

АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

План урока:

1. Что изучает логика? Какими основными понятиями оперирует логика?

2. Откуда произошла алгебра высказываний? Сообщение учащегося.

3. Как получаются сложные высказывания? Логические операции.

4. Готовимся к ЕГЭ. Закрепление знаний.

Высказывание

Высказывание - это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как **истинное** или **ложное**.

В русском языке высказывания выражаются повествовательными предложениями:

*Земля вращается вокруг Солнца.
Москва - столица.*

Но не всякое повествовательное предложение является высказыванием:

Это высказывание ложное.

Побудительные и вопросительные предложения высказываниями не являются.

*Без стука не входите!
Откройте учебники.
Ты выучил стихотворение?*

Из данных предложений выберите те, которые являются высказываниями, и обоснуйте свой выбор:

- *Наполеон был французским императором.*
- *Чему равно расстояние от Земли до Марса?*
- *Внимание! Посмотрите направо.*
- *Электрон – элементарная частица.*
- *Не нарушайте правил дорожного движения!*
- *Полярная звезда находится в созвездии малой медведицы.*
- *Не все то золото, что блестит.*

Общие высказывания - это те, в которых есть слово "ВСЕ" или "КАЖДЫЙ".

Частные высказывания - в которых есть слово "НЕКОТОРЫЕ" ИЛИ "ЕСТЬ".

Какие из приведенных примеров являются частными высказываниями, а какие общими?

- *Не все книги содержат полезную информацию.*
- *Кошка является домашним животным.*
- *Некоторые ученики двоечники.*
- *Все ананасы приятны на вкус.*
- *Многие растения обладают целебными свойствами.*
- *Любой неразумный человек ходит на руках.*
- *А – первая буква в алфавите.*

В приведенных предложениях вместо многоточий поставьте по смыслу подходящие по смыслу слова «необходимо», «достаточно», «необходимо и достаточно». Помните, что получившиеся высказывания должны быть истинными.

- *Для того, чтобы число делилось на 4, ... чтобы оно было четным.*
- *Для того, чтобы число делилось на 3, ... чтобы оно делилось на 9.*
- *Для того, чтобы число делилось на 10, ... чтобы оно оканчивалось нулем.*
- *Чтобы произведение двух чисел равнялось нулю, ... чтобы каждое из них равнялось нулю.*
- *Для того, чтобы сумма двух чисел была четным числом, ... чтобы каждое из этих чисел было четным числом.*
- *Чтобы четырехугольник был квадратом, ... чтобы все его стороны были равны.*

- **Определение.** Высказывание называется простым, если никакая его часть не является высказыванием.
- Употребляемые в обычной речи связки «и», «или», «не», «если ..., то...», «тогда и только тогда, когда...» и т.п. позволяют из уже заданных высказываний строить новые сложные высказывания. Это и есть логические операции, подобно сложению, умножению в обычной алгебре.

Конъюнкция.

Определение. Высказывание, составленное из двух и более высказываний путем объединения их связкой «И», называется конъюнкцией или логическим умножением.

Пример.

{ Петровы поехали на дачу и взяли с собой собаку }

Обозначение. $A \& B$, $A * B$, A and B.

A	B	$A \& B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Дизъюнкция.

- **Определение.** Высказывание, составленное из двух и более высказываний путем объединения их связкой «ИЛИ», называется дизъюнкцией или логическим сложением.
- **Правило.** Составное высказывание, образованное с помощью дизъюнкции, истинно тогда, когда истинно хотя бы одно, входящих в него простых высказывания.
- **Обозначение.** $A+B$, $A \vee B$, A or B .
- **Таблица истинности.**

A	B	$A+B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Исключающее ИЛИ.

- **Определение.** Высказывание, составленное из двух и более высказываний путем объединения их связкой «ЛИБО», называется разделительной дизъюнкцией (строгой), исключающим «или», сложением по модулю 2.
- **Правило.** Строгая или разделительная дизъюнкция – логическая операция, которая ставит в соответствие двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда ровно одно из высказываний истинно.
- **Обозначение.** $A \oplus B$.
- **Таблица истинности.**

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

ИНВЕРСИЯ

Определение. Отрицание (инверсия) – логическая операция, которая каждому элементарному высказыванию ставит в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

В русском языке для построения отрицания используется связка «неверно, что».

Инверсия обращает истинное высказывание в ложное, а ложное в истинное.

Задание. Приведите примеры.

Пример. Отрицанием высказывания { У меня дома есть компьютер} будет высказывание

{Неверно, что у меня дома есть компьютер} или, что то же самое {У меня дома нет компьютера}.

Обозначение. НЕ, \neg , $\bar{\quad}$

A	$\neg A$
0	1
1	0

Правило построения отрицания к простому высказыванию:

При построении отрицания к простому высказыванию либо используется речевой оборот «неверно, что», либо отрицание строится к сказуемому, тогда к сказуемому добавляется частица «не», при этом слово «все» заменяется на «некоторые» и наоборот.

Задание. Постройте отрицание для высказываний:

- Все ребята умеют плавать.
- Невозможно создать вечный двигатель.
- Каждый человек – художник.
- Человек все может.
- Сегодня в театре идет опера «Евгений Онегин».

$$f = (a \vee b) \& (\neg a \vee \neg b)$$

. **Приоритет операций.**

Каждое составное высказывание можно выразить в виде формулы (логического выражения), в которую войдут символы, обозначающие высказывания и их отрицания, соединенные знаками логических операций.

Старшинство операций:

- Инверсия
- Конъюнкция
- Дизъюнкция

Задание. Расставить порядок действий логического выражения

$$f = (a \vee b) \& (\neg a \vee \neg b)$$

Задания:

1. В следующих высказываниях выделите простые, обозначив каждое из них буквой; запишите с помощью букв и знаков логических операций каждое составное высказывание.
 - а) Число 376 четное и трехзначное (Например: A =Число 376 четное, B =Число 376 трехзначное, то $A \& B$ =Число 376 четное и трехзначное).
 - б) Зимой дети катаются на коньках или на лыжах.
 - в) Новый год мы встретим на даче либо на Красной площади.
 - г) Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.
 - д) Если 14 октября будет солнечным, то зима будет теплой.
 - е) Земля имеет форму шара, который из космоса кажется голубым.
 - ж) На уроке математики старшеклассники отвечали на вопросы учителя, а также писали самостоятельную работу.

2. Пусть $p = \{\text{Ане нравятся уроки математики}\}$, а $q = \{\text{Ане нравятся уроки химии}\}$. Выразите следующие формулы на естественном языке.

- | | | | |
|-------------------------------------|---|--|--|
| а) $\overline{p} \& q$; | г) $p \vee \overline{q}$; | ж) $\overline{\overline{p \& q}}$; | к) $p \rightarrow \underline{q}$; |
| б) $\overline{\overline{p}} \& q$; | д) $p \vee \overline{\overline{q}}$; | з) $\overline{\overline{p \vee q}}$; | л) $p \rightarrow \overline{q}$; |
| в) $p \& \overline{\overline{q}}$; | е) $\overline{\overline{p}} \vee \overline{\overline{q}}$; | и) $\overline{\overline{p \& \overline{q}}}$; | м) $\overline{\overline{p \rightarrow q}}$. |