Раздел 5. Основные понятия дискретной математики. Теория вероятности
Тема 5.1. Элементы комбинаторики

План

1. Элементы математической логики.
2. Основные понятия комбинаторики.
3. Задачи для самостоятельного решения

Элементы математической логики

- **Математическая логика –** это раздел математики, который занимается исследованием *высказываний* с точки зрения их формального строения.
- **Опр.** Высказывание – это повествовательное предложение, о котором можно однозначно сказать истинно оно или ложно.
- **Пример 1.1.** Высказывания:

1. Москва - столица России. (и)
2. К форменным элементам крови относятся эритроциты, лейкоциты, тромбоциты. (и)
3. Айсберги чаще всего встречаются на экваторе. (л)
4. У здорового человека температура тела 26,6°С. (л)

- **Опр.** Отрицанием высказывания A называется новое высказывание, которое обозначается $\overline{A}$ (читается «не A») и истинно, если A ложно, и ложно, если A истинно.

A	
0	1
1	0

- **<u>Опр.</u>** Дизъюнкцией высказываний А и В называется новое высказывание, которое обозначается $A \cup B$ (читается «А или В») и ложно только в том случае, если ложны оба высказывания, а в остальных случаях истинно.

A	B	A ∪ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- **Опр.** Конъюнкцией высказываний А и В называется новое высказывание, которое обозначается $A \cap B$ (читается «А и В») и истинно только в том случае, когда истинны оба высказывания, а в остальных случаях - ложно.

A	**B**	$\mathbf{A \cap B}$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Каждое составное высказывание можно выразить в виде формулы. Для каждого составного высказывания можно построить таблицу истинности, которая определит его значение для всех возможных исходных значений простых высказываний.
- Например, построить таблицу истинности для высказывания: $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$

A	**B**			**A ∪ B**		
0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0

Основные понятия комбинаторики

- **Комбинаторика** – раздел математики, в котором изучаются задачи выбора элементов из заданного множества и размещения этих элементов в каком-либо порядке.
- **<u>Опр.</u>** Группы составленные из каких – либо элементов называется соединениями.
- **<u>Опр.</u>** Размещением из n-элементов по m в каждом (A_n^m) называются такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами, либо порядком их расположения. Количество размещений вычисляется по формуле:
- $A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots\big(n-(m-1)\big) = \frac{n!}{(n-m)!}$

Пример 2.1.

- Сколькими способами из 8 кандидатур можно выбрать 5 медсестёр в 5 отделений?

- $A_8^5 = \frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8!}{3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 6720.$

- Ответ: 6720 размещений.

- **Опр.** Перестановкой из n-элементов называются такие соединения из всех элементов, которые отличаются друг от друга порядком расположения. Количество перестановок вычисляется по формуле:
- $P_n = n!$
- $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cdots n$
- $0! = 1$

Пример 2.2.

- Найти число вариантов различных списков из 7 пациентов.(Списки считаются разными, если они отличаются порядком расположения элементов.)
- $P_7 = 7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$
- Ответ: 5040 списков.

- Если возникает необходимость не учитывать порядок следования элементов в размещении, то последовательности называются сочетаниями.
- **Опр.** Сочетанием из n-элементов по m в каждом (C_n^m) называются такие соединения, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом. Количество сочетаний вычисляется по формуле.
- $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

Пример 2.3.

- В клетке содержится 10 мышей. Необходимо отобрать 4 мыши для проведения эксперимента. Сколькими способами это можно сделать?
- $C_{10}^{4} = \dfrac{10!}{4!(10-4)!} = \dfrac{6!\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{4!\cdot 6!} = \dfrac{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} =$ 210.
- Ответ: 210 способов.

Задачи для самостоятельного решения

1. Построить таблицу истинности для высказывания: $A \cap \left(B \cap (\bar{A} \cup \bar{B})\right)$
2. Главный врач больницы ежедневно просматривает отчёты о выписке и поступлении больных из 6 отделений. Если порядок просмотра случаен, сколько существует способов их просмотра?
3. Больной принимает четыре лекарства. Последовательность приёма лекарств существенно влияет на результат лечения. Сколько имеется способов приёма этих лекарств?
4. В студенческой группе 15 человек. Из них необходимо выбрать старосту группы, профорга и физорга. Сколько возможных вариантов можно составить?