

# Квадратные уравнения и неравенства



# Вопросы для ПОВТОРЕНИЯ

- ❖ 1. Какое уравнение называют линейным?
- ❖ 2. Как решается линейное уравнение?
- ❖ 3. Какое неравенство называют линейным?
- ❖ 4. Как решается линейное неравенство?

# Квадратные уравнения

а) Полные квадратные уравнения  
имеют вид:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Решаются по дискриминанту

**$D > 0$  – 2 корня;**

**$D = 0$  – 1 корень;**

**$D < 0$  – нет решений**

**ВЫУЧИТЬ :**

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Заполни таблицу:

Уравнение	Коэффициенты		
	а	в	с
$3x^2 + 2x + 4 = 0$			
$-3x^2 + 7x - 4 = 0$			
$x^2 - 2x = 0$			
$x^2 - x + 1 = 0$			
$-x^2 + x - 1 = 0$			
$2x^2 - 9 = 0$			

- на оценку «5»- 4 задания, включая 6
- на «4»- 4 задания
- на «3»- 3 задания

**Неполные уравнения повторить, не решать**

# Решить уравнения

• 1.  $3x^2 - 5x - 2 = 0$

• 2.  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

• 3.  $2x^2 - 7x + 6 = 0$

• 4.  $x^2 - 4x + 3 = 0$

• 5.  $x^2 + 2x - 8 = 0$

• 6.  $(x - 3)(x - 2) = 6(x - 3)$



# Неполные квадратные

1. Если  $a \neq 0$ ;  $c$  отрицательное

если  $b = 0$ , то  $ax^2 - c = 0$

$ax^2 = c$ , то  $x = \pm \sqrt{c/a}$

Пример:

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 = 16$$

$$x^2 = 16$$

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 4$$

Ответ:  $x_1 = -4$

$$x_2 = 4$$

# *Решить уравнения:*

1.  $4x^2 - 4 = 0;$

2.  $x^2 - 25 = 0;$

3.  $9x^2 - 81 = 0.$



$$2. \mathbf{c = 0} \quad \mathbf{ax^2 + bx = 0}$$

Выносим общий множитель за скобки:

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } ax + b = 0$$

# *Пример:*

- $x^2 - 3x = 0$

$$x(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

Ответ:  $x_1 = 0$  и  $x_2 = 3$

# Решить уравнения :

- 1.  $x^2 + 27x = 0$

- 2.  $x^2 - 9x = 0$

- 3.  $x^2 - 25x = 0$

- 4.  $2x^2 - x = 0$

- 5.  $x^2 - 8x = 0$

# Квадратные неравенства

Задание 13  
(№ 179478)

Решите неравенство:

22

Решение.

Подсказка.

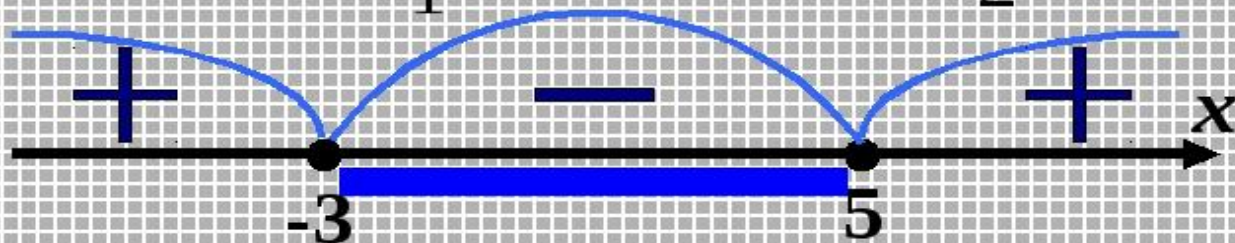
$$6x^2 - 10x + 28 \geq 7x^2 - 12x + 13$$



$$-x^2 + 2x + 15 \geq 0 \quad | \quad : (-1)$$

$$x^2 - 2x - 15 \leq 0 \quad x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = 5$$



$$[-3; 5]$$

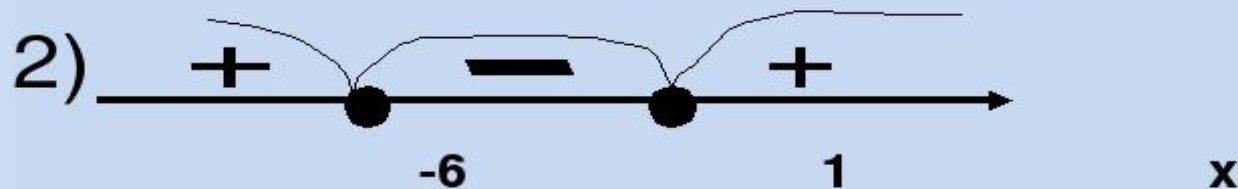


## Решим квадратное неравенство методом интервалов:

Дано неравенство:  $x^2 + x - 6 \geq 0$

Решение: 1) решим соответствующее  
квадратное уравнение  $x^2 + 5x - 6 = 0$ .

Т.к.  $a+b+c=0$ , то  $x = 1$ , а  $x = -6$



3) Запишем ответ:

$$(-\infty; -6] \cup [1; +\infty)$$





## Алгоритм решения квадратного неравенства на примере неравенства $x^2 - 4x - 5 > 0$

1)  $y = x^2 - 4x - 5$

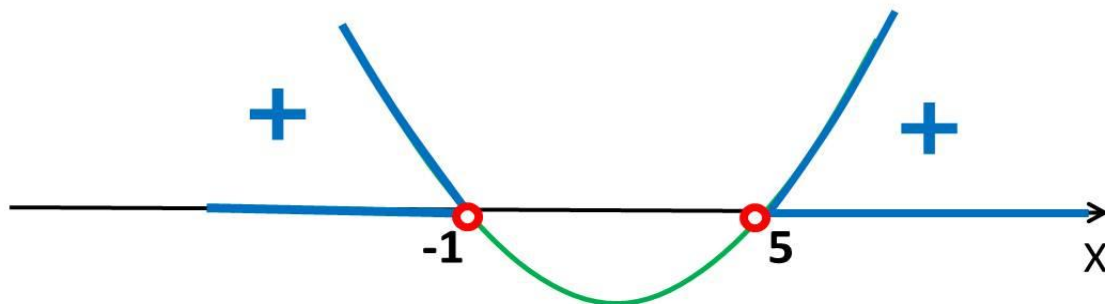
Определим направление ветвей параболы.  $a > 0$  - ветви направлены вверх

2) Найдем точки пересечения с  $Ox$ :

$$a > 0, D > 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = -1, x = 5$$



3) Изобразим эскиз графика

4) По графику определим промежутки, на которых функция принимает нужные значения

Ответ:  $x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$



# ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД

Решить неравенство  $-x^2 + 4x + 5 \geq 0$

1)  $y = -x^2 + 4x + 5$

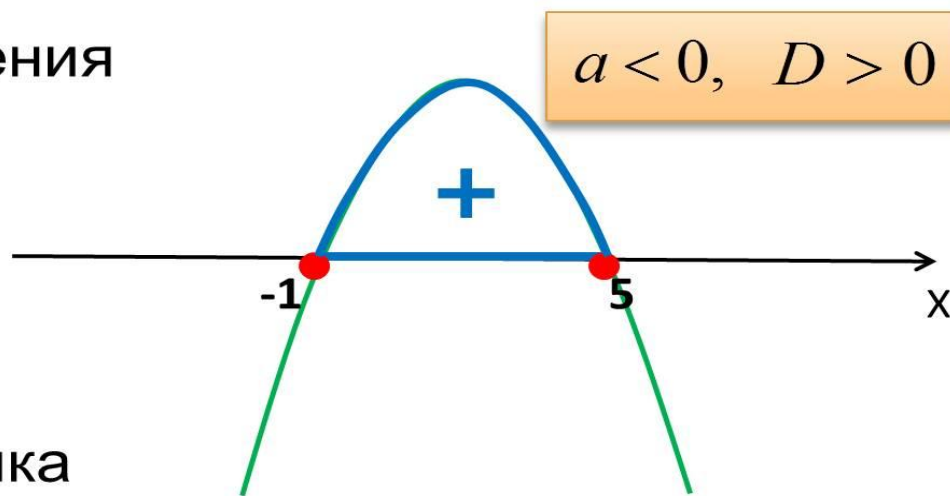
Определим направление ветвей параболы.  $a < 0$  - ветви направлены вниз.

2) Найдем точки пересечения с  $Ox$ :

$$-x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$x = -1, x = 5$$

3) Изобразим эскиз графика функции



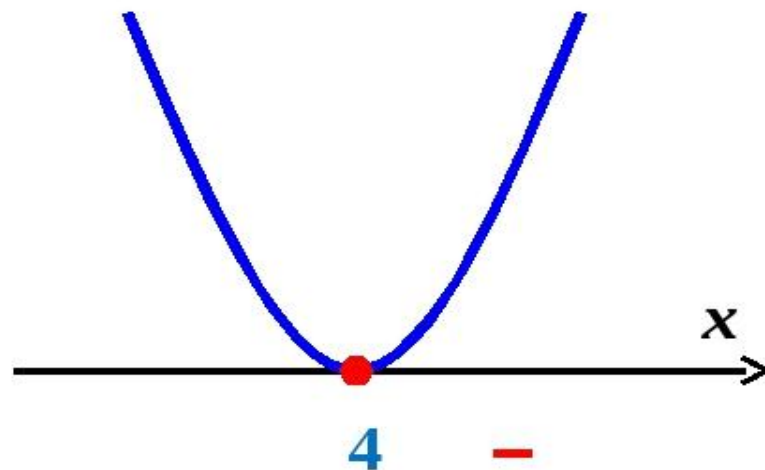
4) Выделим соответствующие части графика и соответствующие части  $Ox$ .

Ответ:  $x \in [-1; 5]$

Решите неравенства: 5)  $x^2 - 8x + 16 \leq 0$

Найдем корни квадратного выражения:

$x^2 - 8x + 16 = 0$  Отметим точку на координатной  
 $D = 64 - 64 = 0$  прямой и изобразим эскиз графика:  
 $x = 4$

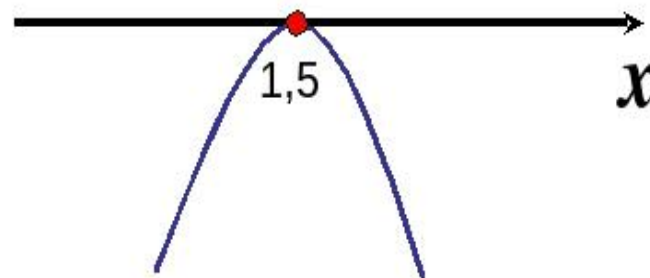


**Ответ: 4**

Решить неравенство:

$$-4x^2 + 12x - 9 > 0$$

1.  $-4x^2 + 12x - 9 = 0$ ,  $D = 0$ ,  $x = 1,5$
2. Ветви параболы направлены вниз ( $a = -4$ ,  $-4 < 0$ )
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения  $x$ , при которых точки параболы расположены выше оси  $Ox$
5. *Ответ: нет решений.*



Точек, лежащих выше  
оси  $Ox$ , нет.  
Неравенство решений  
не имеет.

1)  $x^2 + x - 30 < 0$ ;

2)  $x^2 - 10x + 16 \geq 0$ ;

3)  $-x^2 + 0,8x + 2,4 > 0$ ;

4)  $5x^2 - 4x - 12 \leq 0$ ;

5)  $-2x^2 + 7x - 6 < 0$ ;

6)  $2x^2 - 50x \geq 0$ ;

7)  $4x^2 - 49 < 0$ ;

8)  $16x^2 - 8x + 1 > 0$ ;

9)  $x^2 + 10x + 25 \geq 0$ ;

10)  $2x^2 - 3x + 4 > 0$ ;

11)  $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$ ;

12)  $4x^2 - 20x + 25 < 0$ ;

13)  $3x^2 - x + 2 \leq 0$ ;

14)  $-9x^2 + 4x - 2 < 0$ ;

15)  $-4x^2 + 4x - 1 \leq 0$ .

## Подведём итоги урока

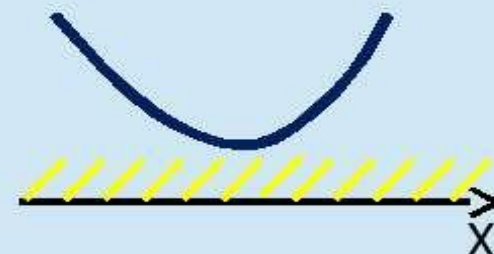
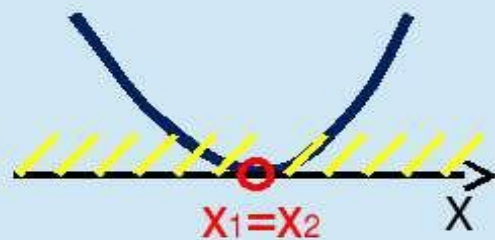
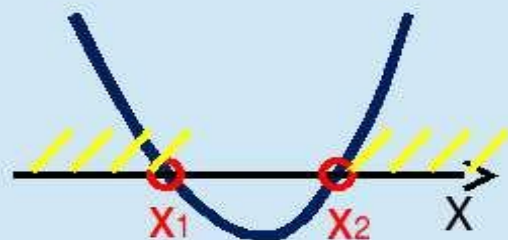
Решение неравенства  $ax^2+bx+c>0$ , используя график квадратичной функции

$D>0$

$D=0$

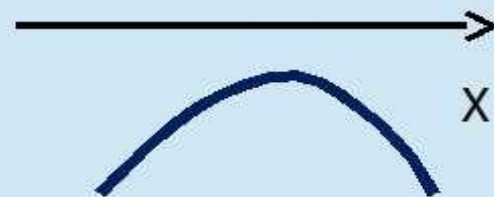
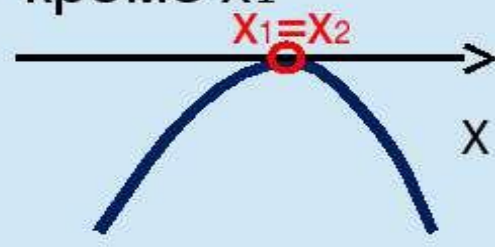
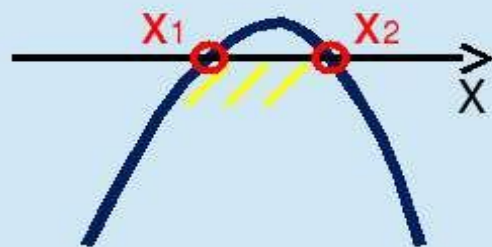
$D<0$

$a>0$



$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$   $x$  –любое число,  $x$  –любое число

$a<0$



$x \in (-x_1; x_2)$

Решений нет

Решений нет

# Вопросы для закрепления

- ❖ 1. Какое уравнение называют полным квадратным?
- ❖ 2. Как решается полное квадратное уравнение?
- ❖ 3. Сформулировать формулу дискриминанта
- ❖ 4. Сформулировать формулу корней квадратного уравнения.
- ❖ 5. Какое уравнение называют неполным квадратным?
- ❖ 6. Как решаются неполные квадратные уравнения?