

Квадратные уравнения и неравенства



Вопросы для ПОВТОРЕНИЯ

- ❖ 1. Какое уравнение называют линейным?
- ❖ 2. Как решается линейное уравнение?
- ❖ 3. Какое неравенство называют линейным?
- ❖ 4. Как решается линейное неравенство?

Квадратные уравнения

а) Полные квадратные уравнения
имеют вид:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Решаются по дискриминанту

$D > 0$ – 2 корня;

$D = 0$ – 1 корень;

$D < 0$ – нет решений

ВЫУЧИТЬ :

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Заполни таблицу:

Уравнение	Коэффициенты		
	а	в	с
$3x^2 + 2x + 4 = 0$			
$-3x^2 + 7x - 4 = 0$			
$x^2 - 2x = 0$			
$x^2 - x + 1 = 0$			
$-x^2 + x - 1 = 0$			
$2x^2 - 9 = 0$			

- на оценку «5»- 4 задания, включая 6
- на «4»- 4 задания
- на «3»- 3 задания

Неполные уравнения повторить, не решать

Решить уравнения

• 1. $3x^2 - 5x - 2 = 0$

• 2. $2x^2 - 7x + 3 = 0$

• 3. $2x^2 - 7x + 6 = 0$

• 4. $x^2 - 4x + 3 = 0$

• 5. $x^2 + 2x - 8 = 0$

• 6. $(x - 3)(x - 2) = 6(x - 3)$

Неполные квадратные

1. Если $a \neq 0$; c отрицательное

если $b = 0$, то $ax^2 - c = 0$

$ax^2 = c$, то $x = \pm \sqrt{c/a}$

Пример:

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 = 16$$

$$x^2 = 16$$

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 4$$

Ответ: $x_1 = -4$

$$x_2 = 4$$

Решить уравнения:

1. $4x^2 - 4 = 0;$

2. $x^2 - 25 = 0;$

3. $9x^2 - 81 = 0.$



$$2. \mathbf{c = 0} \quad \mathbf{ax^2 + bx = 0}$$

Выносим общий множитель за скобки:

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } ax + b = 0$$

Пример:

- $x^2 - 3x = 0$

$$x(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

Ответ: $x_1 = 0$ и $x_2 = 3$

Решить уравнения :

- 1. $x^2 + 27x = 0$

- 2. $x^2 - 9x = 0$

- 3. $x^2 - 25x = 0$

- 4. $2x^2 - x = 0$

- 5. $x^2 - 8x = 0$

Квадратные неравенства

Задание 13
(№ 179478)

Решите неравенство:

22

Решение.

Подсказка.

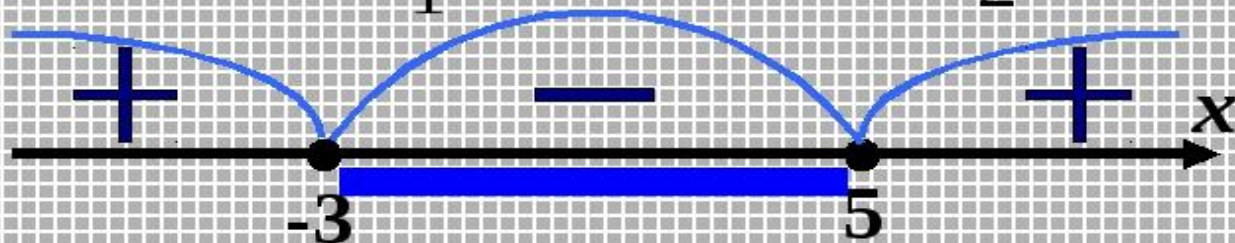
$$6x^2 - 10x + 28 \geq 7x^2 - 12x + 13$$



$$-x^2 + 2x + 15 \geq 0 \quad | \quad : (-1)$$

$$x^2 - 2x - 15 \leq 0 \quad x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = 5$$



$[-3; 5]$

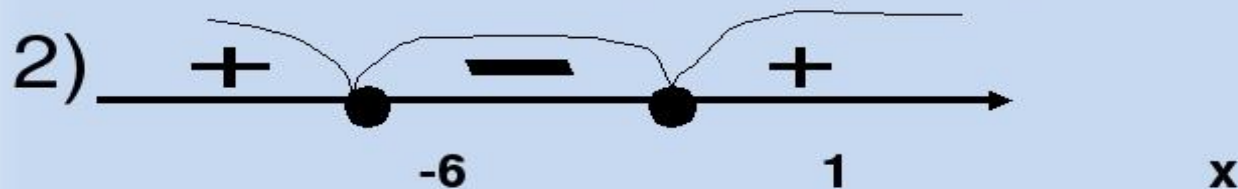


Решим квадратное неравенство методом интервалов:

Дано неравенство: $x^2 + x - 6 \geq 0$

Решение: 1) решим соответствующее
квадратное уравнение $x^2 + 5x - 6 = 0$.

Т.к. $a+b+c=0$, то $x = 1$, а $x = -6$



3) Запишем ответ:

$$(-\infty; -6] \cup [1; +\infty)$$



Алгоритм решения квадратного неравенства на примере неравенства $x^2 - 4x - 5 > 0$

1) $y = x^2 - 4x - 5$

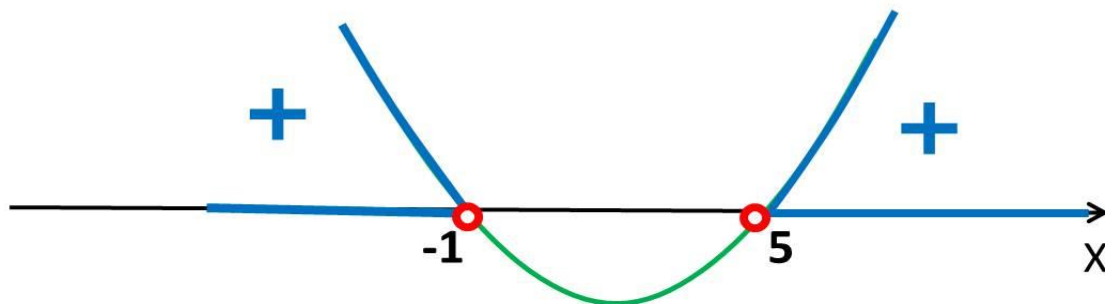
Определим направление ветвей параболы. $a > 0$ - ветви направлены вверх

2) Найдем точки пересечения с Ох:

$$a > 0, D > 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = -1, x = 5$$



3) Изобразим эскиз графика

4) По графику определим промежутки, на которых функция принимает нужные значения

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$$

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД

Решить неравенство $-x^2 + 4x + 5 \geq 0$

1) $y = -x^2 + 4x + 5$

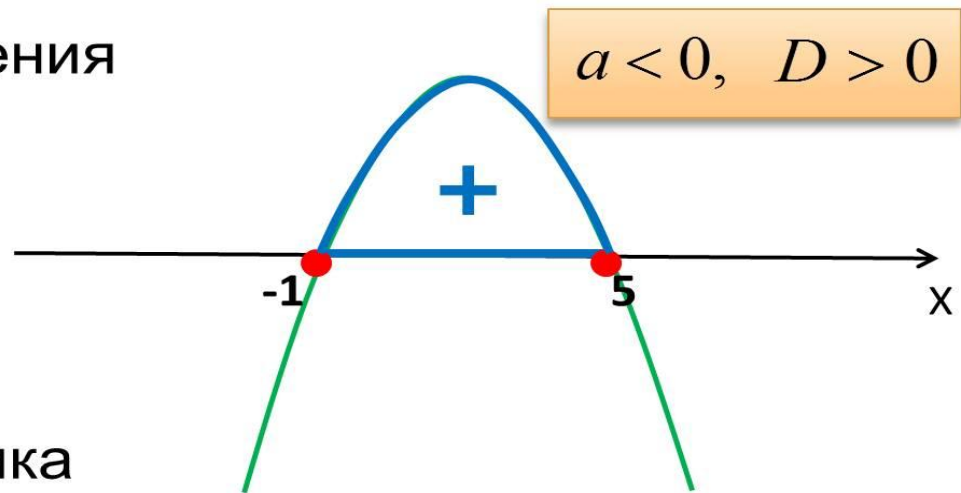
Определим направление ветвей параболы. $a < 0$ - ветви направлены вниз.

2) Найдем точки пересечения с Ox :

$$-x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$x = -1, x = 5$$

3) Изобразим эскиз графика функции



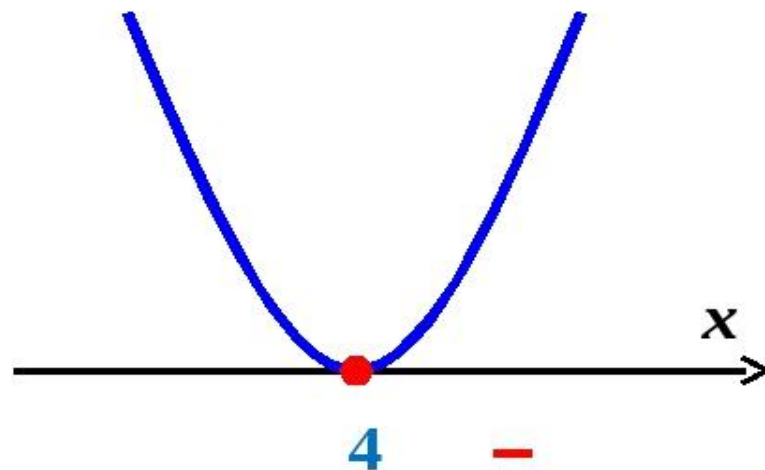
4) Выделим соответствующие части графика и соответствующие части Ox .

Ответ: $x \in [-1; 5]$

Решите неравенства: 5) $x^2 - 8x + 16 \leq 0$

Найдем корни квадратного выражения:

$x^2 - 8x + 16 = 0$ Отметим точку на координатной
 $D = 64 - 64 = 0$ прямой и изобразим эскиз графика:
 $x = 4$

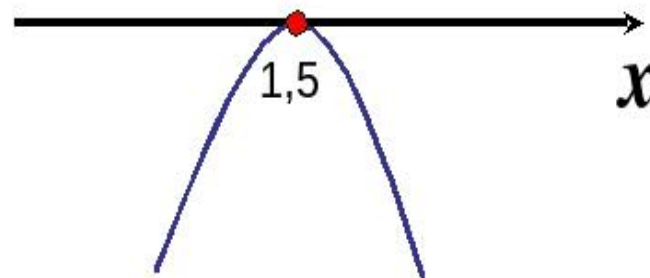


Ответ: 4

Решить неравенство:

$$-4x^2 + 12x - 9 > 0$$

1. $-4x^2 + 12x - 9 = 0$, $D = 0$, $x = 1,5$
2. Ветви параболы направлены вниз ($a = -4$, $-4 < 0$)
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения x , при которых точки параболы расположены выше оси Ox
5. *Ответ: нет решений.*



Точек, лежащих выше
оси Ox , нет.
Неравенство решений
не имеет.

1) $x^2 + x - 30 < 0$;

2) $x^2 - 10x + 16 \geq 0$;

3) $-x^2 + 0,8x + 2,4 > 0$;

4) $5x^2 - 4x - 12 \leq 0$;

5) $-2x^2 + 7x - 6 < 0$;

6) $2x^2 - 50x \geq 0$;

7) $4x^2 - 49 < 0$;

8) $16x^2 - 8x + 1 > 0$;

9) $x^2 + 10x + 25 \geq 0$;

10) $2x^2 - 3x + 4 > 0$;

11) $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$;

12) $4x^2 - 20x + 25 < 0$;

13) $3x^2 - x + 2 \leq 0$;

14) $-9x^2 + 4x - 2 < 0$;

15) $-4x^2 + 4x - 1 \leq 0$.

Подведём итоги урока

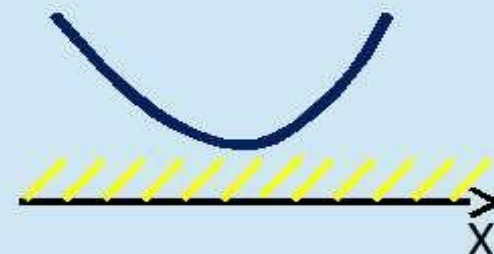
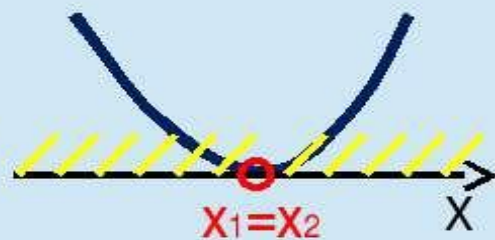
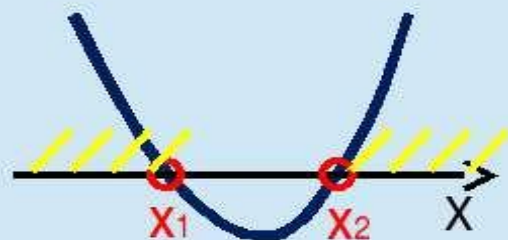
Решение неравенства $ax^2+bx+c>0$, используя график квадратичной функции

$D>0$

$D=0$

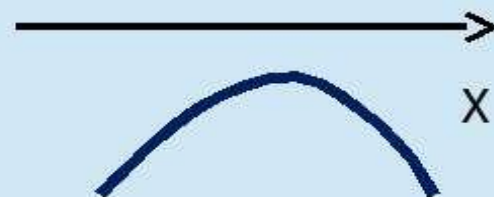
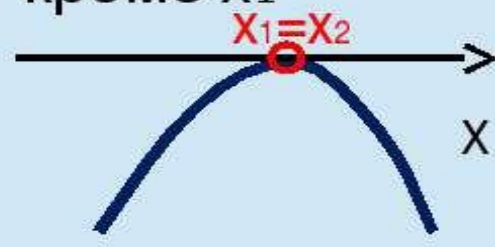
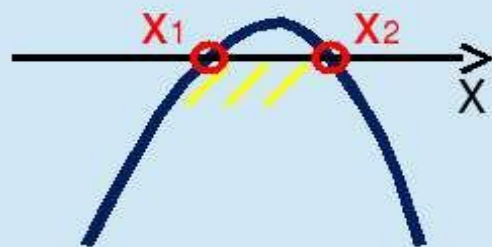
$D<0$

$a>0$



$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ x –любое число, x –любое число

$a<0$



$x \in (-x_1; x_2)$

Решений нет

Решений нет

Вопросы для закрепления

- ❖ 1. Какое уравнение называют полным квадратным?
- ❖ 2. Как решается полное квадратное уравнение?
- ❖ 3. Сформулировать формулу дискриминанта
- ❖ 4. Сформулировать формулу корней квадратного уравнения.
- ❖ 5. Какое уравнение называют неполным квадратным?
- ❖ 6. Как решаются неполные квадратные уравнения?