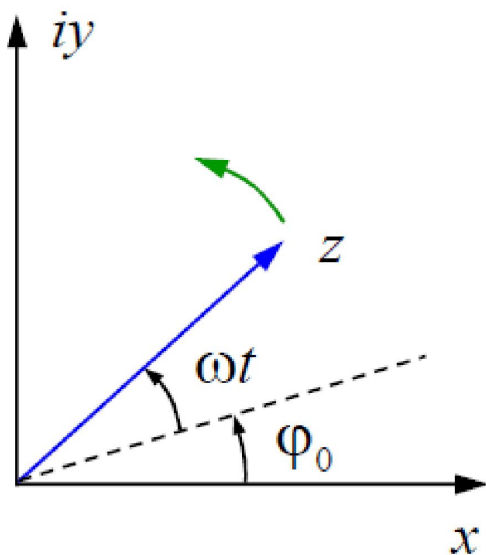


Комплексная форма гармонической функции

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \longrightarrow \quad z = Ae^{i(\omega t + \varphi_0)}$$

График гармонических колебаний

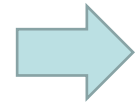


$$x = \operatorname{Re}(z) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

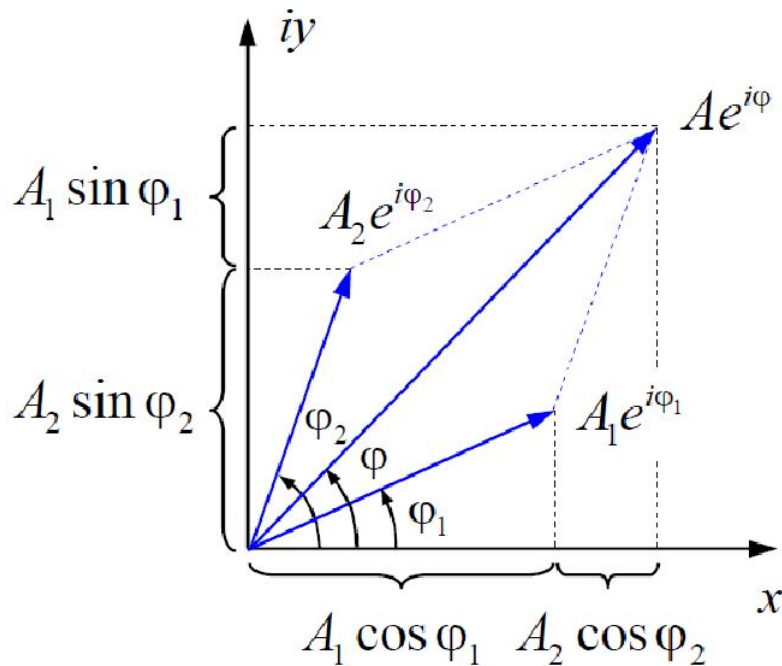
$$y = \operatorname{Im}(z) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Сложение гармонических колебаний одинаковой частоты

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$



$$z = z_1 + z_2 = A_1 e^{i(\omega t + \varphi_1)} + A_2 e^{i(\omega t + \varphi_2)} = (A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2}) e^{i\omega t} = A e^{i\varphi} e^{i\omega t}$$



$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

$$z = z_1 + z_2 = A e^{i(\omega t + \varphi)}$$

$$x = \operatorname{Re}(z) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Интерференция света

Принцип суперпозиции:

При наложении световых волн результирующий световой вектор является суммой световых векторов отдельных волн.

Две гармонические волны:

$$\begin{cases} a_1 = A_1 \cos(\omega t - kx + \alpha_1) \\ a_2 = A_2 \cos(\omega t - kx + \alpha_2) \end{cases}$$

$$a = a_1 + a_2 = A \cos(\omega t + \alpha)$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

Интенсивность волны $I \sim A^2 \quad \longrightarrow$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad \delta = \alpha_2 - \alpha_1$$

Результат сложения зависит от разности фаз δ :

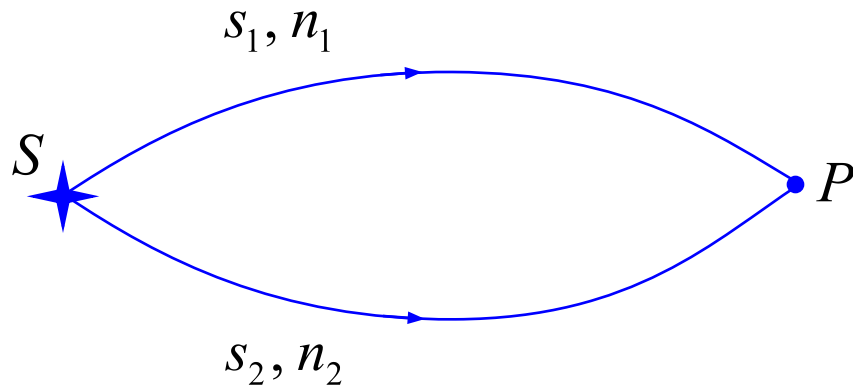
$$I > I_1 + I_2 \quad \left[\cos \delta > 0 \right]$$

$$I < I_1 + I_2 \quad \left[\cos \delta < 0 \right]$$

Интерференция:

При наложении гармонических (в общем случае когерентных) световых волн происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности.

Явление сложения световых пучков, ведущее к образованию светлых и темных полос.



$$a_1 = A_1 \cos(\omega t - s_1 / v_1)$$

$$a_2 = A_2 \cos(\omega t - s_2 / v_2)$$

Разность фаз колебаний

$$\delta = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 s_2 - n_1 s_1) \quad \left[n = \frac{c}{v} \right]$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$$

$$\Delta = n_2 s_2 - n_1 s_1 = L_2 - L_1 - \text{оптическая разность хода}$$

$$L = n s - \text{оптическая длина пути}$$



Условие максимума: $\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2 \dots)$

Условие минимума: $\Delta = \pm (m + \frac{1}{2}) \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2 \dots)$

λ_0 – длина волны в вакууме

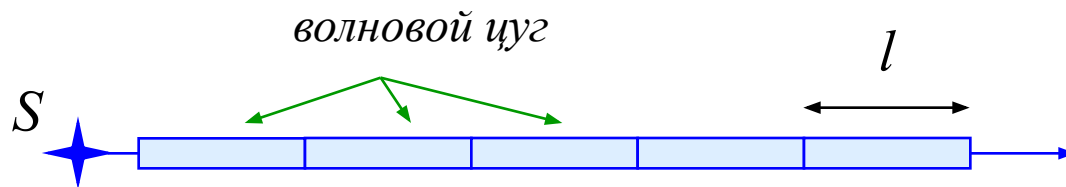
Временная когерентность

Когерентность – согласованное протекание колебательных (волновых) процессов.

Временная когерентность – когерентность колебаний, совершаемых в одной и той же точке пространства, но в разные моменты времени.

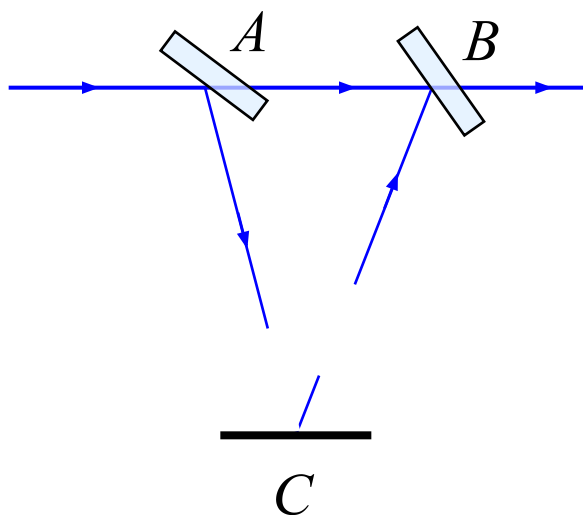
Излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых многими атомами. Отдельные атомы излучают цуги волн длительностью $\sim 10^{-8}$ с и протяженностью около 3 м независимо друг от друга.

Начальные фазы этих волновых цугов никак не связаны между собой.



τ – длительность одного цуга, $l = c\tau$ – длина цуга

Временной подход к анализу интерференции



$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos \delta(t) \rangle$$

1. $\Delta > l \implies \langle \cos \delta(t) \rangle = 0$

$I = I_1 + I_2$ – интерференция отсутствует

2. $\Delta < l \implies \langle \cos \delta(t) \rangle \neq 0$

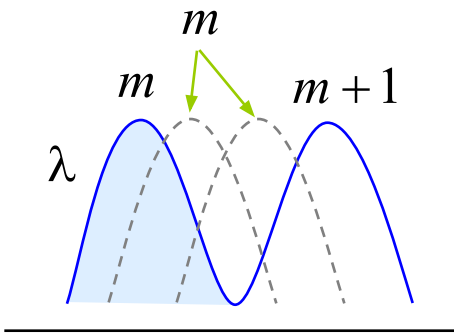
$I \neq I_1 + I_2$ – интерференция присутствует

$t_{\text{ког}} = \tau$ – время когерентности

$l_{\text{ког}} = ct_{\text{ког}}$ – длина когерентности (расстояние, при прохождении которого волна утрачивает когерентность)

Спектральный подход к анализу интерференции

$\lambda \dots \lambda + \Delta\lambda$ — интервал длин волн



Интерференция не будет наблюдаться, если

$$(m + 1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda)$$

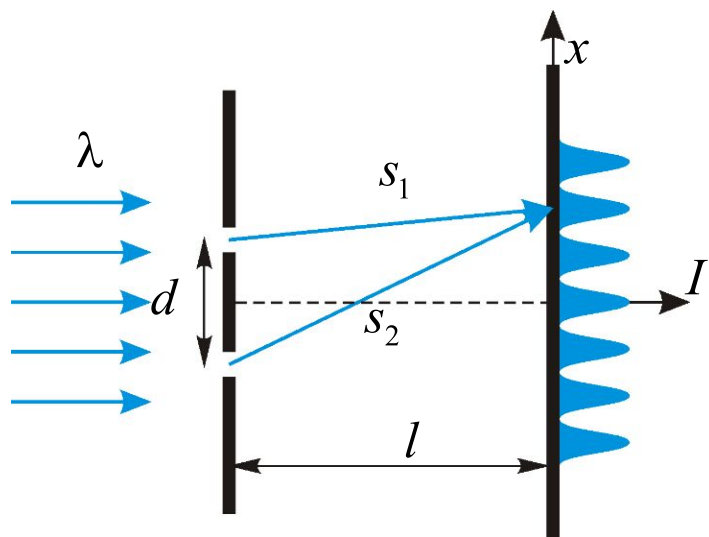
Максимумы промежуточных длин волн заполняют промежутки между соседними максимумами для λ

$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}$, где m — порядок интерференции

$$\left(m = \frac{\Delta}{\lambda} \right) \rightarrow$$

$$l_{\text{ког}} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Интерференционная картина от двух источников



$$\left. \begin{aligned} s_1^2 &= l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \\ s_2^2 &= l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 \end{aligned} \right\} \longrightarrow$$

$$s_2^2 - s_1^2 = (s_2 + s_1)(s_2 - s_1) = 2xd$$

$$\Delta = n(s_2 - s_1) = n \frac{xd}{l} \quad \left(s_1 + s_2 \approx 2s \approx 2l \right) \longrightarrow$$

Максимумы: $x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$

Минимумы: $x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{l}{d} \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$

$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ – длина волны в среде

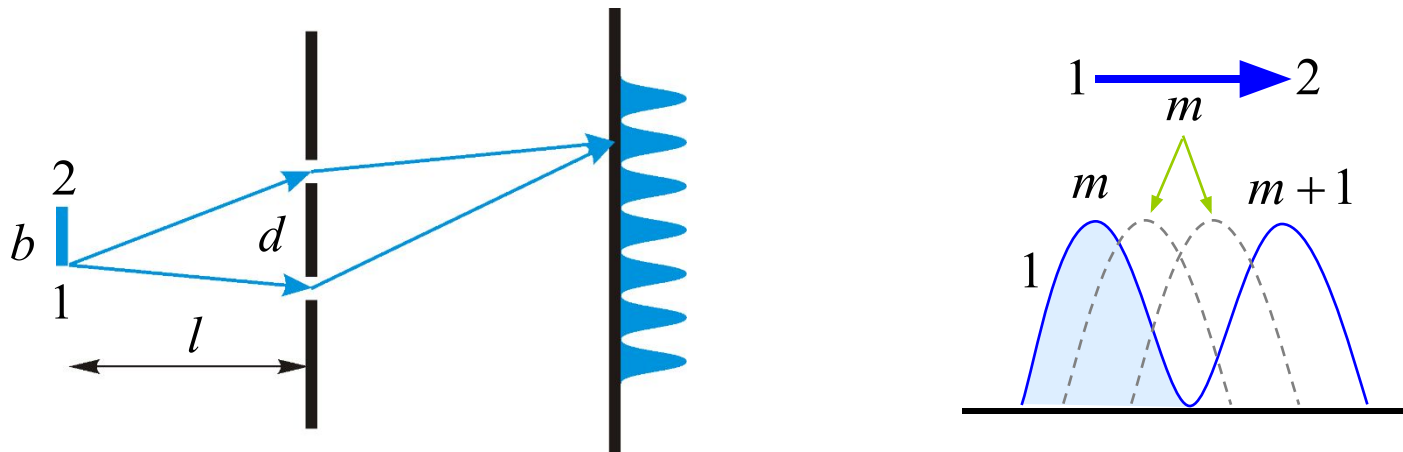
Ширина интерференционной полосы –
расстояние между соседними минимумами

Расстояние между интерференционными полосами –
расстояние между двумя соседними максимумами

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda$$

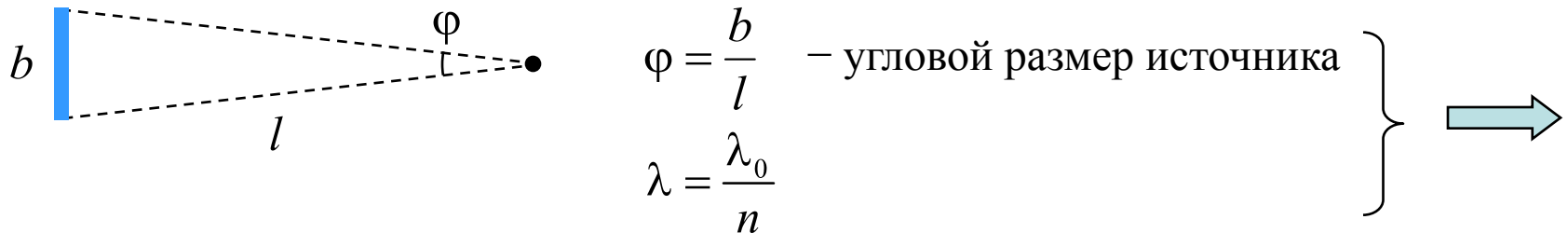
Пространственная когерентность

Пространственная когерентность – когерентность колебаний, совершаемых в один и тот же момент времени, но в разных точках пространства.



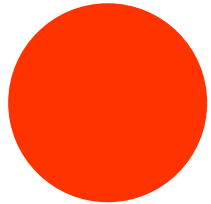
Интерференция не наблюдается (картина смазанная), если максимум $(m+1)$ -го порядка от точки 1 совпадает с максимумом m -го порядка от точки 2.

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \lambda_0 \quad \left(\Delta = n \frac{xd}{l} \right) \quad \Rightarrow \quad n \frac{bd}{l} = \lambda_0$$



Интерференция возможна, если $\varphi < \frac{\lambda}{d}$

$d < \frac{\lambda}{\varphi}$ – условие когерентности колебания в области щелей



Солнце

$$\varphi \sim 0,01 \text{ рад}$$

$$\lambda \sim 0,5 \text{ мкм}$$

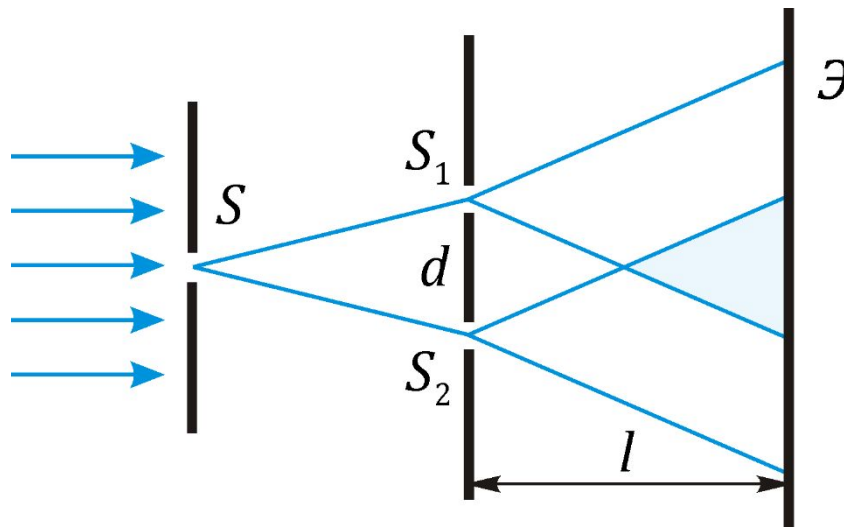


Радиус когерентности: $r_{\text{ког}} \sim 0,05 \text{ мм}$

При использовании Солнца в качестве источника света для наблюдения отчетливых интерференционных полос в опыте Юнга нужно брать $d \sim 0,02 \text{ мм}$.

Методы наблюдения интерференции света

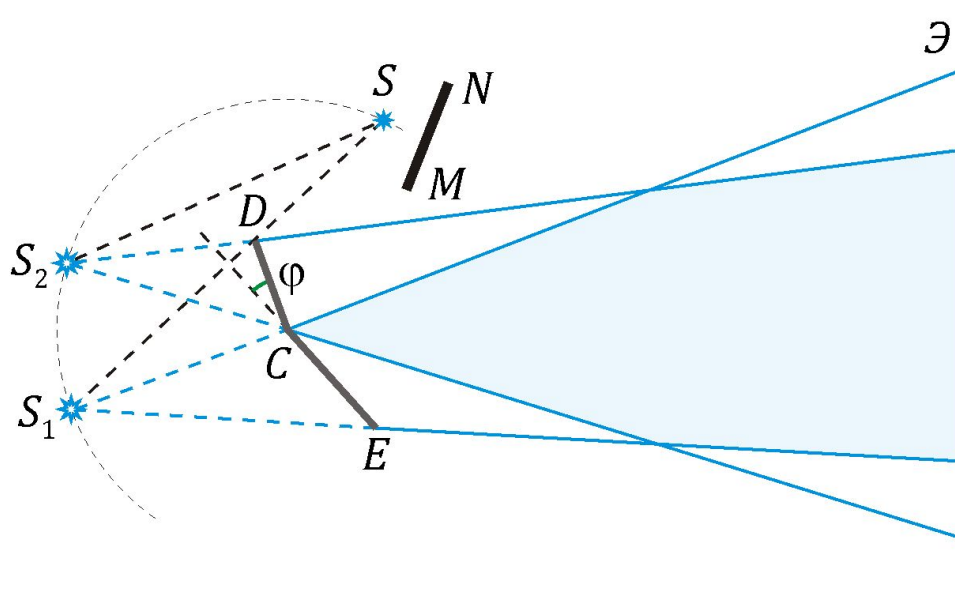
1. Метод Юнга



S, S_1, S_2 – щели,

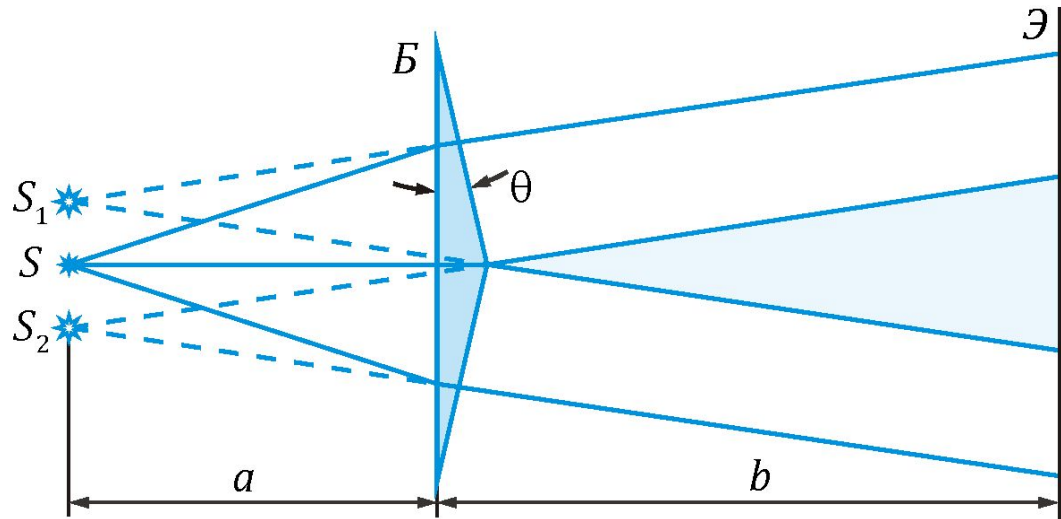
\mathcal{E} – экран.

2. Зеркала Френеля



S – прямолинейный источник света,
 S_1, S_2 – мнимые источники,
 CD, CE – плоские зеркала, MN – ширма,
 \mathcal{E} – экран.

3. Бипризма Френеля

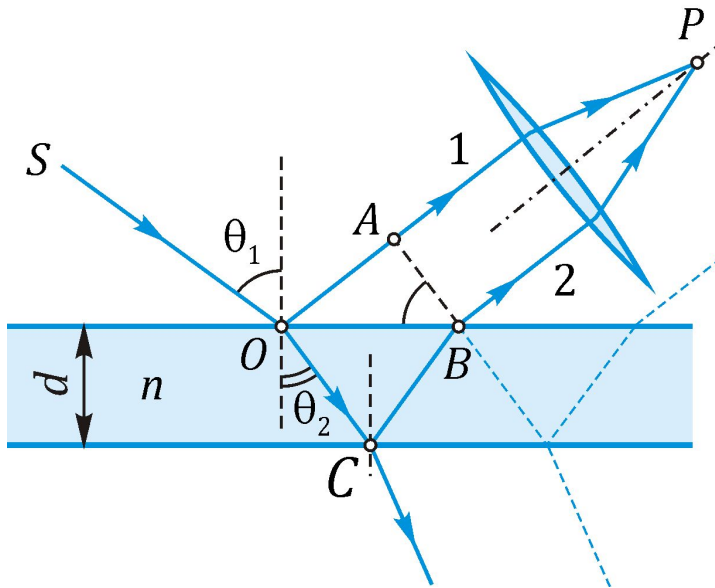


S – прямолинейный источник света,

S_1, S_2 – мнимые источники, $\mathcal{Э}$ – экран.

Расстояние между S_1 и S_2 $d = 2a(n - 1)\theta$

Пластинка постоянной толщины



$$I_1 \approx I_2, I_3, \dots \ll I_1$$

$$\Delta' = n(OC + CB) - OA$$

$$\Delta = \Delta' + \lambda_0/2$$

потеря полуволны при отражении
от оптически более плотной среды

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} + \lambda_0/2$$

Максимум: $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} + \lambda_0/2 = m\lambda_0 \quad (m = 1, 2, \dots)$

Минимум: $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} + \lambda_0/2 = (m + 1/2)\lambda_0 \quad (m = 1, 2, \dots)$

Условие интерференции:

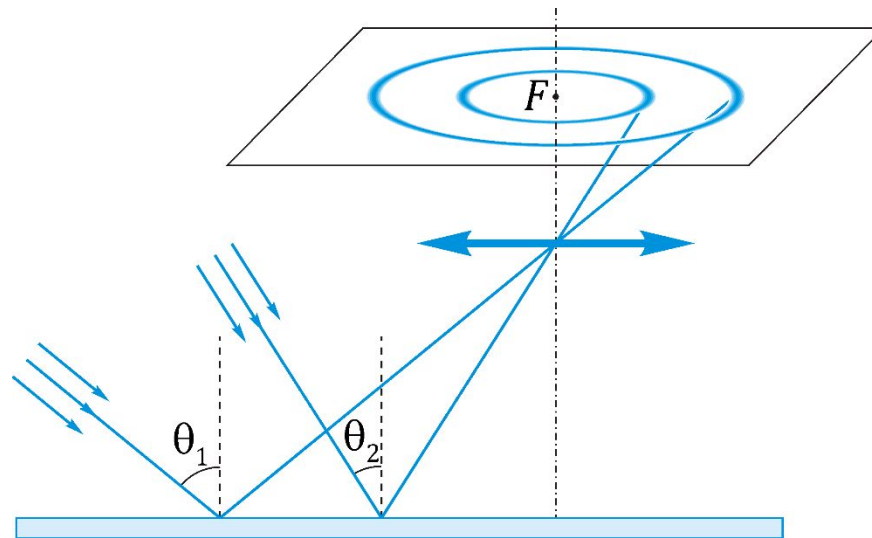
$$2nd < l_{\text{кор}} \sim \lambda_0^2 / \Delta\lambda_0 \quad \left[\lambda_0 = 5000 \text{ \AA}, \Delta\lambda_0 = 20 \text{ \AA}, n = 1,5 \right]$$

$$d < 40 \text{ см}$$

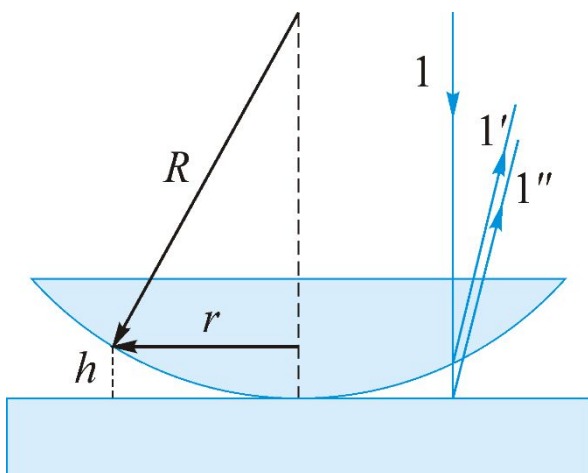
Полосы равного наклона

Тонкая пластинка освещается рассеянным монохроматическим светом.

В фокальной плоскости линзы возникает системы полос — *полос равного наклона*.



Кольца Ньютона



С учетом потери полуволны

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} \quad \Rightarrow$$

Светлые кольца: $r_m = \sqrt{(m - \frac{1}{2})\lambda_0 R} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$

Темные кольца: $r_m^* = \sqrt{m\lambda_0 R} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$

Применение интерференции света

Просветление оптики

Для уменьшения потерь светового потока при отражении.

Для получения высокоотражающих покрытий.

Интерференционные светофильтры

Для подавления (выделения) части спектра светового излучения.

Интерферометры

Как точные измерительные приборы