





Искусственные переменные не несут никакого экономического смысла. Они необходимы только для поиска начального БДП.

Единичные векторы  $A_{n+1}, A_{n+2}, \dots, A_{n+m}$  образуют **искусственный базис** системы ограничений ЗЛП (2). Они представляют собой единичную матрицу размера  $m \times m$ .

В ЗЛП (2) мы имеем начальный БДП, в котором первые  $n$  координат равны нулю.

Пусть множество допустимых планов задачи (1) -  $D_1$ , а множество допустимых планов задачи (2) -  $D_2$ .

**Теорема.** (О существовании плана ЗЛП).

Пусть

оптимальный план ЗЛП (2), тогда:  $\tilde{x}^* = (x_1^*, \dots, x_n^*, x_{n+1}^*, \dots, x_{n+m}^*)$

1. Если  $\tilde{C}(\tilde{x}^*) = 0$ , то план  $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  является планом задачи (1), т.е.  $x^* \in D_1$ .
2. Если  $\tilde{C}(\tilde{x}^*) < 0$ , то ЗЛП (1) не имеет допустимых планов, т.е.  $D_1$  есть пустое множество ( $D_1 = \emptyset$ ).

Замечание. Вспомогательная задача (2) всегда имеет оптимальный план.

**Пример:** Рассмотрим ЗЛП:

$$C(x) = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 14 \\ x_1 - x_2 \geq 8 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Приведем данную ЗЛП к каноническому виду:

$$C_1(x) = -2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 14 \\ x_1 - x_2 - x_4 = 8 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Единичного базиса нет, поэтому построим вспомогательную задачу, предварительно введя две искусственные переменные  $x_5 \geq 0$  и  $x_6 \geq 0$ .

$$\tilde{C}(\tilde{x}) = -x_5 - x_6 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_5 = 14 \\ x_1 - x_2 - x_4 + x_6 = 8 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

			-2	1	0	0	x	x
			0	0	0	0	-1	-1
$c_\sigma$	Базис	$A_0=b$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
-1	$A_5$	14	1	1	-1	0	1	0
-1	$A_6$	8	1	-1	0	-1	0	1
	$/\Delta_j$	-22	-2	0	1	1	0	0
-1	$A_5$	6	0	2	-1	1	1	-1
0	$A_1$	8	1	-1	0	-1	0	1
	$/\Delta_j$	-6	0	-2	1	-1	0	2
0	$A_2$	3	0	1	-0,5	0,5	0,5	-0,5
0	$A_1$	11	1	0	-0,5	-0,5	0,5	0,5
	$/\Delta_j$	0	0	0	0	0	1	1
1	$A_2$	3	0	1	-0,5	0,5		
-2	$A_1$	11	1	0	-0,5	-0,5		
	$/\Delta_j$	-19	0	0	0,5	1,5	0	1

Решив данную вспомогательную задачу симплекс-методом, мы найдем ее оптимальный план и значение целевой функции на этом плане:

$$\tilde{x}^* = (11; 3; 0; 0; 0; 0) \quad \tilde{C}(\tilde{x}^*) = 0$$

Оптимальный план вспомогательной задачи есть начальный БДП основной задачи. После чего необходимо приступить к ее решению также симплекс-методом. Оптимальный план основной задачи:

$$x^* = (11; 3; 0; 0); \quad C_1(x^*) = -19; \quad C(x^*) = 19$$