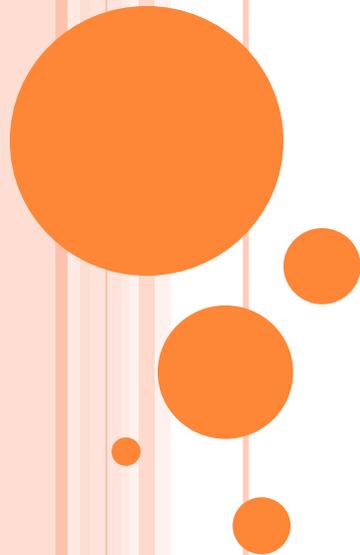


РАЗДЕЛ 5. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

ТЕМА 5.1. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

План

- 1. Элементы математической логики.**
- 2. Основные понятия комбинаторики.**
- 3. Задачи для самостоятельного решения**



ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

- **Математическая логика** – это раздел математики, который занимается исследованием *высказываний* с точки зрения их формального строения.
- **Опр.** Высказывание – это повествовательное предложение, о котором можно однозначно сказать истинно оно или ложно.
- **Пример 1.1.** Высказывания:
 1. Москва - столица России. (и)
 2. К форменным элементам крови относятся эритроциты, лейкоциты, тромбоциты. (и)
 3. Айсберги чаще всего встречаются на экваторе. (л)
 4. У здорового человека температура тела $26,6^{\circ}\text{C}$. (л)



- ○ **Опр.** Отрицанием высказывания A называется новое высказывание, которое обозначается \bar{A} (читается «не A ») и истинно, если A ложно, и ложно, если A истинно.

A	
0	1
1	0



- ○ **Опр.** Дизъюнкцией высказываний A и B называется новое высказывание, которое обозначается $A \cup B$ (читается « A или B ») и ложно только в том случае, если ложны оба высказывания, а в остальных случаях истинно.

A	B	A ∪ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



- ○ **Опр.** Конъюнкцией высказываний А и В называется новое высказывание, которое обозначается $A \cap B$ (читается «А и В») и истинно только в том случае, когда истинны оба высказывания, а в остальных случаях - ложно.

A	B	A ∩ B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



- ○ Каждое составное высказывание можно выразить в виде формулы. Для каждого составного высказывания можно построить таблицу истинности, которая определит его значение для всех возможных исходных значений простых высказываний.
- Например, построить таблицу истинности для высказывания: $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$

A	B			$A \cup B$		
0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0



ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ КОМБИНАТОРИКИ

- ○ **Комбинаторика** – раздел математики, в котором изучаются задачи выбора элементов из заданного множества и размещения этих элементов в каком-либо порядке.
- **Опр.** Группы составленные из каких – либо элементов называется соединениями.
- **Опр.** Размещением из n -элементов по m в каждом (A_n^m) называются такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами, либо порядком их расположения. Количество размещений вычисляется по формуле:
- $A_n^m = n(n - 1)(n - 2) \cdots (n - (m - 1)) = \frac{n!}{(n-m)!}$



□ ○ **Пример 2.1.**

○ Сколькими способами из 8 кандидатур можно выбрать 5 медсестёр в 5 отделений?

$$\begin{aligned} \text{○ } A_8^5 &= \frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8!}{3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \\ &7 \cdot 8 = 6720. \end{aligned}$$

○ Ответ: 6720 размещений.



□ ○ Опр. Перестановкой из n -элементов называются такие соединения из всех элементов, которые отличаются друг от друга порядком расположения. Количество перестановок вычисляется по формуле:

○ $P_n = n!$

○ $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$

○ $0! = 1$



□ ○ **Пример 2.2.**

○ Найти число вариантов различных списков из 7 пациентов. (Списки считаются разными, если они отличаются порядком расположения элементов.)

○ $P_7 = 7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$

○ Ответ: 5040 списков.



□ ○ Если возникает необходимость не учитывать порядок следования элементов в размещении, то последовательности называются сочетаниями.

○ Опр. Сочетанием из n -элементов по m в каждом (C_n^m) называются такие соединения, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом. Количество сочетаний вычисляется по формуле.

○
$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$



□ ○ **Пример 2.3.**

○ В клетке содержится 10 мышей. Необходимо отобрать 4 мыши для проведения эксперимента. Сколькими способами это можно сделать?

$$○ C_{10}^4 = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{4! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210.$$

○ Ответ: 210 способов.



ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Построить таблицу истинности для высказывания: $A \cap (B \cap (\bar{A} \cup \bar{B}))$
2. Главный врач больницы ежедневно просматривает отчёты о выписке и поступлении больных из 6 отделений. Если порядок просмотра случаен, сколько существует способов их просмотра?
3. Больной принимает четыре лекарства. Последовательность приёма лекарств существенно влияет на результат лечения. Сколько имеется способов приёма этих лекарств?
4. В студенческой группе 15 человек. Из них необходимо выбрать старосту группы, профорга и физорга. Сколько возможных вариантов можно составить?

