

# АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

# План урока:

1. Что изучает логика? Какими основными понятиями оперирует логика?

2. Откуда произошла алгебра высказываний? Сообщение учащегося.

3. Как получаются сложные высказывания? Логические операции.

4. Готовимся к ЕГЭ. Закрепление знаний.

# Высказывание

**Высказывание** - это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как **истинное** или **ложное**.

В русском языке высказывания выражаются повествовательными предложениями:

*Земля вращается вокруг Солнца.  
Москва - столица.*

Но не всякое повествовательное предложение является высказыванием:

*Это высказывание ложное.*

Побудительные и вопросительные предложения высказываниями не являются.

*Без стука не входите!  
Откройте учебники.  
Ты выучил стихотворение?*

**Из данных предложений выберите те, которые являются высказываниями, и обоснуйте свой выбор:**

- *Наполеон был французским императором.*
- *Чему равно расстояние от Земли до Марса?*
- *Внимание! Посмотрите направо.*
- *Электрон – элементарная частица.*
- *Не нарушайте правил дорожного движения!*
- *Полярная звезда находится в созвездии малой медведицы.*
- *Не все то золото, что блестит.*

**Общие высказывания** - это те, в которых есть слово "ВСЕ" или "КАЖДЫЙ".

**Частные высказывания** - в которых есть слово "НЕКОТОРЫЕ" ИЛИ "ЕСТЬ".

**Какие из приведенных примеров являются частными высказываниями, а какие общими?**

- *Не все книги содержат полезную информацию.*
- *Кошка является домашним животным.*
- *Некоторые ученики двоечники.*
- *Все ананасы приятны на вкус.*
- *Многие растения обладают целебными свойствами.*
- *Любой неразумный человек ходит на руках.*
- *А – первая буква в алфавите.*

**В приведенных предложениях вместо многоточий поставьте по смыслу подходящие по смыслу слова «необходимо», «достаточно», «необходимо и достаточно». Помните, что получившиеся высказывания должны быть истинными.**

- *Для того, чтобы число делилось на 4, ... чтобы оно было четным.*
- *Для того, чтобы число делилось на 3, ... чтобы оно делилось на 9.*
- *Для того, чтобы число делилось на 10, ... чтобы оно оканчивалось нулем.*
- *Чтобы произведение двух чисел равнялось нулю, ... чтобы каждое из них равнялось нулю.*
- *Для того, чтобы сумма двух чисел была четным числом, ... чтобы каждое из этих чисел было четным числом.*
- *Чтобы четырехугольник был квадратом, ... чтобы все его стороны были равны.*

- **Определение.** Высказывание называется простым, если никакая его часть не является высказыванием.
- Употребляемые в обычной речи связки «и», «или», «не», «если ..., то...», «тогда и только тогда, когда...» и т.п. позволяют из уже заданных высказываний строить новые сложные высказывания. Это и есть логические операции, подобно сложению, умножению в обычной алгебре.

## **Конъюнкция.**

**Определение.** Высказывание, составленное из двух и более высказываний путем объединения их связкой «И», называется конъюнкцией или логическим умножением.

### **Пример.**

{ Петровы поехали на дачу и взяли с собой собаку }

**Обозначение.**  $A \& B$ ,  $A * B$ , A and B.

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Дизъюнкция.

- **Определение.** Высказывание, составленное из двух и более высказываний путем объединения их связкой «ИЛИ», называется дизъюнкцией или логическим сложением.
- **Правило.** Составное высказывание, образованное с помощью дизъюнкции, истинно тогда, когда истинно хотя бы одно, входящих в него простых высказывания.
- **Обозначение.**  $A+B$ ,  $A \vee B$ ,  $A$  or  $B$ .
- **Таблица истинности.**

A	B	$A+B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

## Исключающее ИЛИ.

- **Определение.** Высказывание, составленное из двух и более высказываний путем объединения их связкой «ЛИБО», называется разделительной дизъюнкцией (строгой), исключающим «или», сложением по модулю 2.
- **Правило.** Строгая или разделительная дизъюнкция – логическая операция, которая ставит в соответствие двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда ровно одно из высказываний истинно.
- **Обозначение.**  $A \oplus B$ .
- **Таблица истинности.**

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# ИНВЕРСИЯ

**Определение.** Отрицание (инверсия) – логическая операция, которая каждому элементарному высказыванию ставит в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

В русском языке для построения отрицания используется связка «неверно, что».

Инверсия обращает истинное высказывание в ложное, а ложное в истинное.

**Задание.** Приведите примеры.

**Пример.** Отрицанием высказывания { У меня дома есть компьютер} будет высказывание

{Неверно, что у меня дома есть компьютер} или, что то же самое {У меня дома нет компьютера}.

**Обозначение.** НЕ,  $\neg$ ,  $\bar{\quad}$

A	$\neg A$
0	1
1	0

## **Правило построения отрицания к простому высказыванию:**

При построении отрицания к простому высказыванию либо используется речевой оборот «неверно, что», либо отрицание строится к сказуемому, тогда к сказуемому добавляется частица «не», при этом слово «все» заменяется на «некоторые» и наоборот.

**Задание.** Постройте отрицание для высказываний:

- Все ребята умеют плавать.
- Невозможно создать вечный двигатель.
- Каждый человек – художник.
- Человек все может.
- Сегодня в театре идет опера «Евгений Онегин».

$$f = (a \vee b) \& (\neg a \vee \neg b)$$

## . Приоритет операций.

Каждое составное высказывание можно выразить в виде формулы (логического выражения), в которую войдут символы, обозначающие высказывания и их отрицания, соединенные знаками логических операций.

Старшинство операций:

- Инверсия
- Конъюнкция
- Дизъюнкция

Задание. Расставить порядок действий логического выражения

$$f = (a \vee b) \& (\neg a \vee \neg b)$$

## Задания:

1. В следующих высказываниях выделите простые, обозначив каждое из них буквой; запишите с помощью букв и знаков логических операций каждое составное высказывание.
  - а) Число 376 четное и трехзначное (Например:  $A$ =Число 376 четное,  $B$ =Число 376 трехзначное, то  $A \& B$ =Число 376 четное и трехзначное).
  - б) Зимой дети катаются на коньках или на лыжах.
  - в) Новый год мы встретим на даче либо на Красной площади.
  - г) Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.
  - д) Если 14 октября будет солнечным, то зима будет теплой.
  - е) Земля имеет форму шара, который из космоса кажется голубым.
  - ж) На уроке математики старшеклассники отвечали на вопросы учителя, а также писали самостоятельную работу.

2. Пусть  $p = \{\text{Ане нравятся уроки математики}\}$ , а  $q = \{\text{Ане нравятся уроки химии}\}$ . Выразите следующие формулы на естественном языке.

- |  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| а) $\overline{p} \ \& \ q;$            | г) $p \ \vee \ \overline{q};$                                  | ж) $\overline{\overline{p \ \& \ q}};$                       | к) $p \ \rightarrow \ \underline{q};$           |
| б) $\overline{\overline{p}} \ \& \ q;$ | д) $p \ \vee \ \overline{\overline{q}};$                       | з) $\overline{\overline{p \ \vee \ q}};$                     | л) $p \ \rightarrow \ \overline{\overline{q}};$ |
| в) $p \ \& \ \overline{\overline{q}};$ | е) $\overline{\overline{p}} \ \vee \ \overline{\overline{q}};$ | и) $\overline{\overline{p \ \& \ \overline{\overline{q}}}};$ | м) $\overline{\overline{p \ \rightarrow \ q}}.$ |