1. Предельные величины и эластичность в экономике

Предельные издержки.

Пусть Q – объем произведенной продукции. $C(Q)$ – издержки производства.

$$MC(Q) = C'(Q) = \lim_{\Delta Q \to 0} \frac{\Delta C}{\Delta Q}$$

называется предельными издержками.

Предельные издержки.

$$MC(Q) = C'\left(Q\right) \approx \frac{\Delta C}{\Delta Q} = \frac{C(Q + \Delta Q) - C(Q)}{\Delta Q},$$

если ΔQ мало.

Если $\Delta Q = 1,$ то

$$MC(Q) \approx C(Q+1) - C(Q)$$

Предельные издержки показывают дополнительные затраты на производство дополнительной единицы продукции.

Предельный доход (предельная выручка).

Пусть Q – объем произведенной продукции.
$R(Q)$ – доход от ее реализации.

$$MR(Q) = R'\left(Q\right) = \lim_{\Delta Q \to 0} \frac{\Delta R}{\Delta Q}$$

называется предельным доходом.

Предельный доход (предельная выручка).

$$MR(Q) = R'\left(Q\right) \approx \frac{\Delta R}{\Delta Q} = \frac{R(Q+\Delta Q) - R(Q)}{\Delta Q},$$

если ΔQ мало.

Если $\Delta Q = 1,$ то

$$MR(Q) \approx R(Q+1) - R(Q)$$

Предельный доход показывает дополнительный доход от реализации дополнительной единицы продукции.

Предельный доход (предельная выручка).

Пример 1. Производитель продает продукт на рынке совершенной конкуренции. Рыночная цена равна 5 ден.ед.

1) Найти функцию выручки R(Q) и построить график
2) Найти функцию предельной выручки MR(Q) и построить график

Предельный доход (предельная выручка).

Пример 2. Производитель продает продукт на монопольном рынке.

$P(Q) = 100 - Q$ функция спроса

1) Найти функцию выручки R(Q) и построить график
2) Найти функцию предельной выручки MR(Q) и построить график

Эластичность в экономике.

$$\boxed{E_x(y) = y'(x) \cdot \frac{x}{y}}$$

Эластичность показывает на сколько процентов изменится функция при изменении аргумента на 1%.

Эластичность в экономике.

а) Пусть *Q(P)* – функция спроса от цены.

$$E_P(Q) = Q' \cdot \frac{P}{Q}$$ - эластичность спроса по цене.

- показывает на сколько процентов изменится спрос при увеличении цены на 1%.

$$E_P(Q) < 0$$

2. Эластичность в экономике.

Пример 1 $Q(P)=-0,05P+10$ – функция спроса на некоторый продукт.

1) Найти эластичность спроса по цене для $P=20$ ден.ед., $P=100$ ден.ед., $P=150$ ден.ед.
2) Дать экономическую интерпретацию
3) Построить график эластичности в зависимости от цены (EXCEL).

2. Эластичность в экономике.

Пример 2 Функция спроса задана формулой $Q(p)= 2 / p$

1) Какова эластичность спроса в точке $p = 2$.
2) Дать экономическую интерпретацию
3) Построить график эластичности в зависимости от цены (EXCEL).

Эластичность в экономике.

Если $E_P(Q) < -1,$ то спрос называют эластичным.

Если $E_P(Q) \in (-1, 0),$ то спрос называют неэластичным.

Если $E_P(Q) = -1,$ то спрос называют спросом с единичной эластичностью.

Если $E_P(Q) = 0,$ то спрос называют совершенно неэластичным.

2. Эластичность в экономике.

б) Пусть $Q(I)$ – функция спроса от дохода.

$$E_I(Q) = Q' \cdot \frac{I}{Q}$$ - эластичность спроса по доходу.

- показывает на сколько процентов изменится спрос при увеличении дохода на 1%.

$$E_I(Q) > 0$$

Эластичность в экономике.

в) Пусть *Q(P)* – функция предложения от цены.

$$E_P(Q) = Q' \cdot \frac{P}{Q}$$

-эластичность предложения по цене.

- показывает на сколько процентов изменится предложение при увеличении цены на 1%.

$$E_P(Q) > 0$$

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

Пусть $Q(P)$ – функция спроса на некоторый товар;

$R(P)=P\cdot Q(P)$ – функция дохода от реализации товара;

$MR(P) = R'(P)$ - предельный доход.

$MR(P) > 0$ или $MR(P) < 0$?

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

$$MR(P) = Q(P) \cdot \left(E_P(Q) + 1 \right)$$

Если $E_P(Q) < -1,$ т.е. спрос эластичен, то $MR(P) < 0,$ т.е. увеличение цены приведет к уменьшению дохода.

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

$$MR(P) = Q(P) \cdot \left(E_P(Q) + 1 \right)$$

Если $E_P(Q) \in (-1, 0),$ т.е. спрос неэластичен, то $MR(P) > 0,$ т.е. увеличение цены приведет к увеличению дохода.

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

$$MR(P) = Q(P) \cdot \left(E_P(Q) + 1 \right)$$

Если $E_P(Q) = -1,$ т.е. спрос с единичной эластичностью, то $MR(P) = 0,$ т.е. увеличение цены не изменит доход.

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

Вывод: С возрастанием цены для продукции с эластичным спросом суммарный доход уменьшается, а для товаров неэластичного спроса увеличивается.

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

Пример: Функция спроса на некоторый товар $Q(P)=-2P+12$ при $P<=6$, $Q(P)=0$ при $P>6$.

1) Составить функцию дохода $R(P)$
2) Построить графики функции дохода $R(P)$
3) Найти функцию предельного дохода $MR(P)$
4) Построить график функции предельного дохода $MR(P)$

5) Определить на графиках участки эластичного и неэластичного спроса.

6) Какие рекомендации по ценовой политике можно дать производителю, если в настоящий момент цена $P=2$ ден.ед., $P=4$ ден.ед.

2. Задачи на максимизацию прибыли

$C(Q) = \frac{Q}{2} + \frac{Q^3}{8}$ - функция издержек

$P(Q) = 8 - \frac{Q}{2}$ - функция спроса

1) Составить функцию прибыли П(Q)
2) Найти Q, при котором прибыль максимальна аналитически (без компьютера).
3) Изобразить график функции П(Q) (Excel)
4) Найти Q, при котором прибыль максимальна с помощью Excel
5) Сравните результат аналитического решения и решения Excel

2. Задачи на максимизацию прибыли

$$C(Q) = \frac{Q}{2} + \frac{Q^3}{8}$$ - функция издержек

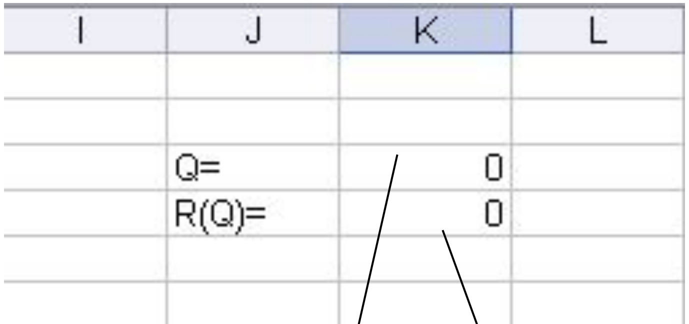
$$P(Q) = 8 - \frac{Q}{2}$$ - функция спроса

I	J	K	L
	Q=	0	
	R(Q)=	0	

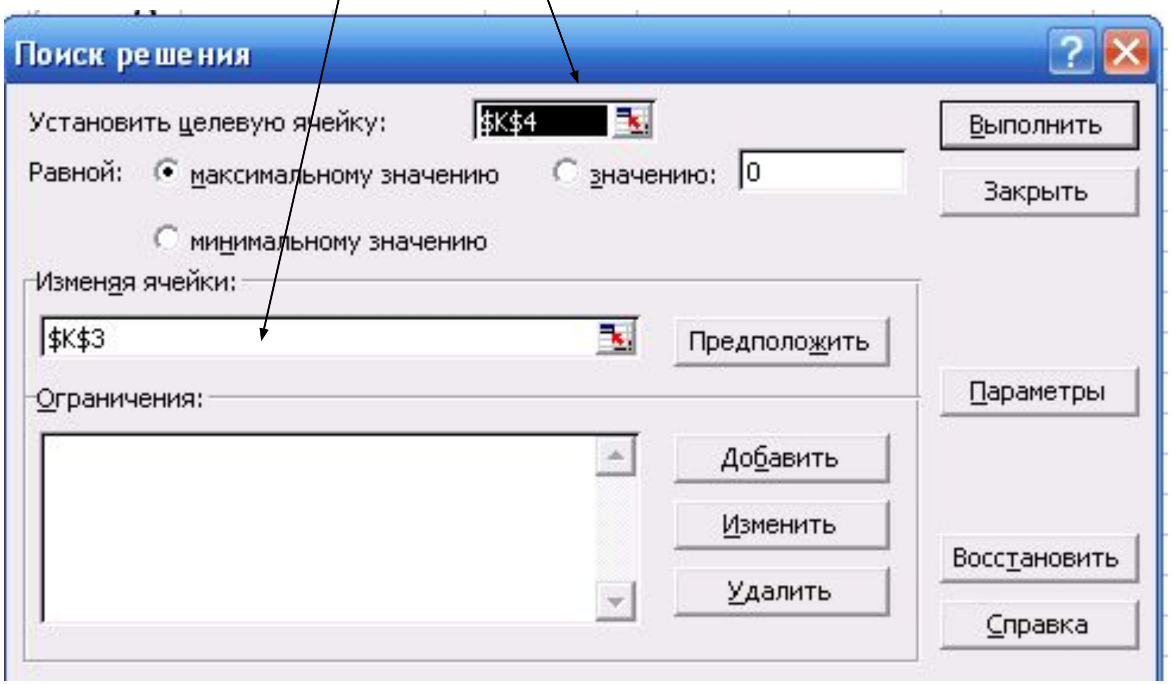
любое значение

формула для R(Q)

2. Задачи на максимизацию прибыли



Сервис – Поиск решения



2. Задачи на максимизацию прибыли

G	H	I	J
	Q=	3,333333	
	R(Q)=	14,81481	

2. Задачи на максимизацию прибыли

$C(Q) = 10 + Q + \frac{Q^2}{2}$ - функция издержек

$P(Q) = 8 - \sqrt{Q}$ - функция спроса

1) Составить функцию прибыли П(Q)
2) Найти Q, при котором прибыль максимальна аналитически (без компьютера).
3) Изобразить график функции П(Q) (Excel)
4) Найти Q, при котором прибыль максимальна с помощью Excel
5) Сравните результат аналитического решения и решения Excel

2. Задачи на максимизацию прибыли

4.181; 4.182; 4.184-4.186; 4.187-4.190; 4.193; 4.194

3. Задачи на максимизацию прибыли функций двух и более переменных

<u>Пример 1</u> Фирма производит 2 товара и продает их по ценам 8 и 10 д.е. Функция издержек

$$C(Q_1, Q_2) = Q_1^2 + Q_1 Q_2 + Q_2^2$$

1) Составит функцию прибыли
2) Найти объемы производства, при которых прибыль максимальна аналитически.

3) Найти объемы производства, при которых прибыль максимальна с помощью Поиск решения Excel.

Необходимое условие экстремума. Пусть $\left(x_0, y_0\right)$ - точка экстремума функции *z=f(x,y)*. Тогда

$$\begin{cases} z'_x\left(x_0, y_0\right) = 0; \\ z'_y\left(x_0, y_0\right) = 0. \end{cases}$$

Экстремум функции двух переменных.

Достаточное условие экстремума. Пусть $\left(x_0, y_0\right)$ - критическая точка функции $z=f(x,y)$.

$$A = z''_{xx}\left(x_0, y_0\right);\ B = z''_{xy}\left(x_0, y_0\right);\ C = z''_{yy}\left(x_0, y_0\right);\ \Delta = AC - B^2$$

Тогда

1) Если $\Delta > 0,\ A < 0,$ то $\left(x_0, y_0\right)$ - точка максимума
2) Если $\Delta > 0,\ A > 0,$ то $\left(x_0, y_0\right)$ - точка минимума
3) Если $\Delta < 0,$ то $\left(x_0, y_0\right)$ не является точкой экстремума

Экстремум функции двух переменных.

Пример 1 Фирма производит 2 товара и продает их по ценам 8 и 10 д.е. Функция издержек

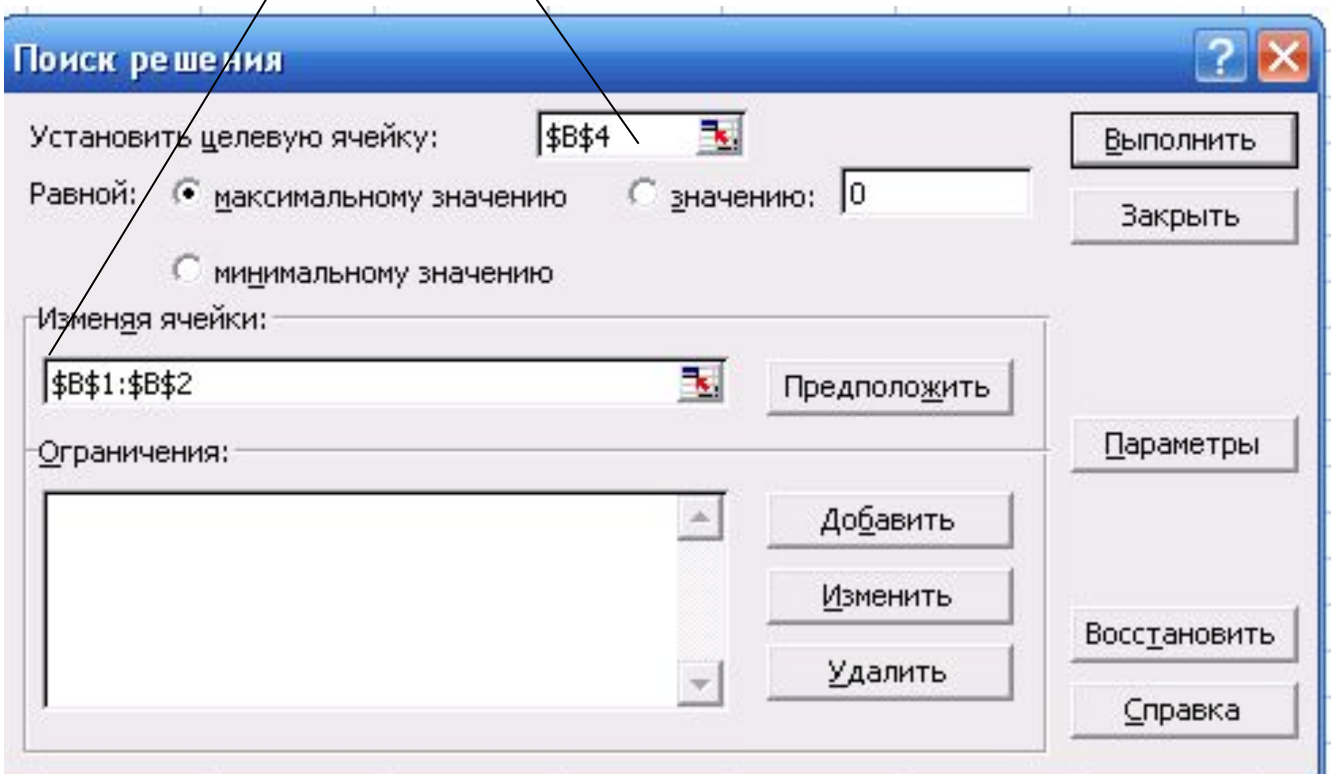
$$C(Q_1, Q_2) = Q_1^2 + Q_1 Q_2 + Q_2^2$$

	A	B	C	D
1	Q1=	0	P1=	8
2	Q2=	0	P2=	10
3				
4	П=	0		
5				

формула для прибыли

Экстремум функции двух переменных.

	A	B	C	D
1	Q1=	0	P1=	8
2	Q2=	0	P2=	10
3				
4	П=	0		
5				



Экстремум функции двух переменных.

Пример 1 Фирма производит 2 товара и продает их по ценам 8 и 10 д.е. Функция издержек

$$C(Q_1, Q_2) = Q_1^2 + Q_1 Q_2 + Q_2^2$$

	A	B	C	D
1	Q1=	1,999999	P1=	8
2	Q2=	3,999999	P2=	10
3				
4	П=	28		
5				
6				

3. Задачи на максимизацию прибыли функций двух и более переменных

5.229-5.232

4. Экономические задачи на условный экстремум

<u>Пример.</u> $Q(K,L)=KL$ – производственная функция. Единица капитала стоит 2 д.е., единица труда стоит также 2 д.е. На приобретение труда и капитала производитель может выделить 8 д.е.

Найти затраты труда и капитала, при которых объем выпуска максимален

1) решить задачу методом подстановки
2) решить задачу с помощью Поиск решения в Excel.

4. Экономические задачи на условный экстремум

Пример. $Q(K,L)=KL$ – производственная функция. Единица капитала стоит 2 д.е., единица труда стоит также 2 д.е. На приобретение труда и капитала производитель может выделить 8 д.е.

A	B	C	D	E	F	G
K=	0	Pk=	2		M=	8
L=	0	Pl=	2			
Q=	0					
Ограничение		0				

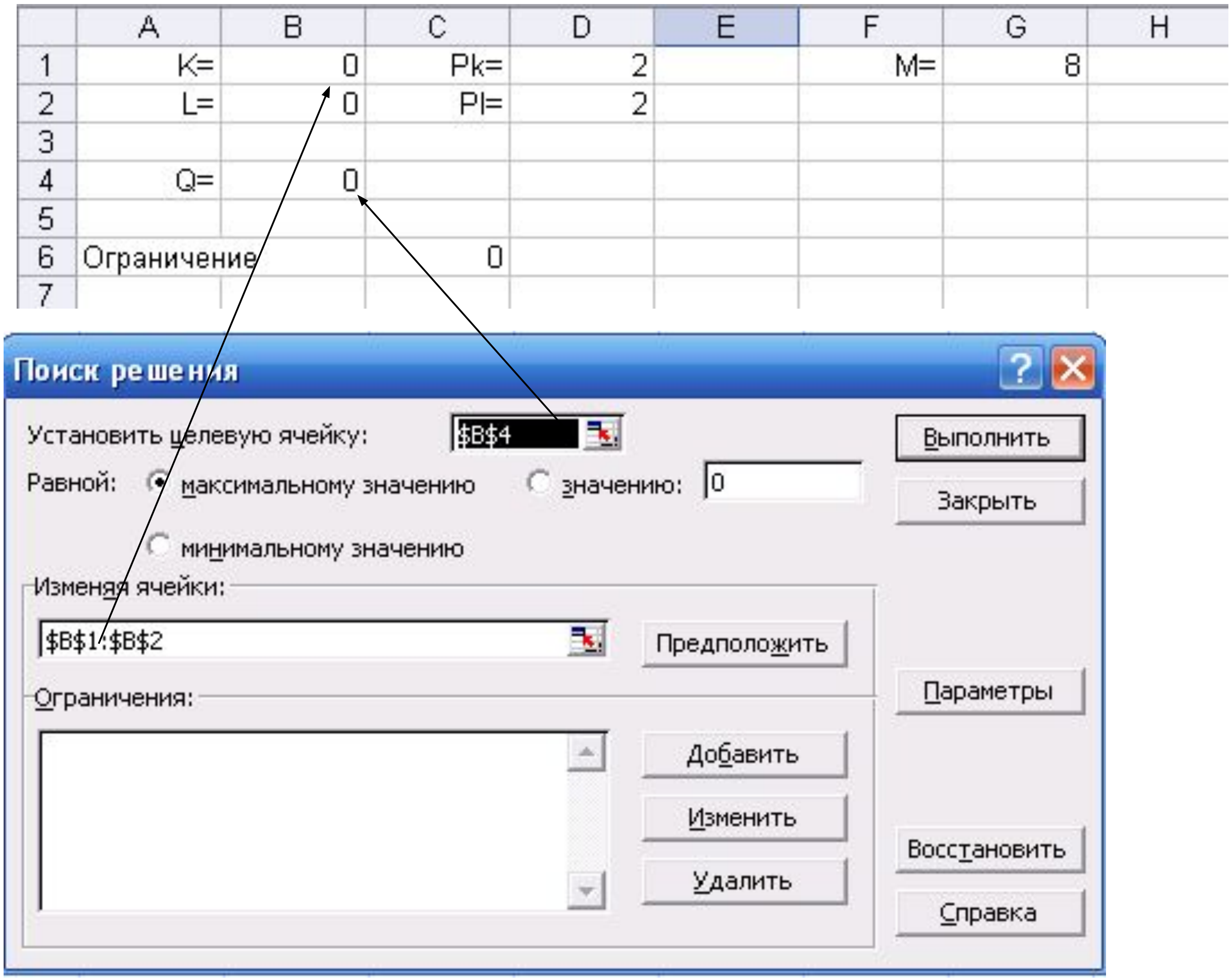
Общая сумма

=B1*B2 (K*L)

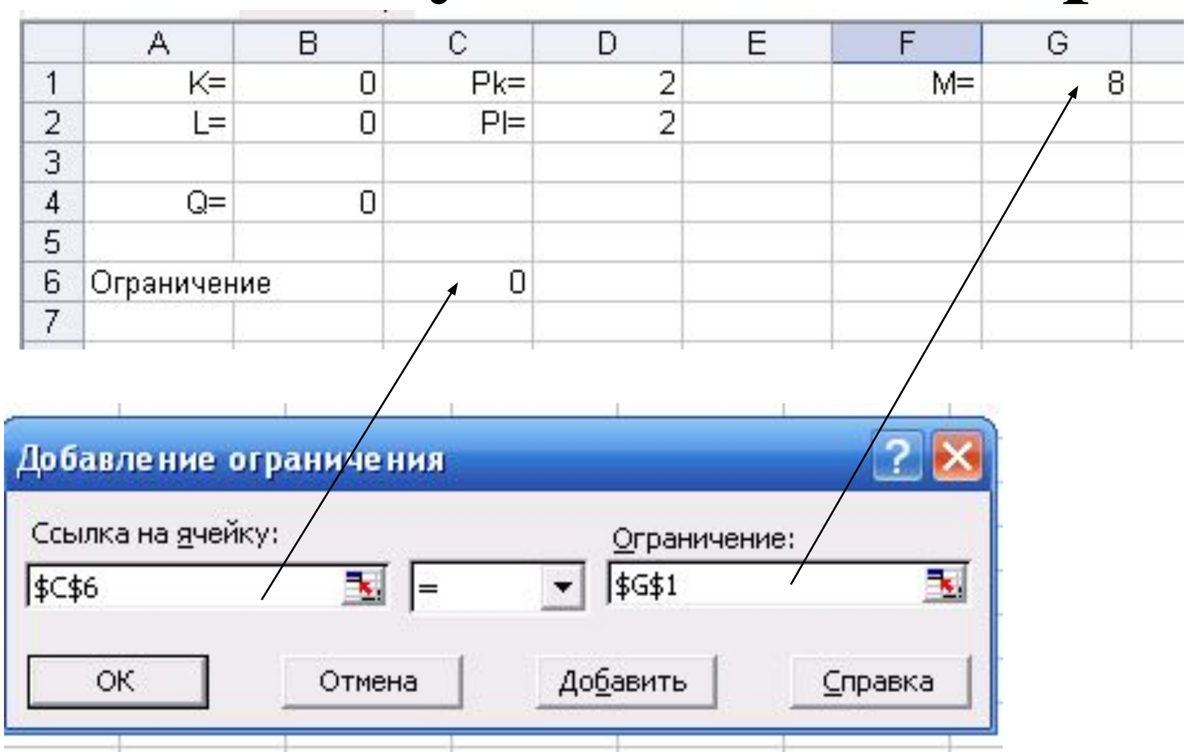
цены единиц капитала и труда

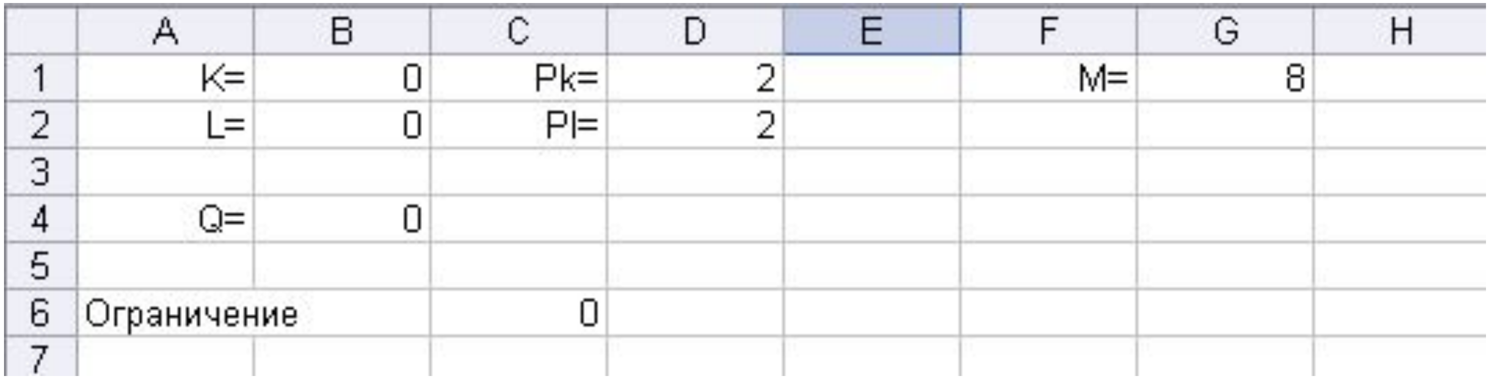
=D1*B1+D2*B2 – расходы ($K*P_K+L*P_L$)

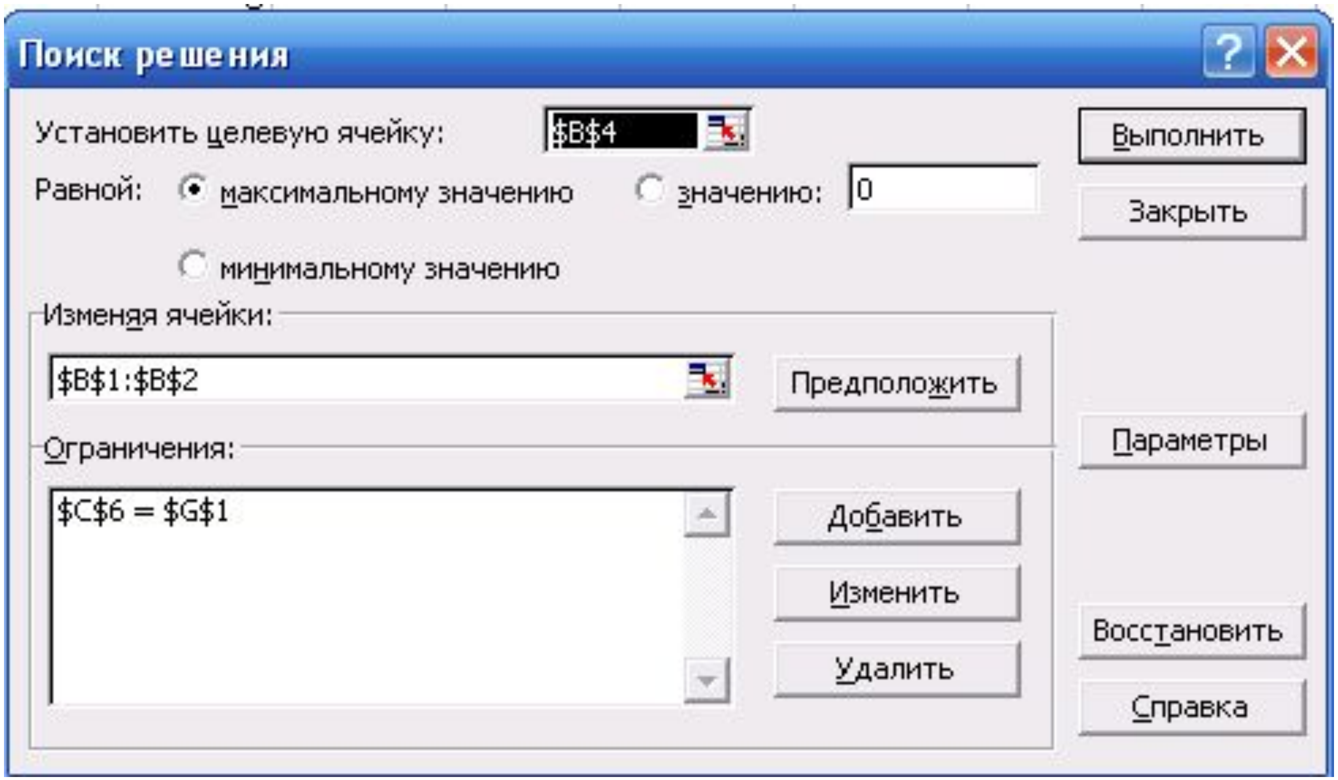
4. Экономические задачи на условный экстремум



4. Экономические задачи на условный экстремум




A B C D E F G H
K= 0
Pk= 2
M= 8
L= 0
Pl= 2
Q= 0
Ограничение 0


Поиск решения
Установить целевую ячейку: $B$4
Равной: максимальному значению
значению: 0
минимальному значению
Изменяя ячейки:
$B$1:$B$2
Предположить
Ограничения:
$C$6 = $G$1
Добавить
Изменить
Удалить
Выполнить
Закрыть
Параметры
Восстановить
Справка

Пример. $Q(K,L)=KL$ – производственная функция. Единица капитала стоит 2 д.е., единица труда стоит также 2 д.е. На приобретение труда и капитала производитель может выделить 8 д.е.

	A	B	C	D	E	F	G
1	K=	2	Pk=	2		M=	8
2	L=	2	Pl=	2			
3							
4	Q=	4,000001					
5							
6	Ограничение		8,000001				
7							
8							

4. Экономические задачи на условный экстремум

5.233-5.238