Дифференциальные уравнения

ПОНЯТИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Дифференциальное уравнение (ДУ) – это уравнение, в которое входит неизвестная функция под знаком производной или дифференциала.

Общий вид дифференциального уравнения *n*-го порядка:

$$F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$$

Если неизвестная функция является функцией одной переменной, то дифференциальное уравнение называют **обыкновенным** (сокращенно ОДУ – обыкновенное дифференциальное уравнение).

$$y'(x) = f(x)$$

Если же неизвестная функция есть функция многих переменных, то дифференциальное уравнение называют **уравнением в частных производных**.

$$y'(x) = f(x)g(y)$$

ПОРЯДОК ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Максимальный порядок производной неизвестной функции, входящей в дифференциальное уравнение, называется **порядком дифференциального уравнения**.

Примеры.

Первый порядок $y' = xy$

Второй порядок $y'' + 2y' + y = 0$

Третий порядок $y''' = e^{2x}$

РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Решение дифференциального уравнения - это неявно заданная функция *Ф(x, y) = 0* (в некоторых случаях функцию *y* можно выразить через аргумент *x* явно), которая обращает дифференциальное уравнение в тождество.

Решение дифференциального уравнения часто называют **интегралом дифференциального уравнения**.

Общим решением дифференциального уравнения называется решение, которое содержит столько независимых произвольных постоянных, каков порядок этого уравнения:

$$y = \varphi(x, C_1, C_2, \ldots, C_n)$$

Частным решением дифференциального уравнения называется всякое решение, которое получается из общего, если приписать входящим в него произвольным постоянным определенные значения.

Найдите общее решение обыкновенного дифференциального уравнения (x+3)y'=ln (x+3)

- Из свойств основных элементарных функций мы знаем, что функция натурального логарифма определена для положительных значений аргумента, поэтому область определения функции y=ln(x+3) есть интервал x > -3. Следовательно, исходное дифференциальное уравнение имеет смысл для x > -3. При этих значениях аргумента выражение x + 3 не обращается в ноль, поэтому можно разрешить ОДУ относительно производной, разделив обе части на x + 3. Получаем y'= $\frac{\ln(x+3)}{x+3}$

Теперь осталось проинтегрировать полученное дифференциальное уравнение, разрешенное относительно производной: y = $\int \frac{\ln(x+3)}{x+3}$ dx

Для взятия этого интеграла воспользуемся методом подведения под знак дифференциала: y = $\int \frac{\ln(x+3)}{x+3}$ dx = $\int$ ln (x+3)d (ln(x+3)) = $\frac{\ln^2(x+3)}{2} + C$

Таким образом, y= $\frac{\ln^2(x+3)}{2} + C$ - общее решение дифференциального уравнения при x > -3.