

Логарифмические выражения

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$. Тогда

$$a^{\log_a x} = x.$$

Вспомним основные формулы.

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \quad y > 0;$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y, \quad y > 0;$$

$$\log_a(x^b) = b \log_a x;$$

$$\log_{a^b}(x) = \frac{1}{b} \log_a x;$$

$$\log_a x = \frac{1}{\log_x a}, \quad x \neq 1.$$

Пусть $b > 0$, $b \neq 1$, $x > 0$. Тогда

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}.$$

Найдите значение выражения $6^{2 \log_6 5}$.

Решение.

$$6^{2 \log_6 5} = 6^{\log_6 5^2} = 5^2 = 25.$$

Ответ: 25.

Найдите значение выражения $\log_7 4,9 + \log_7 10$.

Решение.

$$\log_7 4,9 + \log_7 10 = \log_7(4,9 \cdot 10) = \log_7 49 = \log_7(7^2) = 2.$$

Ответ: 2.

Найдите значение выражения $8^{\log_2 3}$.

Решение.

$$8^{\log_2 3} = (2^3)^{\log_2 3} = 2^{3 \cdot \log_2 3} = (2^{\log_2 3})^3 = 3^3 = 27.$$

Ответ: 27.

Найдите значение выражения $\log_{0,25} 8$.

Решение.

$$\log_{0,25} 8 = \log_{\frac{1}{4}} 8 = \log_{2^{-2}} 2^3 = \frac{1}{-2} \cdot 3 \log_2 2 = -1,5.$$

Ответ: -1,5.

Найдите значение выражения $\log_{16} \log_3 9$.

Решение.

$$\log_{16} \log_3 9 = \log_{16} 2 = \log_{2^4} 2 = \frac{1}{4} \log_2 2 = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{15}} \sqrt{15}$.

Решение.

$$\log_{\frac{1}{15}} \sqrt{15} = \log_{15^{-1}} 15^{0,5} = -1 \cdot 0,5 \cdot \log_{15} 15 = -0,5.$$

Ответ: -0,5.

Найдите значение выражения $\frac{\log_{25} 7}{\log_{625} 7}$.

Решение.

$$\frac{\log_{25} 7}{\log_{625} 7} = \frac{\log_{25} 7}{\log_{25^2} 7} = \frac{\log_{25} 7}{\frac{1}{2} \log_{25} 7} = 1 : \frac{1}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

Найдите значение выражения $\log_{11} 3 \cdot \log_9 11$.

Решение.

$$\log_{11} 3 \cdot \log_9 11 = \frac{\log_{11} 3}{\log_{11} 9} = \frac{\log_{11} 3}{\log_{11} 3^2} = \frac{\log_{11} 3}{2 \log_{11} 3} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

Найдите значение выражения $105 \cdot \log_4 \sqrt[3]{4}$.

Решение.

$$105 \cdot \log_4 \sqrt[3]{4} = 105 \cdot \log_4 4^{\frac{1}{3}} = 105 \cdot \frac{1}{3} \cdot \log_4 4 = 35.$$

Ответ: 35.

Найдите значение выражения $(\log_2 32) \cdot (\log_3 27)$.

Решение.

$$\begin{aligned} (\log_2 32) \cdot (\log_3 27) &= (\log_2 2^5) \cdot (\log_3 3^3) = \\ (5 \log_2 2) \cdot (3 \log_3 3) &= 5 \cdot 3 = 15. \end{aligned}$$

Ответ: 15.

Найдите значение выражения $\frac{7^{\log_3 18}}{7^{\log_3 2}}$.

Решение.

$$\frac{7^{\log_3 18}}{7^{\log_3 2}} = 7^{\log_3 18 - \log_3 2} = 7^{\log_3 (18:2)} = 7^{\log_3 9} = 7^2 = 49.$$

Ответ: 49.

46. Найдите значение выражения $(1 - \log_3 15)(1 - \log_5 15)$.

Решение.

$$\begin{aligned} (1 - \log_3 15)(1 - \log_5 15) &= (\log_3 3 - \log_3 15)(\log_5 5 - \log_5 15) = \\ &= \left(\log_3 \frac{3}{15}\right) \left(\log_5 \frac{5}{15}\right) = \left(\log_3 \frac{1}{5}\right) \left(\log_5 \frac{1}{3}\right) = \\ &= (-\log_3 5)(-\log_5 3) = \frac{1}{\log_5 3} \cdot \log_5 3 = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

48. Найдите значение выражения $\frac{\log_7 4}{\log_7 5} + \log_5 0,25$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{\log_7 4}{\log_7 5} + \log_5 0,25 &= \log_5 4 + \log_5 0,25 = \log_5(4 \cdot 0,25) = \\ &= \log_5 1 = 0. \end{aligned}$$

Ответ: 0.

49. Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{5}}^3 25$.

Решение.

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{5}}^3 25 &= (\log_{\sqrt{5}} 25)^3 = (\log_{5^{0,5}} 5^2)^3 = \left(\frac{1}{0,5} \cdot 2 \cdot \log_5 5\right)^3 = \\ &= 4^3 = 64. \end{aligned}$$

Ответ: 64.