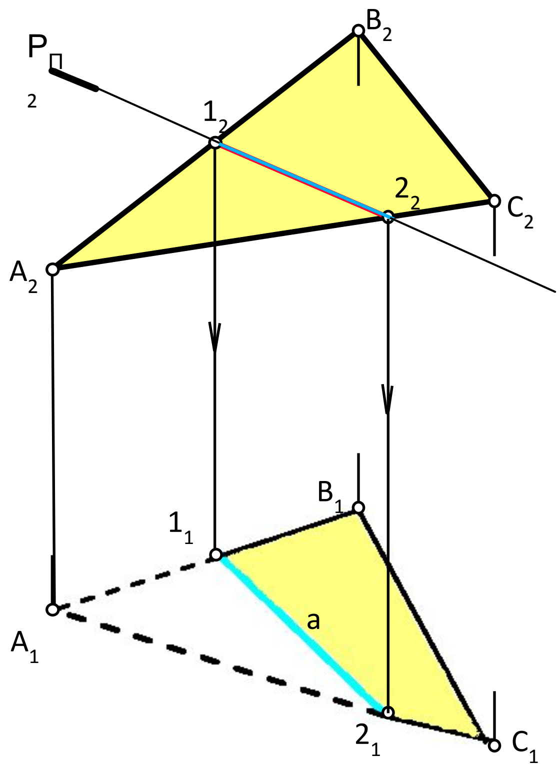
Определение видимости на плоскости $П_1$ выполнено с помощью горизонтально конкурирующих точек 4 и 8 (4_1 º8_1).

Точка 4 расположена над точкой 8 (4_2 и 8_2), поэтому на плоскости $П_1$ часть треугольника DEK, расположенная в сторону точки 4, закрывает собой часть треугольника АВС, расположенную от линии пересечения в сторону точки 8.

С помощью пары фронтально конкурирующих точек 6 и 7 (6_2 º7_2) определена видимость на плоскости $П_2$.

КубГАУ

Пересекающиеся плоскости.

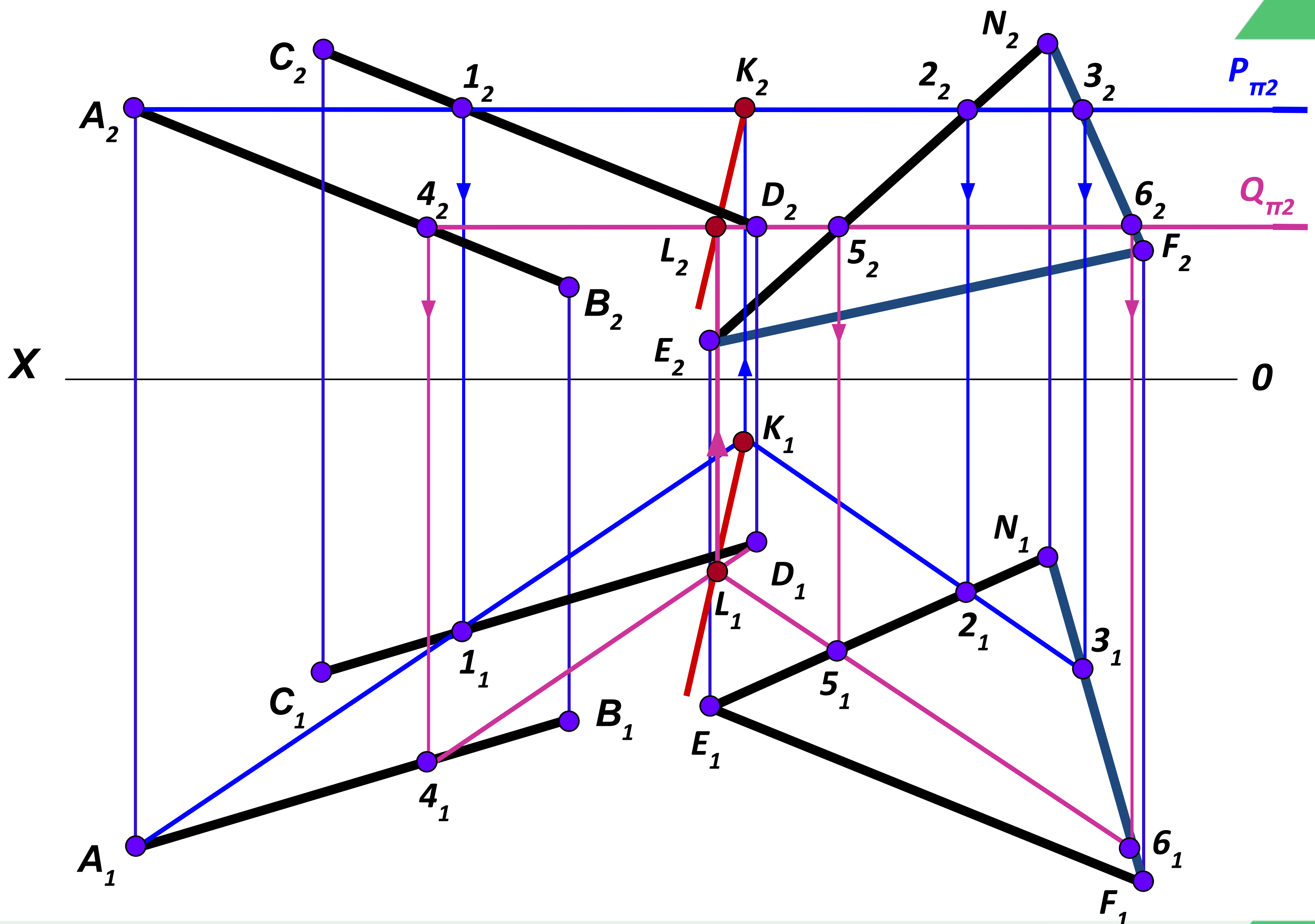


Линией пересечения двух плоскостей является прямая, для построения которой достаточно определить две точки, общие обеим плоскостям.

Если одна из пересекающихся плоскостей занимает частное положение, то ее вырожденная проекция (след плоскости) включает в себя и проекцию линии **a** пересечения плоскостей.

Горизонтальную проекцию прямой строят по двум общим с плоскостью точкам $\mathbf{1_1}$ и $\mathbf{2_1}$. На горизонтальной проекции часть Δ 1_1,A_1,2_1 будет не видима, т.к находится ниже проецирующего следа $P_{П1}$.

ПОСТРОИТЬ ЛИНИЮ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПЛОСКОСТЕЙ



АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПЛОСКОСТЕЙ:

1. Для решения задачи воспользуемся двумя вспомогательными секущими плоскостями уровня.

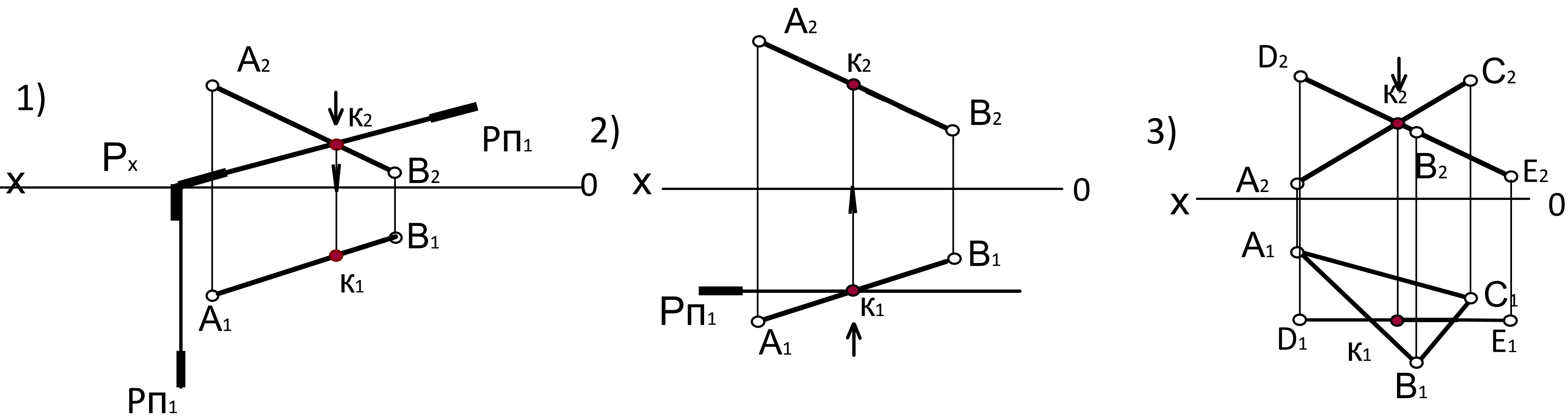
2. Определяем линию пересечения первой вспомогательной плоскости $Рп_1$ с заданными плоскостями (АВ и СD; и ΔENF) там, где на горизонтальной проекции эти 2 линии между собой пересекаются, находим точку $К_1$ – общую для трех плоскостей. Фронтальная проекция точки К лежит на фронтальном следе плоскости $Рп_2$.

3. Со второй секущей плоскостью $Qп_2$ делаем аналогичные построения. Находим общую точку для трех плоскостей $К_1^{\backslash}$; $К_2^{\backslash}$. Одноименные проекции точек соединяем.

ПОСТРОЕНИЕ ТОЧКИ ВСТРЕЧИ ПРЯМОЙ С ПЛОСКОСТЬЮ

(2-Я ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ)

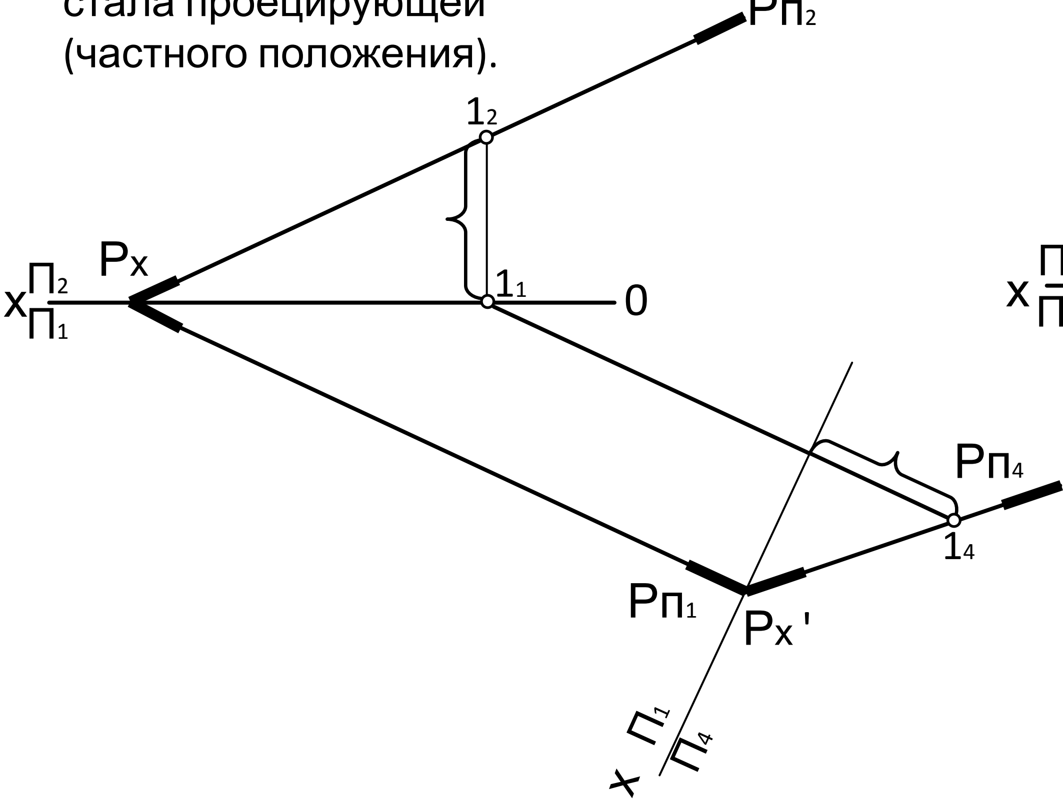
Если плоскость задается частного положения и требуется определить точку встречи прямой с плоскостью, необходимо вспомнить о собирательном свойстве одного из следов плоскости. А согласно этому свойству точка встречи всегда лежит на собирательном следе. Значит остается найти вторую проекцию точки встречи.



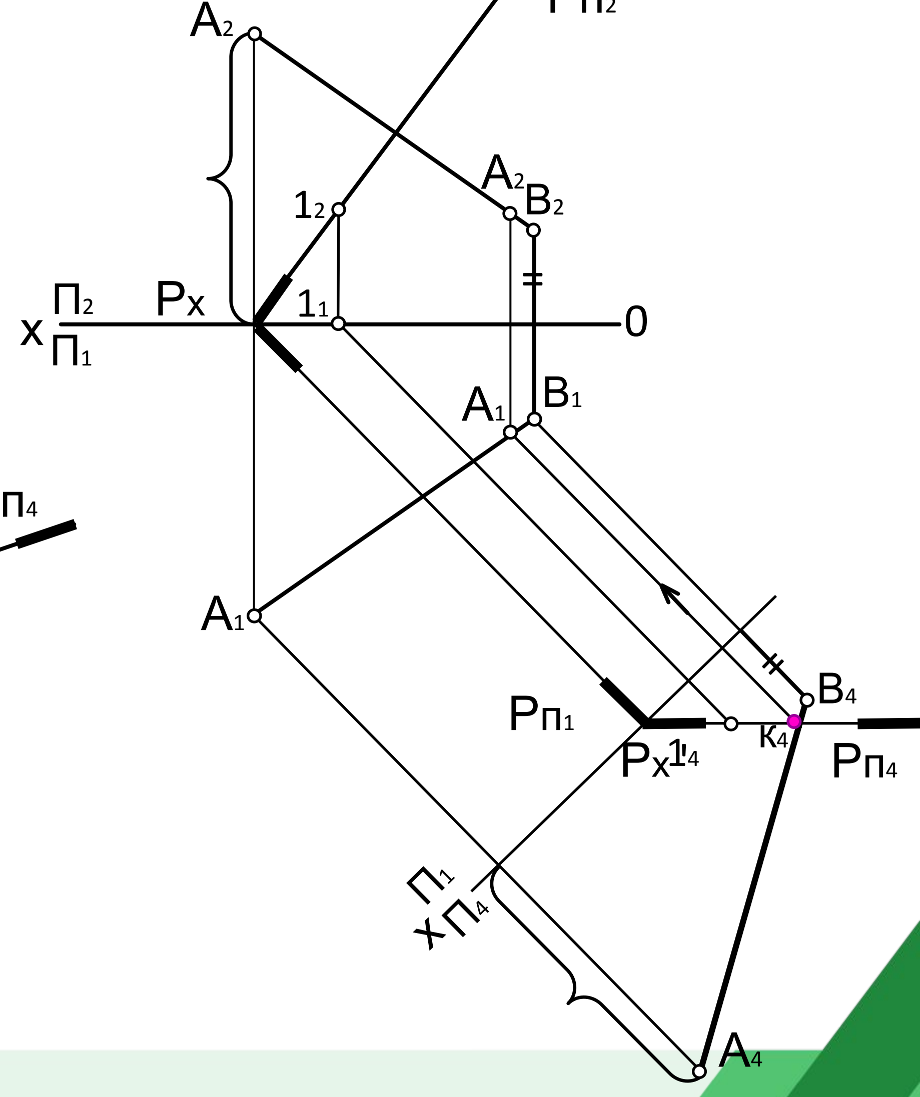
Если задана плоскость общего положения и прямая, то для нахождения точки пересечения прямой с плоскостью необходимо сделать следующие построения:

1) заключить прямую в плоскость частного положения;
2) Построить линию пересечения заданной плоскости со вспомогательной;
3) Определить точку пересечения прямой с плоскостью;
4) Определить видимость прямой.

Пример 1. Преобразовать методом замены плоскостей эпюр таким образом, чтобы плоскость общего положения стала проецирующей (частного положения).



Пример 2. Определить точку встречи прямой с плоскостью общего положения.



ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЯ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ. (3-Я ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ).

Если плоскость до которой определяем расстояние является плоскостью частного положения, задача решается очень просто.

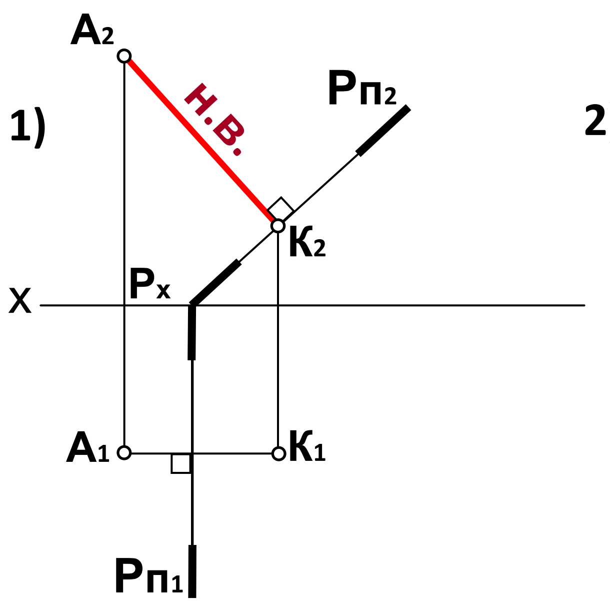
Собирательное свойство плоскости частного положения дает нам возможность сразу определить на следе точку пересечения перпендикуляра, опущенного из точки к собирательному следу плоскости. Вторая проекция точки встречи находится по линии проекционной связи.

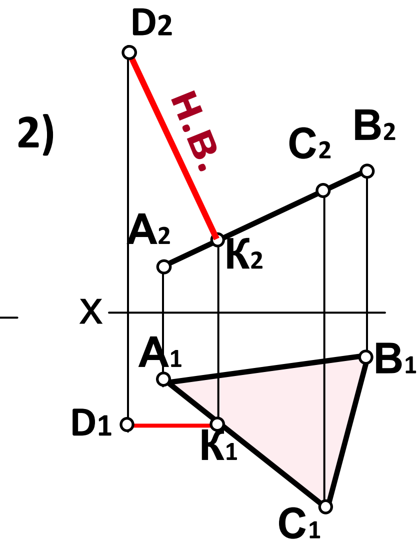
Опустить перпендикуляр к плоскости заданной следами, это значит провести его на проекциях перпендикулярно соответствующим следам плоскости(согласно теореме о проекции прямого угла).

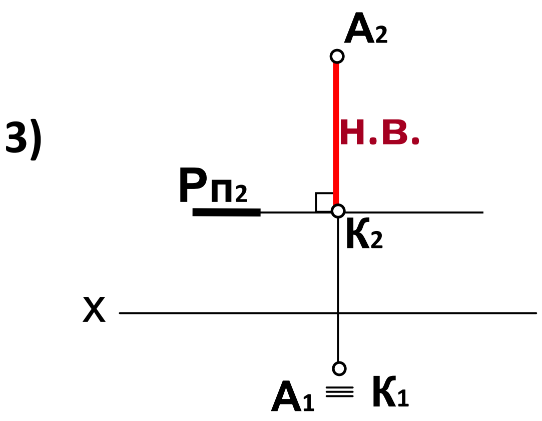
Если плоскость частного положения задана треугольником или любым другим способом, перпендикуляр из точки нужно проводить на той проекции где треугольник или другой геометрический образ проецировался в одну линию. Определим точку «К», а на второй проекции перпендикуляр, проведенный из точки «К» будет всегда оси ох, т.к. на первой проекции он проецируется в натуральную величину.

Если задается плоскость общего положения до которой нужно определить расстояние, нужно преобразовывать эпюр таким образом, чтобы эта плоскость стала проецирующей, а затем решать, как примеры 1, 2, 3

Определение расстояние от точки ***A*** до частного положения плоскости

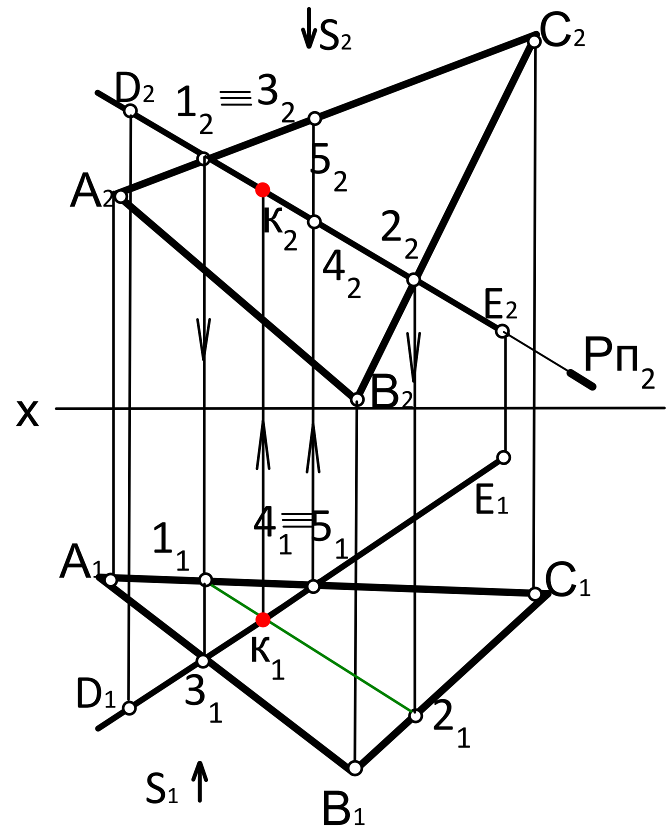






КубГАУ

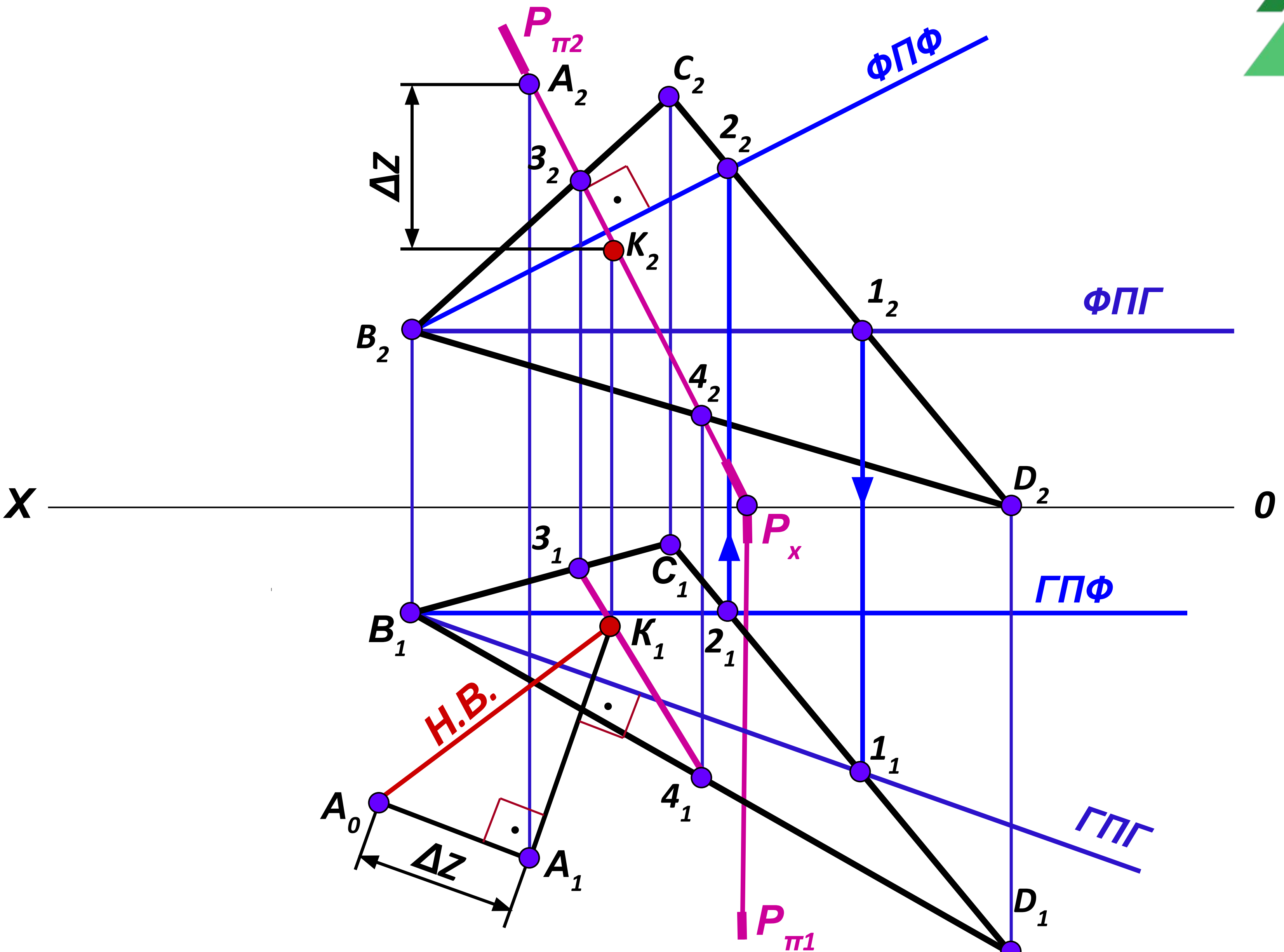
ВИДИМОСТЬ КОНКУРИРУЮЩИХ ТОЧЕК



Для того, чтобы определить видимость на горизонтальной проекции нужно:

1. конкурирующие точки 41;51 обозначить на горизонтальной проекции, найти их проекции на фронтальной плоскости;
2. определить, у которой из точек большая координата Z, та прямая и будет видимая на горизонтальной плоскости.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ *А* ДО ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ



Если требуется определить расстояние от точки до плоскости общего положения, например, ΔBCD.

Для решения задачи используем алгоритм:

1. Проводим в треугольнике BCD горизонталь h_1, h_2 .
2. Проводим в треугольнике фронталь f_1, f_2.
3. Из точки A_2 опускаем перпендикуляр к f_2
4. Из точки A_1 опускаем перпендикуляр к h_1
5. Заключаем перпендикуляр, опущенный из точки A_2 во фронтально-проецирующую плоскость $Рп_2$.
6. Находим точки пересечения следа $Рп_2$ со сторонами треугольника 3_2 4_2. Спроецируем линию пересечения на горизонтальную проекцию треугольника $3_1 4_1$.
7. На пересечении горизонтальной проекции линий пересечения плоскостей и горизонтальной проекции перпендикуляра определяем точку встречи перпендикуляра с плоскостью $К_1$. Находим фронтальную проекцию точки встречи перпендикуляра с плоскостью $К_2$
8. Определяем натуральную величину перпендикуляра методом прямоугольного треугольника. Для этого замеряем величину Δz , строим на горизонтальной проекции прямоугольный треугольник, у которого один катет является проекцией перпендикуляра $К_1$, а второй – величиной Δz. Гипотенуза этого треугольника есть натуральная величина