

1. Предельные величины и эластичность в экономике

Предельные издержки.

Пусть Q – объем произведенной продукции.
 $C(Q)$ – издержки производства.

$$MC(Q) = C'(Q) = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta Q}$$

называется предельными издержками.

Предельные издержки.

$$MC(Q) = C'(Q) \approx \frac{\Delta C}{\Delta Q} = \frac{C(Q + \Delta Q) - C(Q)}{\Delta Q},$$

если ΔQ мало.

Если $\Delta Q = 1$, то

$$MC(Q) \approx C(Q + 1) - C(Q)$$

Предельные издержки показывают дополнительные затраты на производство дополнительной единицы продукции.

Предельный доход (предельная выручка).

Пусть Q – объем произведенной продукции.

$R(Q)$ – доход от ее реализации.

$$MR(Q) = R'(Q) = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta Q}$$

называется предельным доходом.

Предельный доход (предельная выручка).

$$MR(Q) = R'(Q) \approx \frac{\Delta R}{\Delta Q} = \frac{R(Q + \Delta Q) - R(Q)}{\Delta Q},$$

если ΔQ мало.

Если $\Delta Q = 1$, то

$$MR(Q) \approx R(Q + 1) - R(Q)$$

Предельный доход показывает дополнительный доход от реализации дополнительной единицы продукции.

Предельный доход (предельная выручка).

Пример 1. Производитель продает продукт на рынке совершенной конкуренции. Рыночная цена равна 5 ден.ед.

- 1) Найти функцию выручки $R(Q)$ и построить график
- 2) Найти функцию предельной выручки $MR(Q)$ и построить график

Предельный доход (предельная выручка).

Пример 2. Производитель продает продукт на монопольном рынке.

$$P(Q) = 100 - Q \quad \text{функция спроса}$$

- 1) Найти функцию выручки $R(Q)$ и построить график
- 2) Найти функцию предельной выручки $MR(Q)$ и построить график

Эластичность в экономике.

$$E_x(y) = y'(x) \cdot \frac{x}{y}$$

Эластичность показывает на сколько процентов изменится функция при изменении аргумента на 1%.

Эластичность в экономике.

а) Пусть $Q(P)$ – функция спроса от цены.

$$E_P(Q) = Q' \cdot \frac{P}{Q} \quad - \text{ эластичность спроса по цене.}$$

- показывает на сколько процентов изменится спрос при увеличении цены на 1%.

$$E_P(Q) < 0$$

2. Эластичность в экономике.

Пример 1 $Q(P) = -0,05P + 10$ – функция спроса на некоторый продукт.

- 1) Найти эластичность спроса по цене для $P=20$ ден.ед., $P=100$ ден.ед., $P=150$ ден.ед.
- 2) Дать экономическую интерпретацию
- 3) Построить график эластичности в зависимости от цены (EXCEL).

2. Эластичность в экономике.

Пример 2 Функция спроса задана формулой $Q(p) = 2 / p$

- 1) Какова эластичность спроса в точке $p = 2$.
- 2) Дать экономическую интерпретацию
- 3) Построить график эластичности в зависимости от цены (EXCEL).

Эластичность в экономике.

Если $E_P(Q) < -1$, то спрос называют эластичным.

Если $E_P(Q) \in (-1, 0)$, то спрос называют неэластичным.

Если $E_P(Q) = -1$, то спрос называют спросом с единичной эластичностью.

Если $E_P(Q) = 0$, то спрос называют совершенно неэластичным.

2. Эластичность в экономике.

б) Пусть $Q(I)$ – функция спроса от дохода.

$$E_I(Q) = Q' \cdot \frac{I}{Q} \quad - \text{ эластичность спроса по доходу.}$$

- показывает на сколько процентов изменится спрос при увеличении дохода на 1%.

$$E_I(Q) > 0$$

Эластичность в экономике.

в) Пусть $Q(P)$ – функция предложения от цены.

$$E_P(Q) = Q' \cdot \frac{P}{Q} \quad \begin{array}{l} \text{-эластичность предложения} \\ \text{по цене.} \end{array}$$

- показывает на сколько процентов изменится предложение при увеличении цены на 1%.

$$E_P(Q) > 0$$

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

Пусть $Q(P)$ – функция спроса на некоторый товар;

$R(P) = P \cdot Q(P)$ – функция дохода от реализации товара;

$MR(P) = R'(P)$ - предельный доход.

$MR(P) > 0$ или $MR(P) < 0$?

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

$$MR(P) = Q(P) \cdot (E_P(Q) + 1)$$

Если $E_P(Q) < -1$, т.е. спрос эластичен, то $MR(P) < 0$, т.е. увеличение цены приведет к уменьшению дохода.

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

$$MR(P) = Q(P) \cdot (E_P(Q) + 1)$$

Если $E_P(Q) \in (-1, 0)$, т.е. спрос неэластичен, то $MR(P) > 0$, т.е. увеличение цены приведет к увеличению дохода.

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

$$MR(P) = Q(P) \cdot (E_P(Q) + 1)$$

Если $E_P(Q) = -1$, т.е. спрос с единичной эластичностью, то $MR(P) = 0$, т.е. увеличение цены не изменит доход.

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

Вывод: С возрастанием цены для продукции с эластичным спросом суммарный доход уменьшается, а для товаров неэластичного спроса увеличивается.

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

Пример: Функция спроса на некоторый товар $Q(P) = -2P + 12$ при $P \leq 6$, $Q(P) = 0$ при $P > 6$.

- 1) Составить функцию дохода $R(P)$
- 2) Построить графики функции дохода $R(P)$
- 3) Найти функцию предельного дохода $MR(P)$
- 4) Построить график функции предельного дохода $MR(P)$
- 5) Определить на графиках участки эластичного и неэластичного спроса.
- 6) Какие рекомендации по ценовой политике можно дать производителю, если в настоящий момент цена $P = 2$ ден.ед., $P = 4$ ден.ед.

2. Задачи на Максимизацию прибыли

$$C(Q) = \frac{Q}{2} + \frac{Q^3}{8} \quad - \text{ функция издержек}$$

$$P(Q) = 8 - \frac{Q}{2} \quad - \text{ функция спроса}$$

- 1) Составить функцию прибыли $\Pi(Q)$
- 2) Найти Q , при котором прибыль максимальна аналитически (без компьютера).
- 3) Изобразить график функции $\Pi(Q)$ (Excel)
- 4) Найти Q , при котором прибыль максимальна с помощью Excel
- 5) Сравните результат аналитического решения и решения Excel

2. Задачи на Максимизацию прибыли

$$C(Q) = \frac{Q}{2} + \frac{Q^3}{8} \quad - \text{ функция издержек}$$

$$P(Q) = 8 - \frac{Q}{2} \quad - \text{ функция спроса}$$

I	J	K	L
	Q=	0	
	R(Q)=	0	

любое значение


формула для R(Q)

2. Задачи на максимизацию прибыли

I	J	K	L
	Q=		0
	R(Q)=		0

Сервис – Поиск решения


Поиск решения

Установить целевую ячейку: 

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:



Ограничения:

2. Задачи на максимизацию прибыли

G	H	I	J
	Q=	3,333333	
	R(Q)=	14,81481	

2. Задачи на максимизацию прибыли

$$C(Q) = 10 + Q + \frac{Q^2}{2} - \text{функция издержек}$$

$$P(Q) = 8 - \sqrt{Q} - \text{функция спроса}$$

- 1) Составить функцию прибыли $\Pi(Q)$
- 2) Найти Q , при котором прибыль максимальна аналитически (без компьютера).
- 3) Изобразить график функции $\Pi(Q)$ (Excel)
- 4) Найти Q , при котором прибыль максимальна с помощью Excel
- 5) Сравните результат аналитического решения и решения Excel

2. Задачи на Максимизацию прибыли

4.181; 4.182; 4.184-4.186; 4.187-4.190; 4.193; 4.194

3. Задачи на максимизацию прибыли функций двух и более переменных

Пример 1 Фирма производит 2 товара и продает их по ценам 8 и 10 д.е. Функция издержек

$$C(Q_1, Q_2) = Q_1^2 + Q_1 Q_2 + Q_2^2$$

- 1) Составит функцию прибыли
- 2) Найти объемы производства, при которых прибыль максимальна аналитически.
- 3) Найти объемы производства, при которых прибыль максимальна с помощью Поиск решения Excel.

Необходимое условие экстремума. Пусть (x_0, y_0) - точка экстремума функции $z=f(x, y)$. Тогда

$$\begin{cases} z'_x(x_0, y_0) = 0; \\ z'_y(x_0, y_0) = 0. \end{cases}$$

Экстремум функции двух переменных.

Достаточное условие экстремума. Пусть (x_0, y_0) - критическая точка функции $z=f(x, y)$.

$$A = z''_{xx}(x_0, y_0); B = z''_{xy}(x_0, y_0); C = z''_{yy}(x_0, y_0); \Delta = AC - B^2$$

Тогда

- 1) Если $\Delta > 0, A < 0$, то (x_0, y_0) - точка максимума
- 2) Если $\Delta > 0, A > 0$, то (x_0, y_0) - точка минимума
- 3) Если $\Delta < 0$, то (x_0, y_0) не является точкой экстремума

Экстремум функции двух переменных.

Пример 1 Фирма производит 2 товара и продает их по ценам 8 и 10 д.е. Функция издержек

$$C(Q_1, Q_2) = Q_1^2 + Q_1 Q_2 + Q_2^2$$

	A	B	C	D
1	Q1=	0	P1=	8
2	Q2=	0	P2=	10
3				
4	П=	0		
5				

формула для прибыли



Экстремум функции двух переменных.

	A	B	C	D
1	Q1=	0	P1=	8
2	Q2=	0	P2=	10
3				
4	П=	0		
5				

Поиск решения [?] [X]

Установить целевую ячейку: [Иконка]

Равной: максимальному значению значению: минимальному значению

Изменяя ячейки: [Иконка]

Ограничения:

Экстремум функции двух переменных.

Пример 1 Фирма производит 2 товара и продает их по ценам 8 и 10 д.е. Функция издержек

$$C(Q_1, Q_2) = Q_1^2 + Q_1 Q_2 + Q_2^2$$

	A	B	C	D
1	Q1=	1,999999	P1=	8
2	Q2=	3,999999	P2=	10
3				
4	П=	28		
5				
6				

3. Задачи на максимизацию прибыли функций двух и более переменных

5.229-5.232

4. Экономические задачи на условный экстремум

Пример. $Q(K,L)=KL$ – производственная функция. Единица капитала стоит 2 д.е., единица труда стоит также 2 д.е. На приобретение труда и капитала производитель может выделить 8 д.е.

Найти затраты труда и капитала, при которых объем выпуска максимален

- 1) решить задачу методом подстановки
- 2) решить задачу с помощью Поиск решения в Excel.

4. Экономические задачи на условный экстремум

Пример. $Q(K,L)=KL$ – производственная функция. Единица капитала стоит 2 д.е., единица труда стоит также 2 д.е. На приобретение труда и капитала производитель может выделить 8 д.е.

A	B	C	D	E	F	G
K=	0	P _k =	2		M=	8
L=	0	P _l =	2			
Q=	0					
Ограничение		0				

Общая сумма

$=B1*B2 (K*L)$

цены единиц капитала и труда

$=D1*B1+D2*B2$ – расходы $(K*P_K+L*P_L)$

4. Экономические задачи на условный экстремум

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	K=	0	Pk=	2		M=	8	
2	L=	0	Pl=	2				
3								
4	Q=	0						
5								
6	Ограничение		0					
7								

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: максимальному значению значению: минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

4. Экономические задачи на условный экстремум

	A	B	C	D	E	F	G
1	K=	0	Pk=	2		M=	8
2	L=	0	Pl=	2			
3							
4	Q=	0					
5							
6	Ограничение		0				
7							

Добавление ограничения

Ссылка на ячейку: =

Ограничение:

OK Отмена Добавить Справка

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	K=	0	Pk=	2		M=	8	
2	L=	0	Pl=	2				
3								
4	Q=	0						
5								
6	Ограничение		0					
7								

Поиск решения ? X

Установить целевую ячейку: Выполнить

Равной: максимальному значению значению: Закреть

минимальному значению

Изменяя ячейки: Предположить

Ограничения: Добавить

Изменить

Удалить

Параметры
Восстановить
Справка

4. Экономические задачи на условный экстремум

5.233-5.238