

Искусственные переменные не несут никакого экономического смысла. Они необходимы только для поиска начального БДП.

Единичные векторы $A_{n+1}, A_{n+2}, \dots, A_{n+m}$ образуют **искусственный базис** системы ограничений ЗЛП (2). Они представляют собой единичную матрицу размера $m \times m$.

В ЗЛП (2) мы имеем начальный БДП, в котором первые n координат равны нулю.

Пусть множество допустимых планов задачи (1) - D_1 , а множество допустимых планов задачи (2) - D_2 .

Теорема. (О существовании плана ЗЛП).

Пусть

оптимальный план ЗЛП (2), тогда: $\tilde{x}^* = (x_1^*, \dots, x_n^*, x_{n+1}^*, \dots, x_{n+m}^*)$

1. Если $\tilde{C}(\tilde{x}^*) = 0$, то план $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$ задачи (1), т.е. является планом задачи (1), т.е. $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) \in D_1$.
2. Если $\tilde{C}(\tilde{x}^*) < 0$, то ЗЛП (1) не имеет допустимых планов, т.е. D_1 есть пустое множество ($D_1 = \emptyset$).

Замечание. Вспомогательная задача (2) всегда имеет оптимальный план.

Пример: Рассмотрим ЗЛП:

$$C(x) = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 14 \\ x_1 - x_2 \geq 8 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Приведем данную ЗЛП к каноническому виду:

$$C_1(x) = -2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 14 \\ x_1 - x_2 - x_4 = 8 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Единичного базиса нет, поэтому построим вспомогательную задачу, предварительно введя две искусственные переменные $x_5 \geq 0$ и $x_6 \geq 0$.

$$\tilde{C}(\tilde{x}) = -x_5 - x_6 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_5 = 14 \\ x_1 - x_2 - x_4 + x_6 = 8 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

			-2	1	0	0	x	x
			0	0	0	0	-1	-1
c_σ	Базис	$A_0=b$	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
-1	A_5	14	1	1	-1	0	1	0
-1	A_6	8	1	-1	0	-1	0	1
	$/\Delta_j$	-22	-2	0	1	1	0	0
-1	A_5	6	0	2	-1	1	1	-1
0	A_1	8	1	-1	0	-1	0	1
	$/\Delta_j$	-6	0	-2	1	-1	0	2
0	A_2	3	0	1	-0,5	0,5	0,5	-0,5
0	A_1	11	1	0	-0,5	-0,5	0,5	0,5
	$/\Delta_j$	0	0	0	0	0	1	1
1	A_2	3	0	1	-0,5	0,5		
-2	A_1	11	1	0	-0,5	-0,5		
	$/\Delta_j$	-19	0	0	0,5	1,5	0	1

Решив данную вспомогательную задачу симплекс-методом, мы найдем ее оптимальный план и значение целевой функции на этом плане:

$$\tilde{x}^* = (11; 3; 0; 0; 0; 0) \quad \tilde{C}(\tilde{x}^*) = 0$$

Оптимальный план вспомогательной задачи есть начальный БДП основной задачи. После чего необходимо приступить к ее решению также симплекс-методом. Оптимальный план основной задачи:

$$x^* = (11; 3; 0; 0); \quad C_1(x^*) = -19; \quad C(x^*) = 19$$