

Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей

Преподаватель математики
С. А. Осетрова

Было домашнее задание на сегодня:

+ знать ответы на следующие
вопросы:

- 1) С какими математиками связано понятие «Предел»?
- 2) Как вычислить предел?
- 3) Как раскрыть неопределенность вида $0/0$?
- 4) Как раскрыть неопределенность вида $0/0$, если $f(x)$ – иррациональная дробь?
- 5) Уметь формулировать теоремы.



Предел функции

Предел – одно из основных понятий



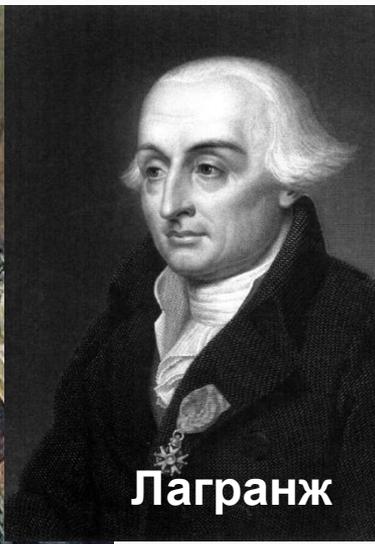
математического анализа.



Ньютон



Эйлер



Лагранж



Больцано



Коши

РАЗЛИЧАЮТ – предел функции в точке **x_0** и предел функции на бесконечности.

Было домашнее задание на сегодня:

+ знать ответы на следующие
вопросы:

- 1) С какими математиками связано понятие «Предел»?
- 2) Как вычислить предел?
- 3) Как раскрыть неопределенность вида $0/0$?
- 4) Как раскрыть неопределенность вида $0/0$, если $f(x)$ – иррациональная дробь?
- 5) Уметь формулировать теоремы.



ТЕОРЕМА 1.

Предел **СУММЫ** (разности) 2-х функций равен **СУММЕ** (разности) их пределов, если последние существуют

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$



ТЕОРЕМА 2.

Предел константы равен самой этой константе.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} C = C$$



ТЕОРЕМА 3.

Предел ПРОИЗВЕДЕНИЯ 2-х функций равен ПРОИЗВЕДЕНИЮ их пределов, если последние существуют

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) * g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) * \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$



ТЕОРЕМА 4.

Предел ОТНОШЕНИЯ 2-х функций равен ОТНОШЕНИЮ их пределов, если последние существуют и ПРЕДЕЛ ЗНАМЕНАТЕЛЯ ОТЛИЧЕН ОТ 0:


$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}, \text{ если } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$$

ТЕОРЕМА 5.

Постоянный множитель
можно выносить за знак
предела

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (k * f(x)) = k * \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$



ТЕОРЕМА 6.

Предел СТЕПЕНИ
переменного равен той же
степени предела основания:

$$\lim_{x \rightarrow a} (z^n) = \left(\lim_{x \rightarrow a} z \right)^n$$



Упражнения (13 примеров):

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$$

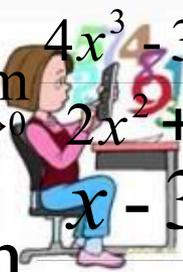
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x + 1}{x - 4} + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 2x^2}{5x^3 - 4x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x + 10}{x^2 - 25}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 3x^2}{2x^2 + 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 9}$$



Упражнения (13 примеров):

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{6 - x}{3 - \sqrt{x + 3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x^2}{1 + 2x^2}$$

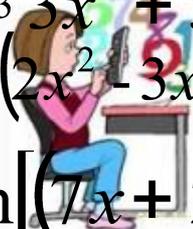
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x + 1})}{\sqrt{x - 1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{3x^2 + 5x - 12}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 3x + 4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} [(7x + 2)(4x - 3)(5x + 1)]$$



Вариант № 1

1) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 9)$

2) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 - 36}{6 + x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 - 7x}{3x^2 + 8x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{2x + 1}}{x}$

Вариант № 2

1) $\lim_{x \rightarrow 5} (x^2 + 4)$

2) $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 - 49}{7 + x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x - 9x^2}{2x^2 + 4x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$



Домашнее задание

- Дорешать примеры (всего должно быть 13 примеров)
- Выписать таблицу производных позади тетради

