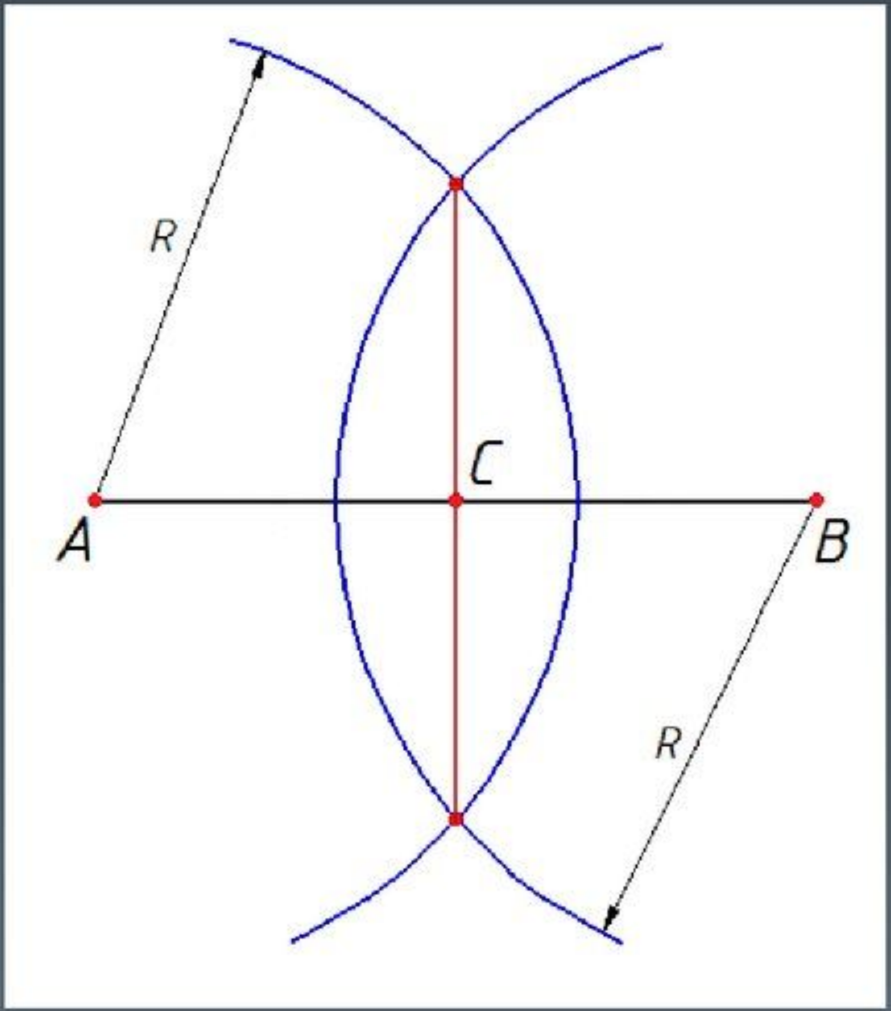
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ

- Деление отрезков и углов.
- Деление окружности. Правильные многоугольники.
- Сопряжения.
- Лекальные кривые.

Деление отрезков и углов циркулем и линейкой

- Деление отрезка пополам
- Построение серединного перпендикуляра

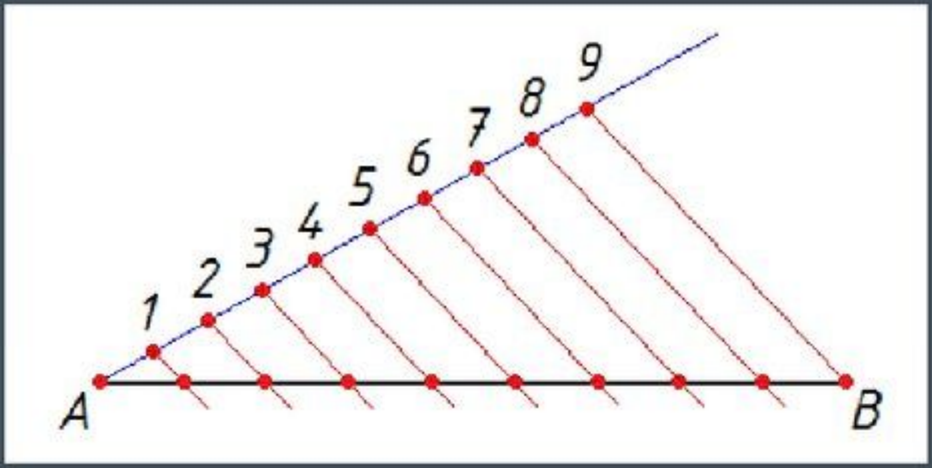


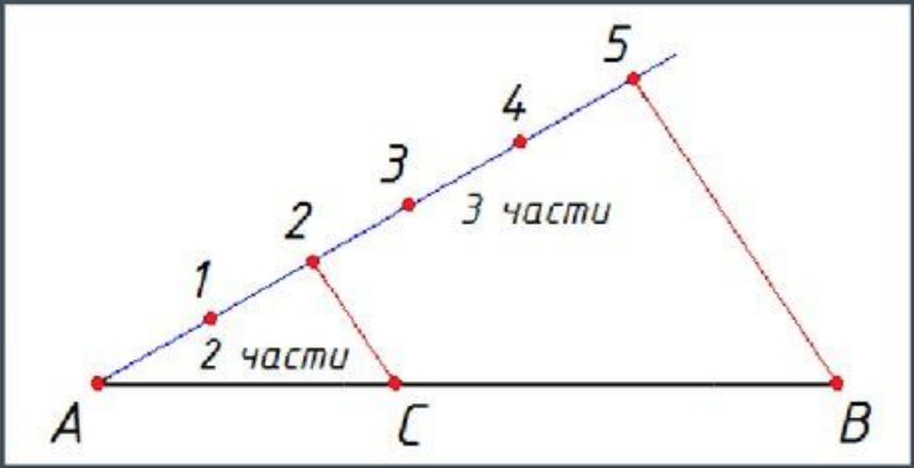
1. Из конечных точек отрезка АВ построить дуги одинаковых радиусов произвольной величины, но больших половины отрезка, до их взаимного пересечения.

2. Построить серединный перпендикуляр к отрезку АВ, соединив точки пересечения дуг.

3. Точка С – середина отрезка

- Деление отрезка на n равных частей
- Деление отрезка в заданном соотношении

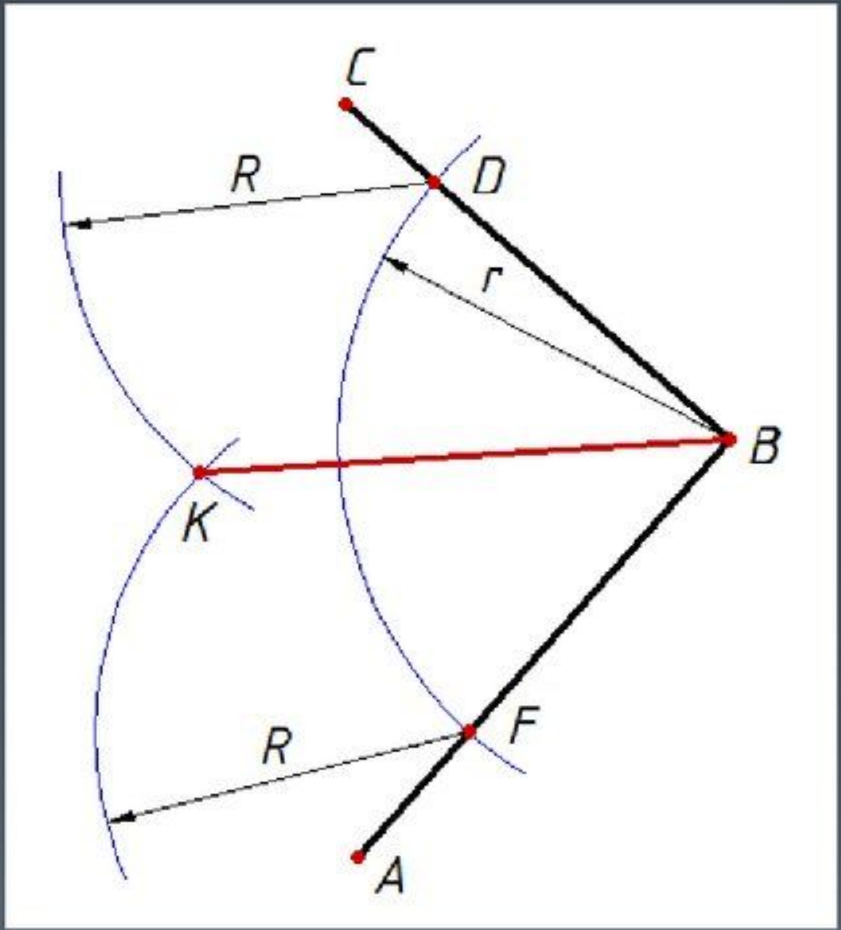




Теорема Фалеса

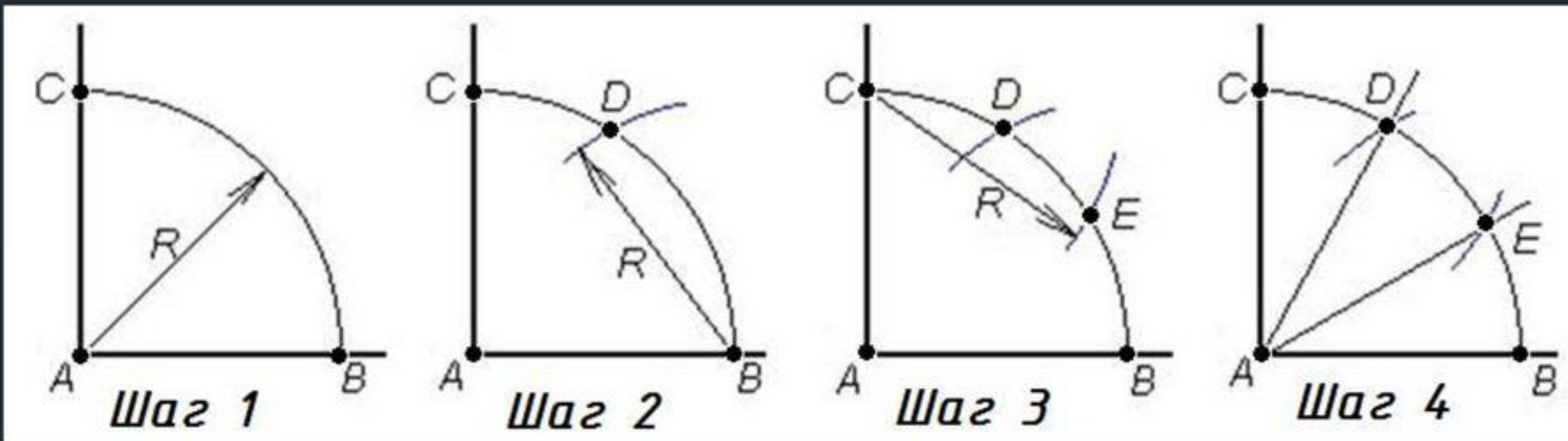
Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные отрезки.

- Деление угла пополам
- Построение биссектрисы



1. Из вершины угла В построить дугу любого радиуса r, которая отсечет на сторонах угла отрезки одинаковой длины BD и BF.
2. Из точек D и F провести дуги любым радиусом, большим половины угла, до их взаимного пересечения в точке К.
3. ВК является биссектрисой угла АВС и делит его пополам.

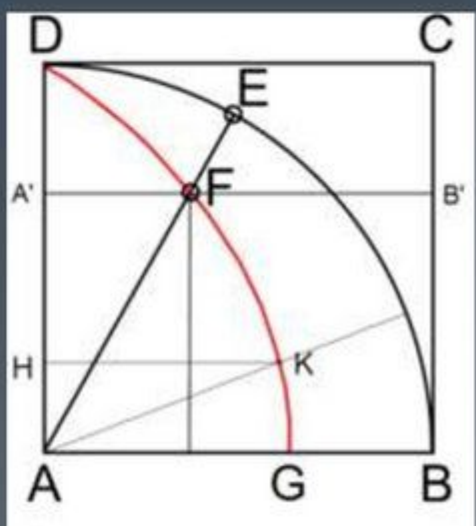
Деление прямого угла на 3 равные части



1. Из вершины прямого угла А, как из центра, провести дугу ВС произвольного радиуса R.
2. Из точки В, как из центра, провести дугу, тем же радиусом R, до пересечения с дугой ВС в точке D.
3. Из точки С, как из центра, провести дугу, тем же радиусом R, до пересечения с дугой ВС в точке Е.
4. Из точки А провести линии AD и АЕ, которые и делят прямой угол ВАС на три равных между собой угла ВАЕ, EAD и DAC.

Задача о трисекции угла
- задача о делении произвольного угла на 3 равные части циркулем и линейкой

Наряду с задачами о **квадратуре круга** и **удвоении куба** является одной из классических древних неразрешимых задач на построение.

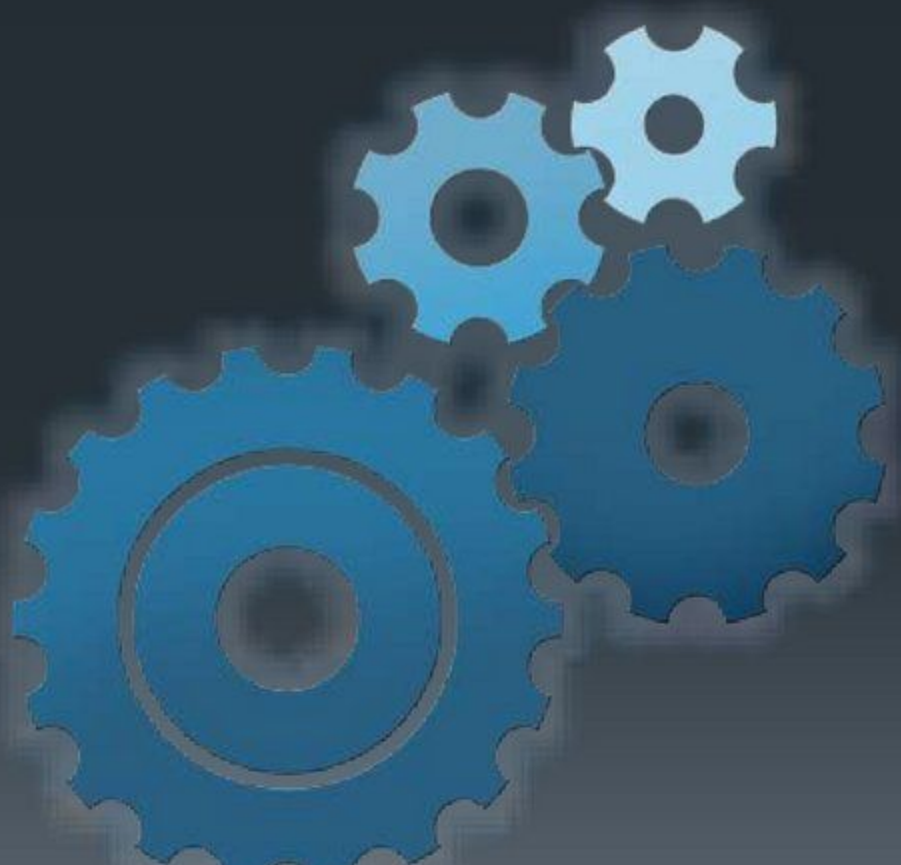


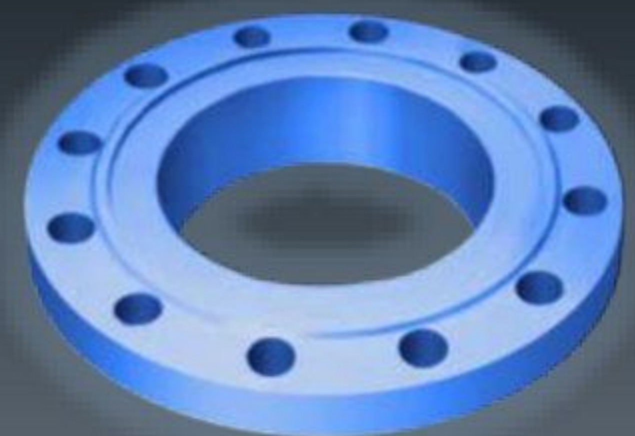
Квадратриса — плоская кривая, определяемая кинематически, была предложена в античные времена для решения задачи о трисекции угла.

Пусть ***EAB*** – некоторый угол, треть которого надо построить.

1. Находим точку ***F*** на квадратрисе и её ординату ***A***
2. Откладываем на отрезке ***AA'*** его третью часть; получим некоторую точку ***H***.
3. Находим на квадратрисе точку ***K*** с ординатой ***H***.
4. Проводим луч ***AK***. Угол ***KAB*** – искомый.

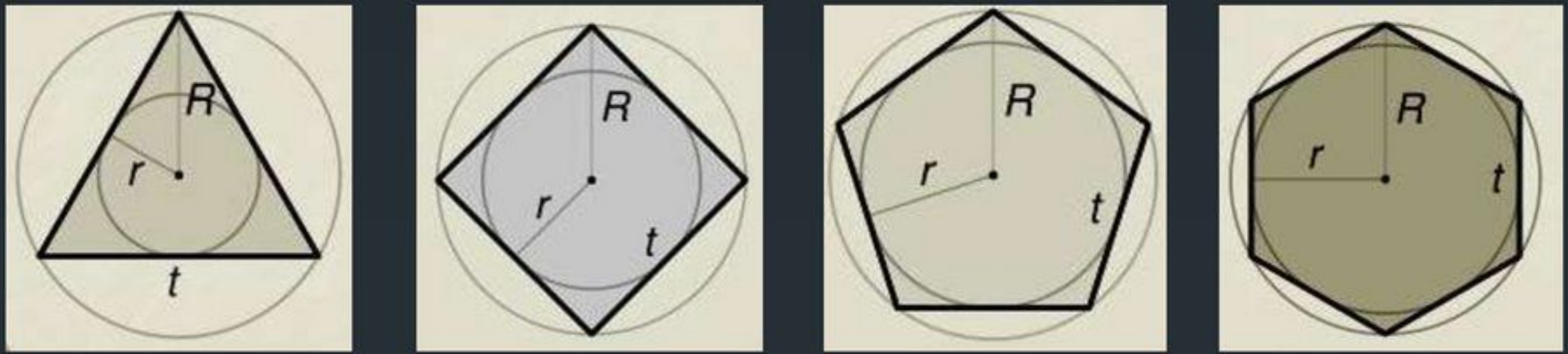
Деление окружности
Правильные многоугольники





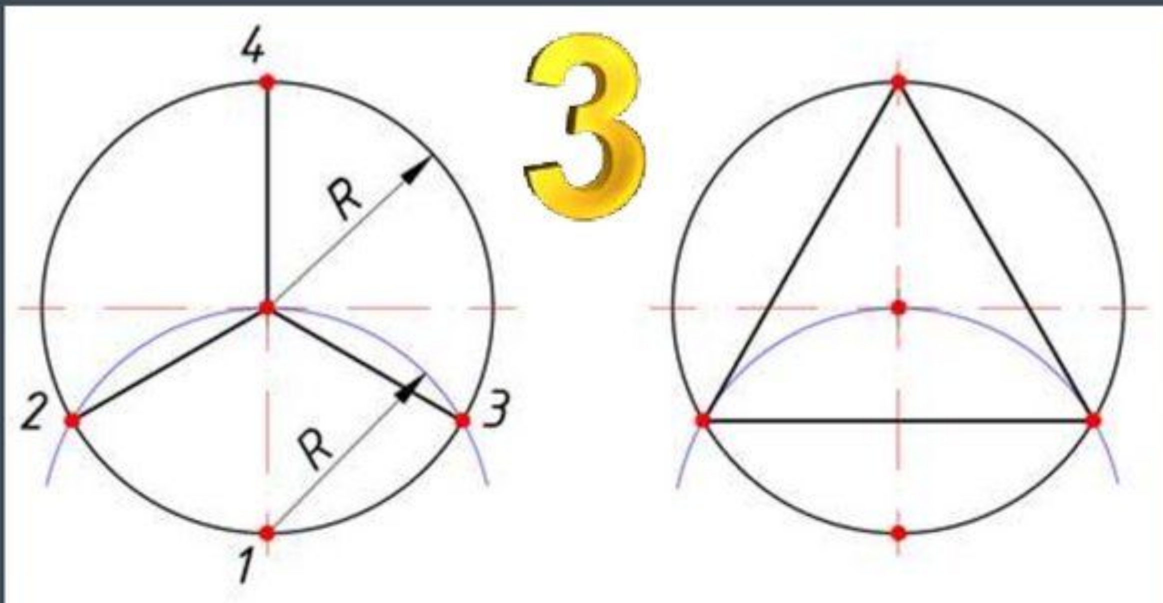
Правильные многоугольники

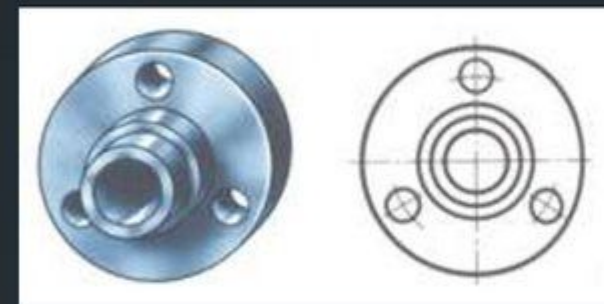
- выпуклые многоугольники, у которых все стороны и углы равны

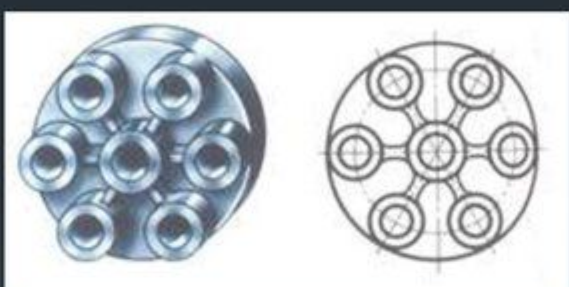


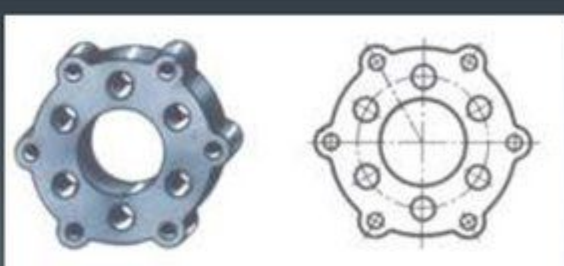
Основное свойство правильных многоугольников

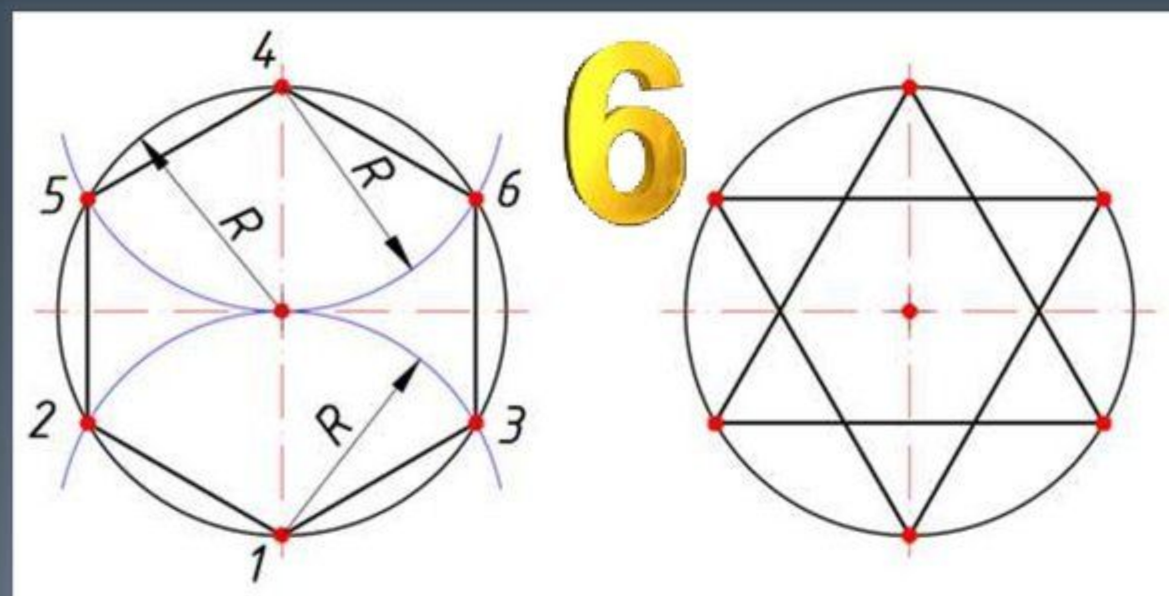
Правильный многоугольник является вписанным в окружность и описанным около окружности, причем центры этих окружностей совпадают.

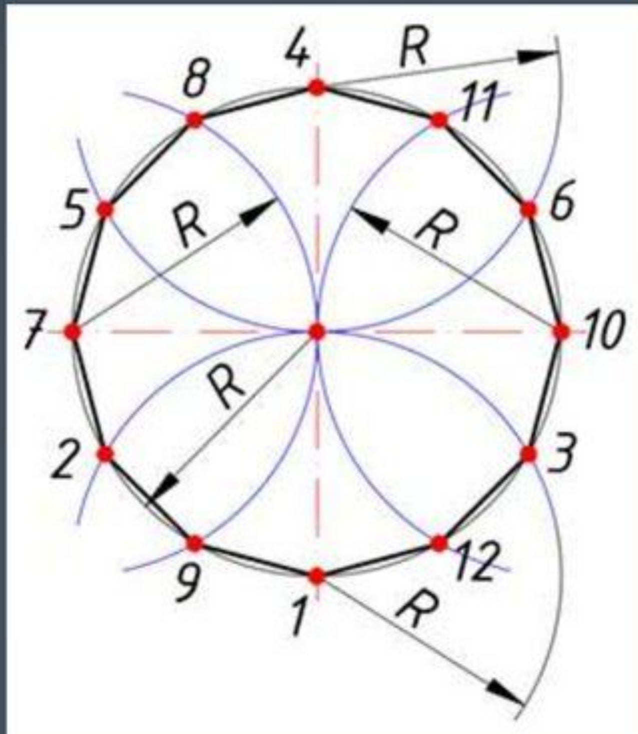

3
4
R
R
2
3
1



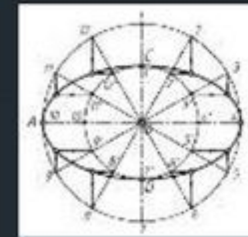


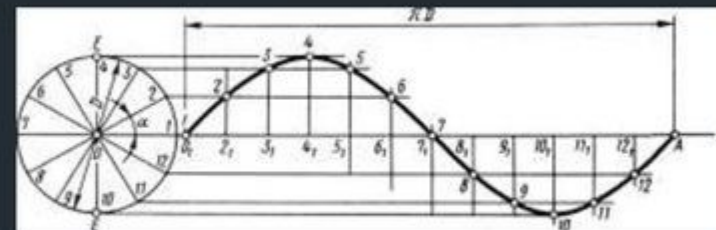


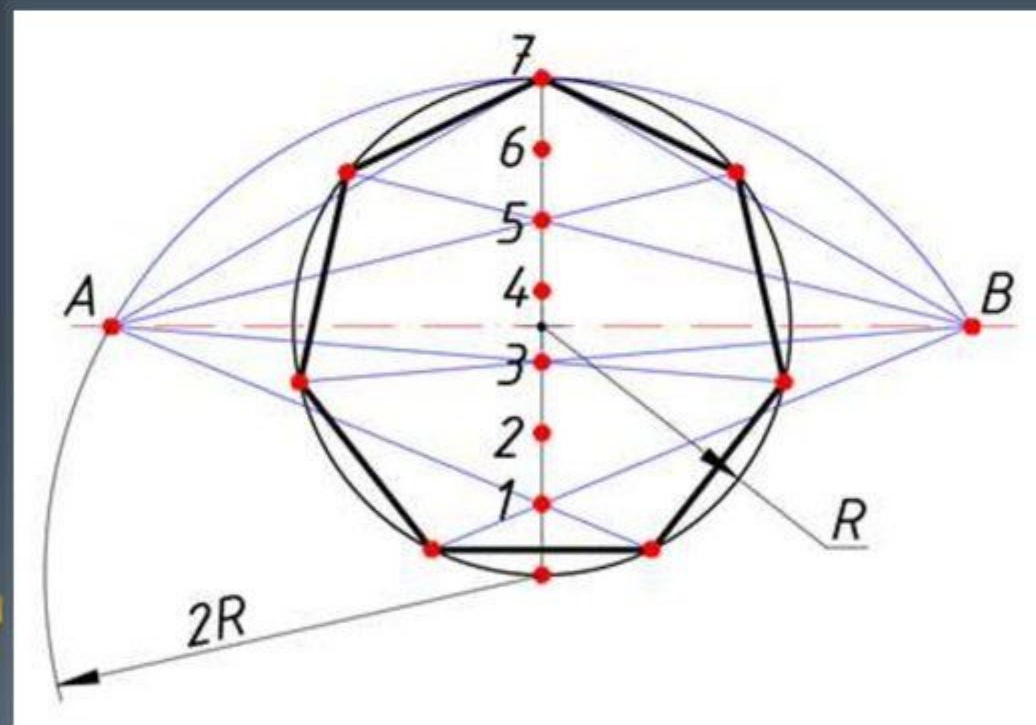

6
4
5
6
R
R
R
2
3
1

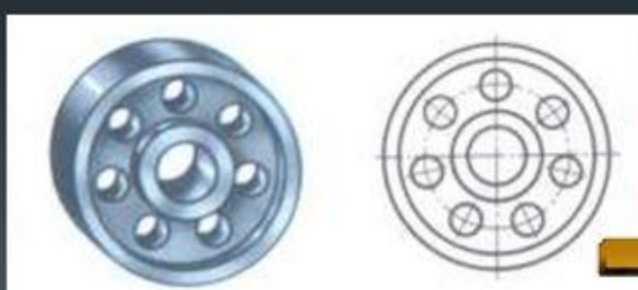


12

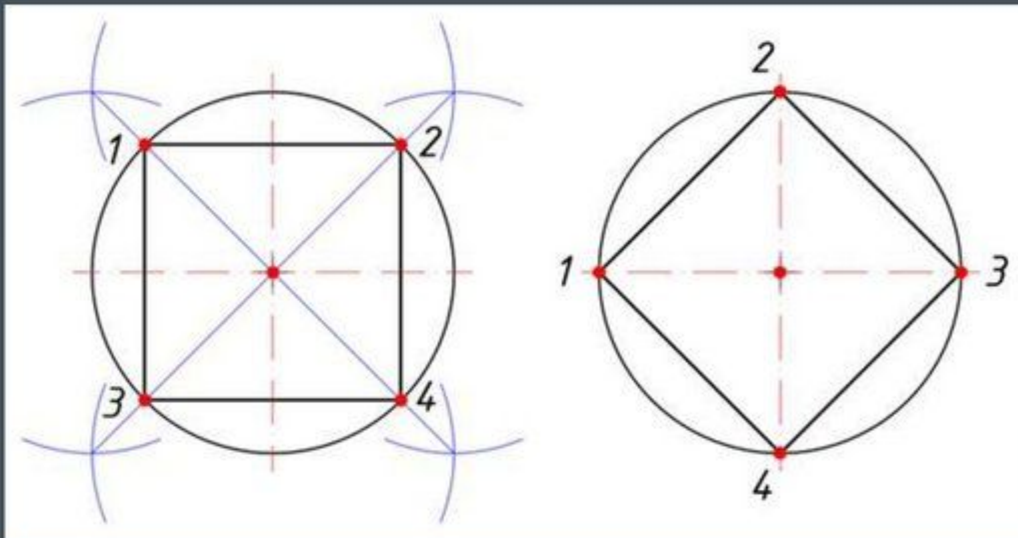




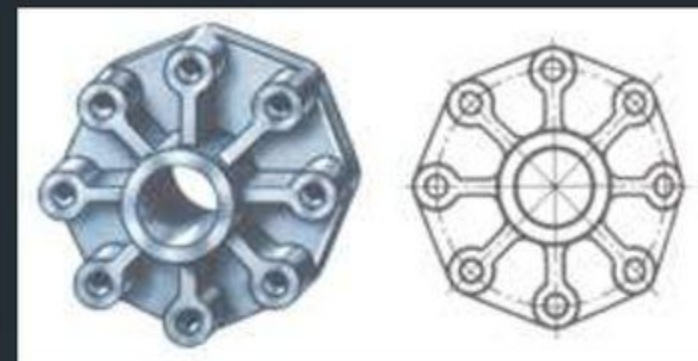




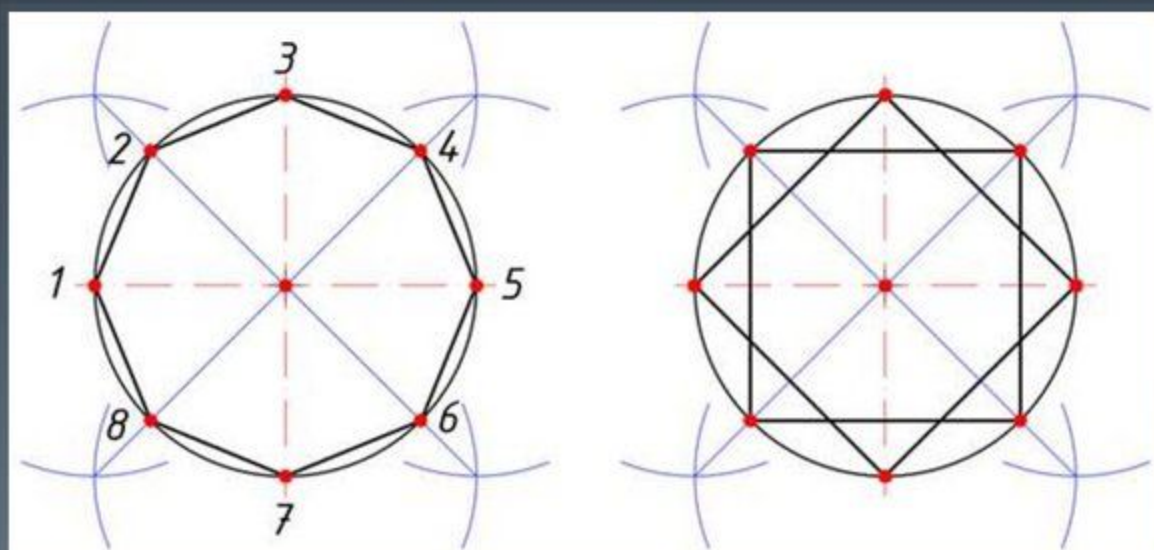
7



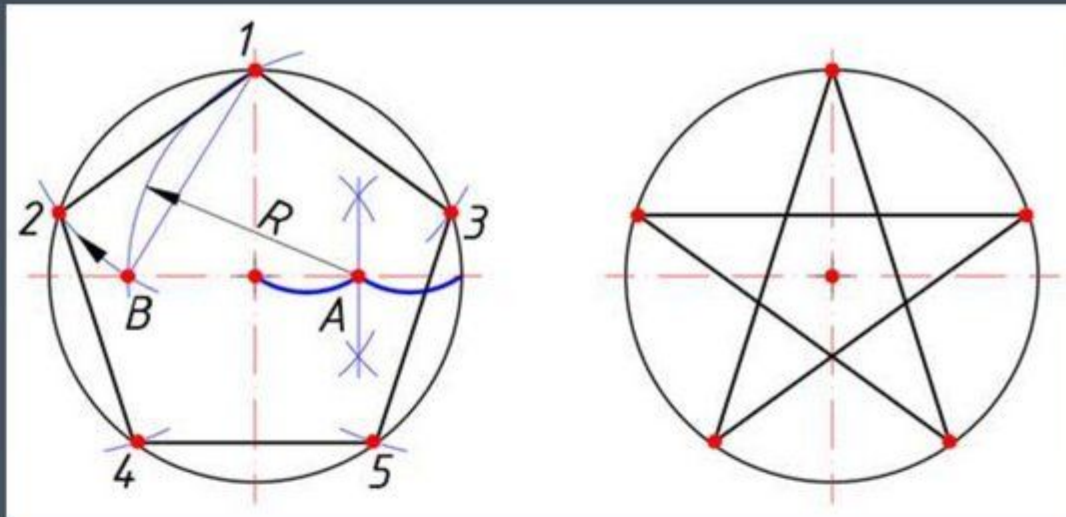
4

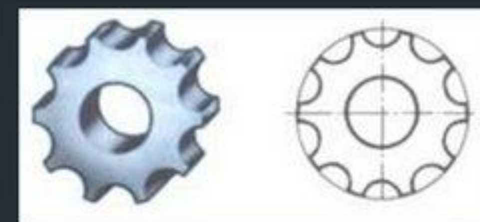


8



5

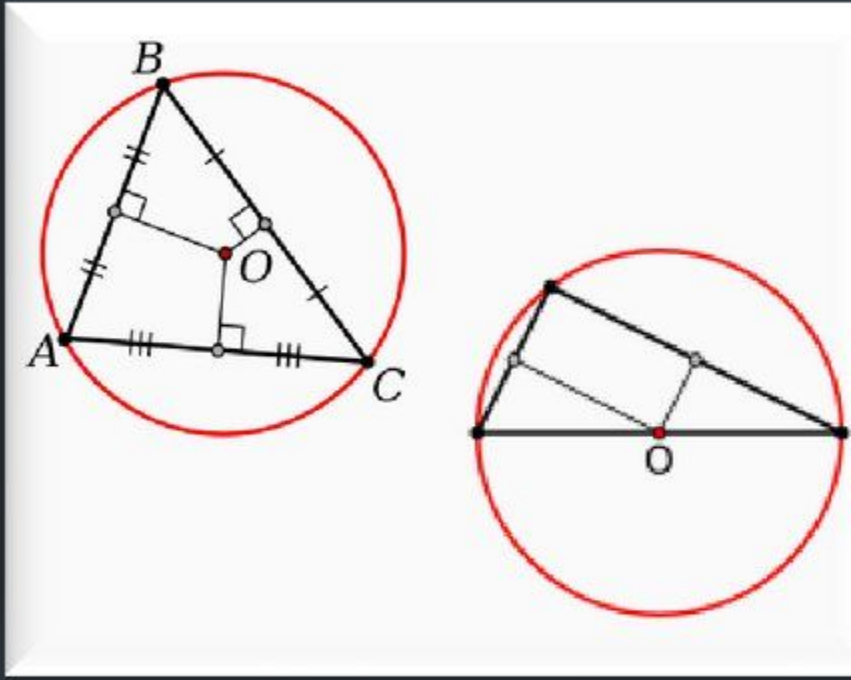


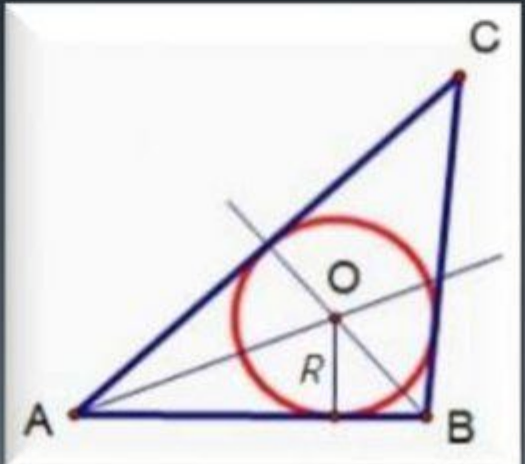


1. Разделить один из радиусов окружности, например правый, пополам, построив к нему серединный перпендикуляр.
Точка А – середина радиуса.
2. Из точки А провести дугу радиуса R = 1-А до пересечения с левым радиусом. Отрезок 1-В равен длине стороны правильного пятиугольника.
3. Перенести его циркулем из точки 1 на окружность влево (точка 2) и вправо (точка 3).
От точек 2 и 3 циркулем отложить такие же отрезки до получения точек 4 и 5.

Центр окружности, вписанной в треугольник или описанной вокруг него

- Около треугольника можно **описать** окружность, притом только одну. Её центром будет являться точка пересечения серединных перпендикуляров.
- Центр окружности, описанной вокруг **прямоугольного** треугольника, лежит на середине его гипотенузы.

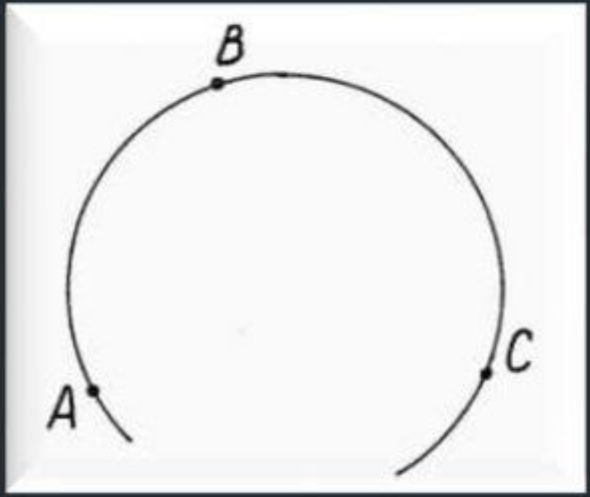


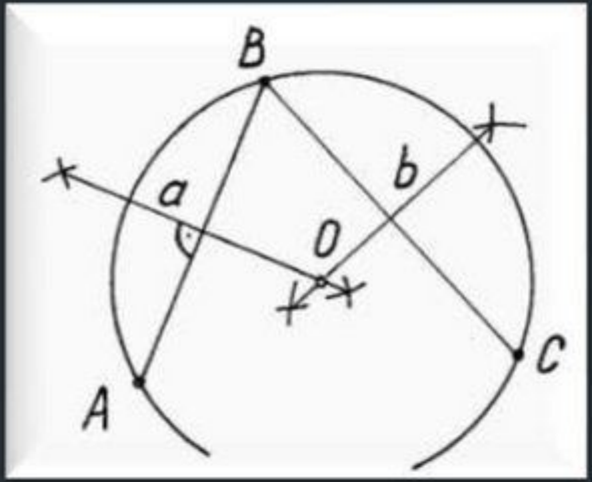


В треугольник можно **вписать** окружность, притом только одну. Её центром будет являться точка пересечения биссектрис углов треугольника.

Нахождение центра дуги

= нахождение центра окружности, описанной вокруг треугольника





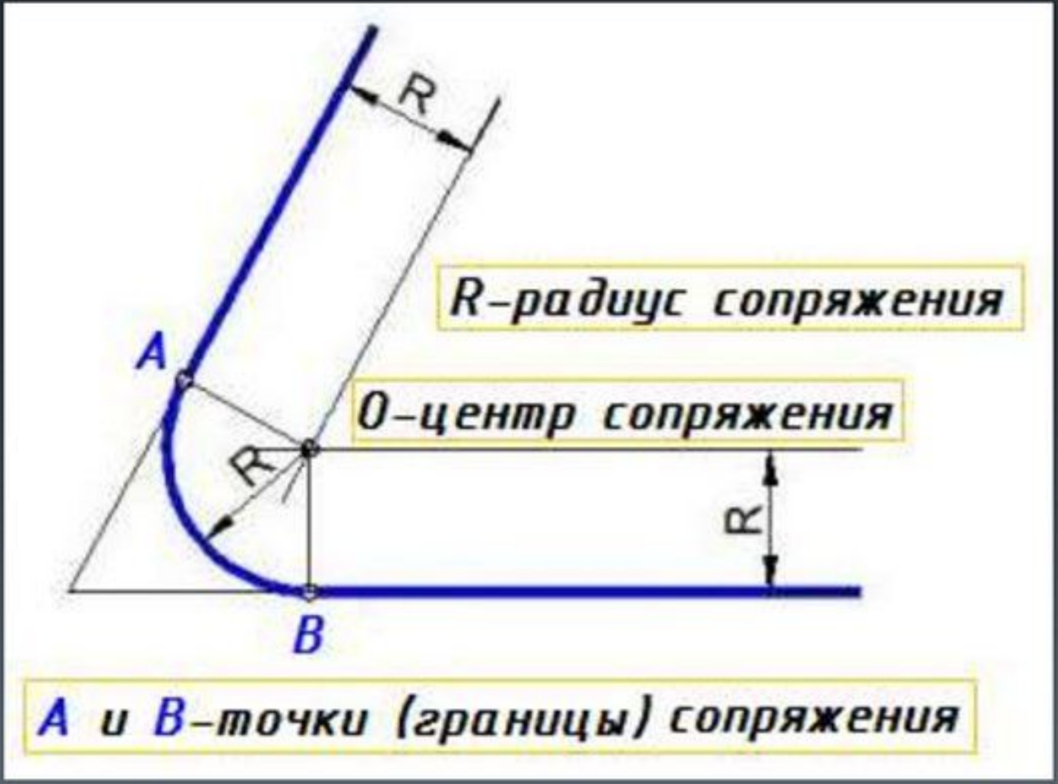
1. Выбрать любые три точки А, В и С на окружности или дуге. Соединить их отрезками.
2. Построить к отрезкам серединные перпендикуляры. Центром окружности (дуги) будет являться точка пересечения построенных перпендикуляров.

ПОСТРОЕНИЕ СОПРЯЖЕНИЙ

Сопряжения

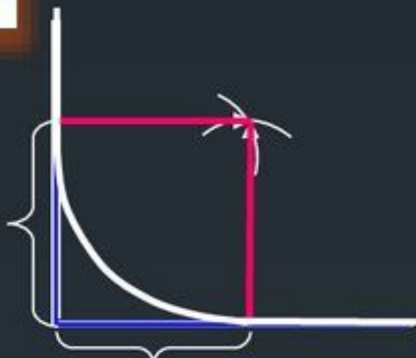
Сопряжение – плавный переход от одной линии к другой посредством дуги

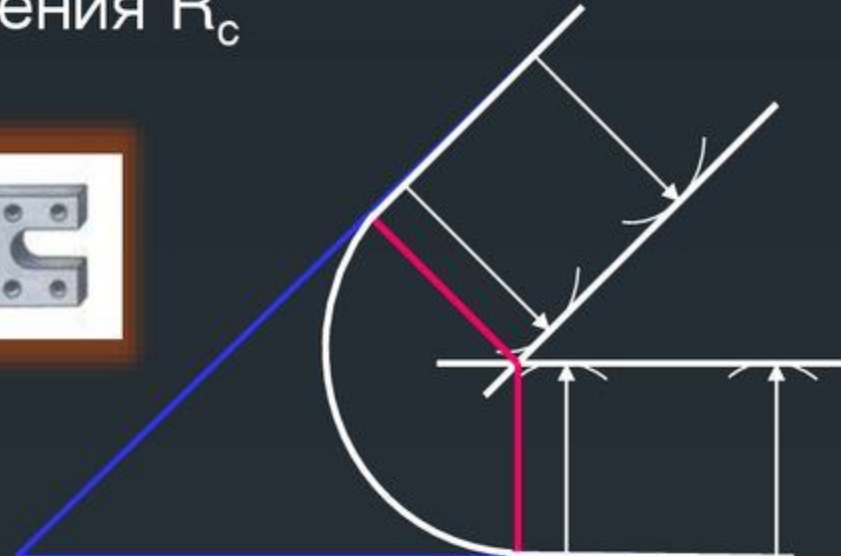
Элементы сопряжения

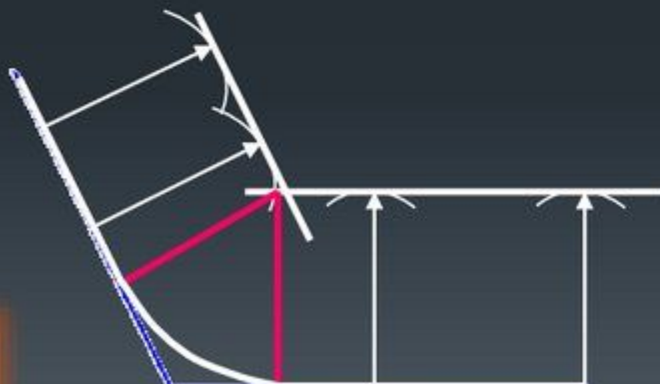


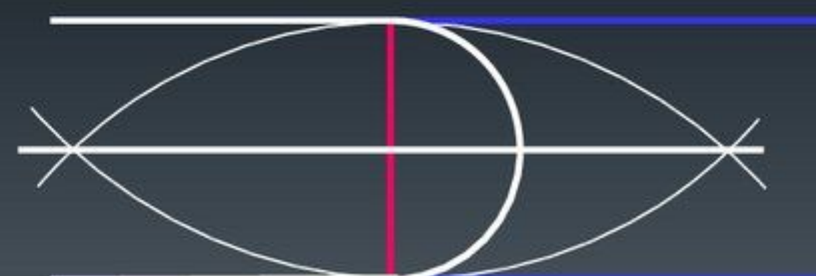
Сопряжение двух прямых

Радиус сопряжения R_c

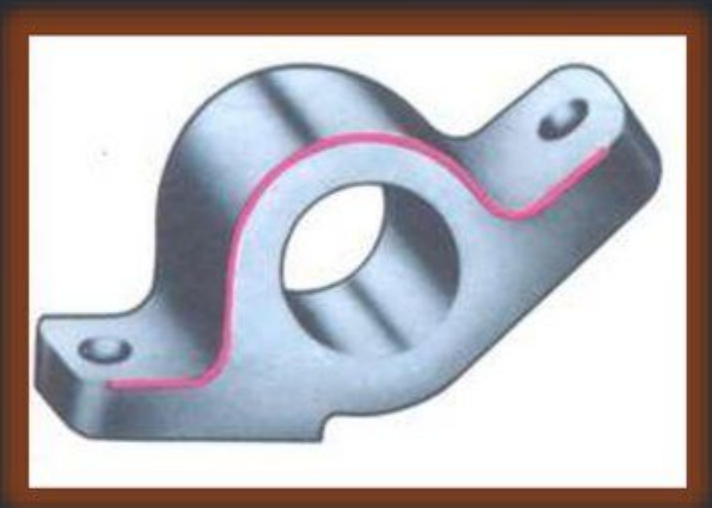


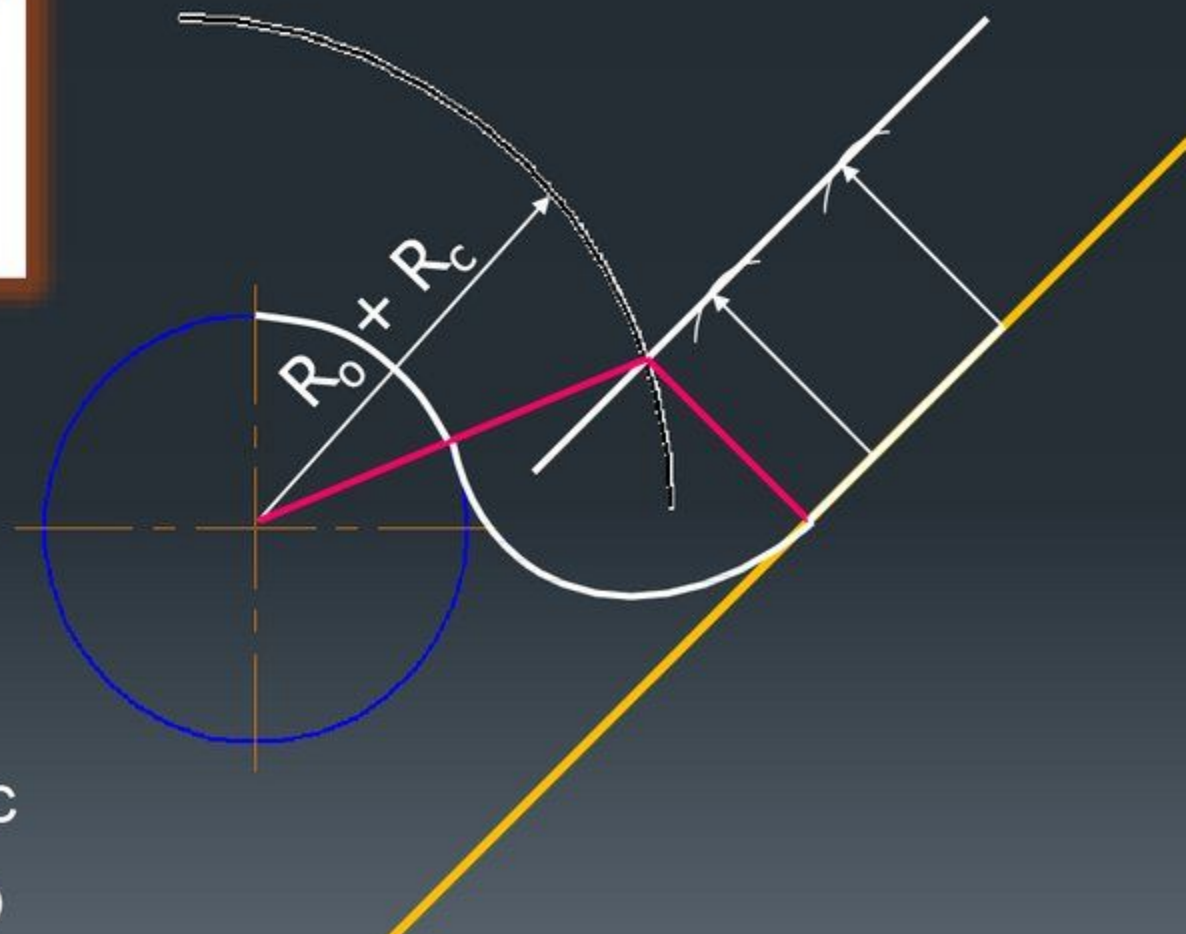






Сопряжение прямой и окружности



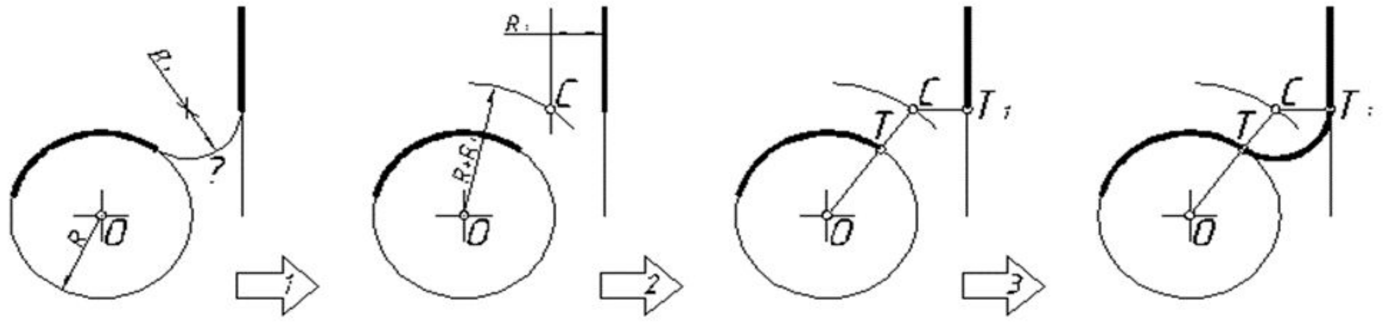


Радиус сопряжения Rc

Радиус окружности Ro

ПРИМЕР ПОЭТАПНОГО ПОСТРОЕНИЯ ВНЕШНЕГО СОПРЯЖЕНИЯ ОКРУЖНОСТИ И ПРЯМОЙ ЛИНИИ ПРИ ПОМОЩИ ДУГИ ОКРУЖНОСТИ R1

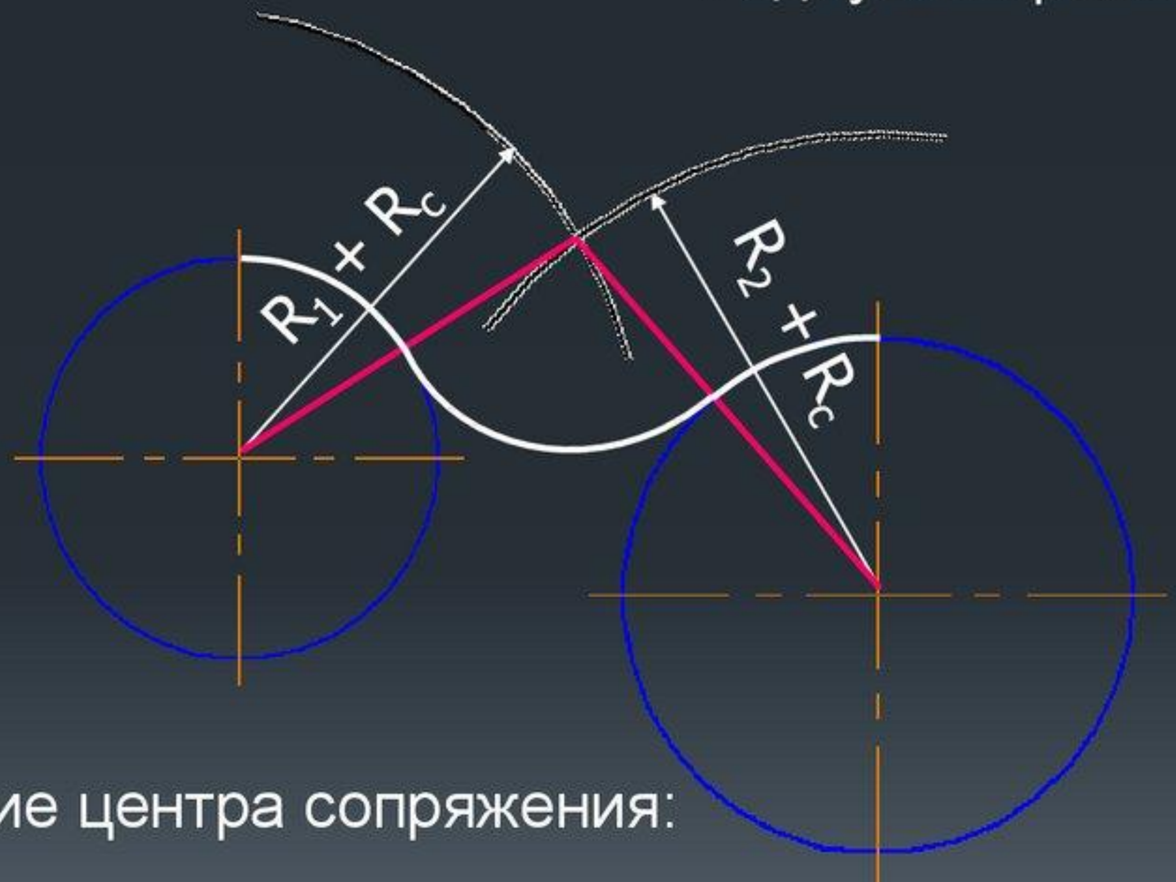
- 1. Построить центр сопряжения С. Для этого провести и пересечь между собой прямую, отстоящую от заданной прямой на расстоянии R, и дугу окружности радиуса R+R1.
- 2. Построить точки сопряжения Т1 и Т2. Для этого провести прямую ОС и пересечь ее с заданной окружностью. После этого из точки С опустить перпендикуляр на заданную прямую.
- 3. Из центра С через точки Т и Т1 провести сопрягающую дугу.



Сопряжение двух окружностей

Внешнее сопряжение

Радиус сопряжения Rc



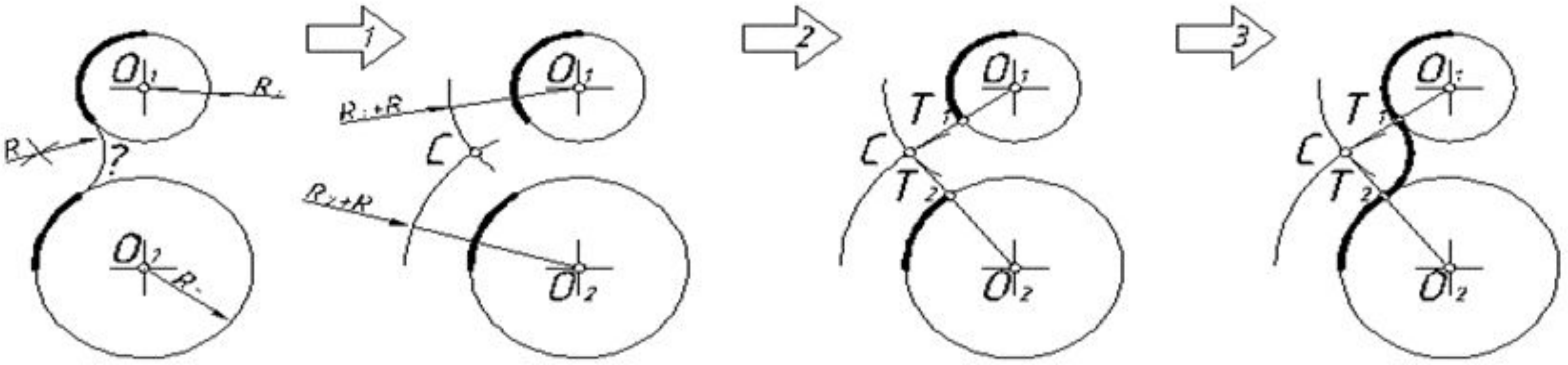
Нахождение центра сопряжения:

R1 + Rc

R2 + Rc

ПРИМЕР ПОЭТАПНОГО ПОСТРОЕНИЯ ВНЕШНЕГО СОПРЯЖЕНИЯ ДВУХ ОКРУЖНОСТЕЙ ПРИ ПОМОЩИ ДУГИ РАДИУСА R

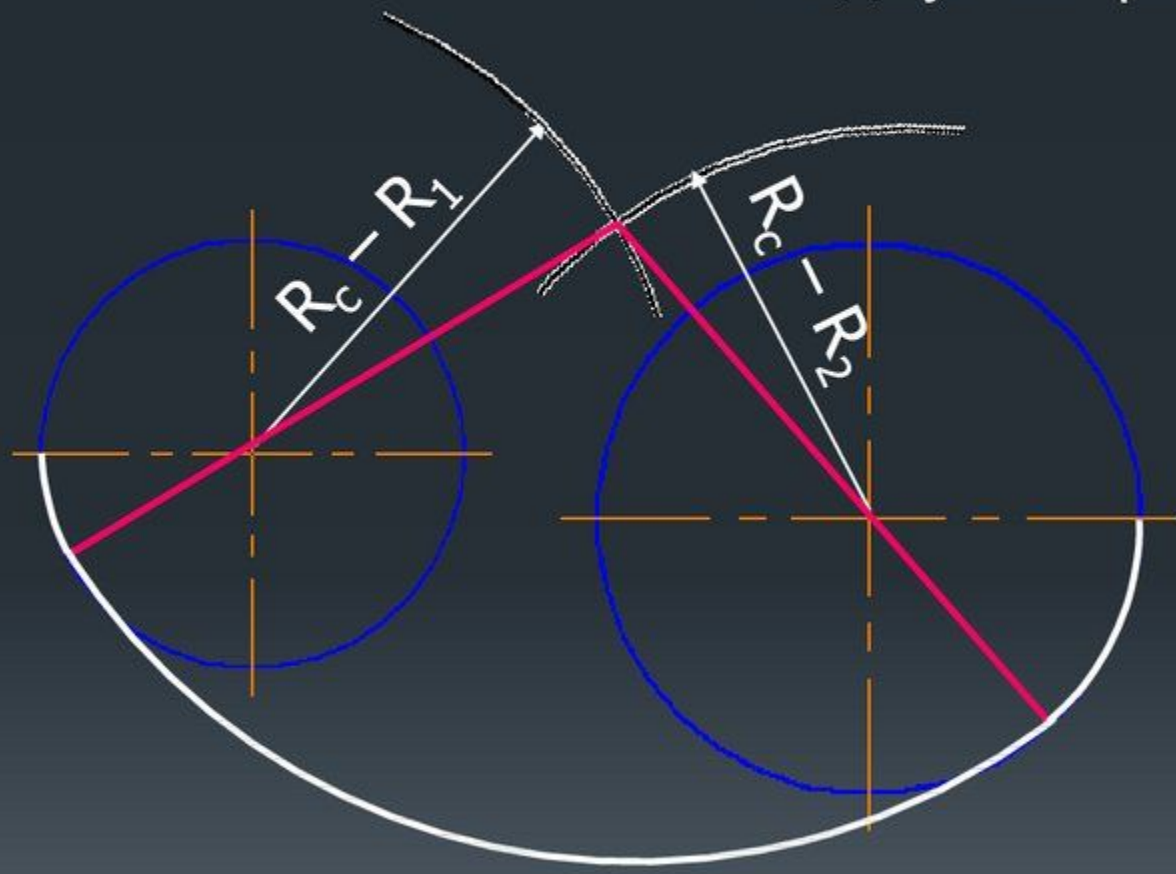
- 1. Построить центр сопряжения С. Для этого провести и пересечь между собой дуги окружностей радиусов R1+R и R2+R.
- 2. Построить точки сопряжения Т1 и Т2. Для этого провести и пересечь между собой прямые О1С и О2С.
- 3. Из центра С через точки Т1 и Т2 провести сопрягающую дугу.



Сопряжение двух окружностей

Внутреннее сопряжение

Радиус сопряжения Rc

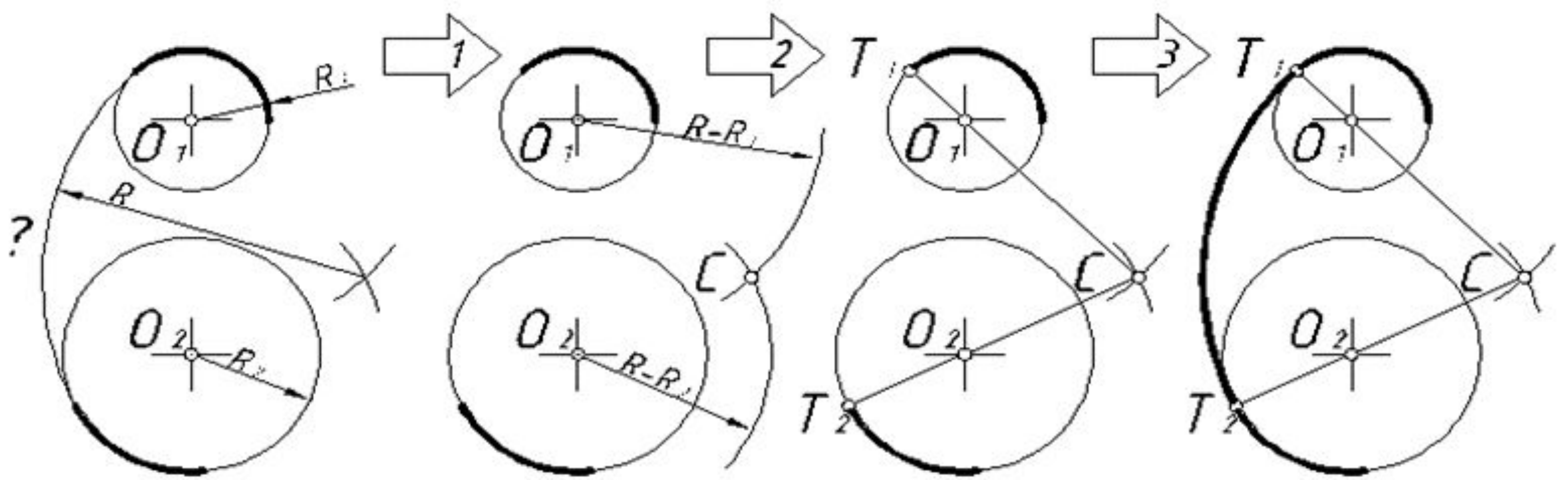


Нахождение центра сопряжения: Rc – R1

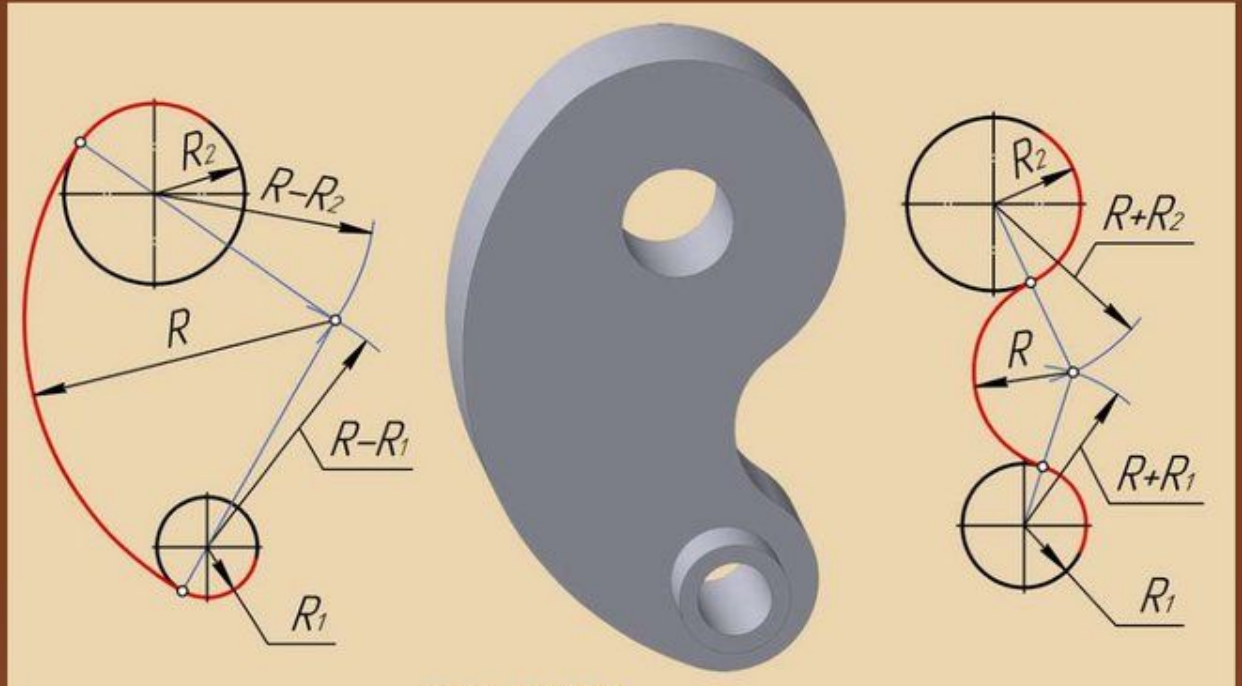
Rc – R2

ПРИМЕР ПОЭТАПНОГО ПОСТРОЕНИЯ ВНУТРЕННЕЕ СОПРЯЖЕНИЯ ДВУХ ОКРУЖНОСТЕЙ ПРИ ПОМОЩИ ДУГИ РАДИУСА R

- Построить центр сопряжения С. Для этого провести и пересечь между собой дуги окружностей радиусов R-R2 и R-R1
- 2. Построить точки сопряжения Т1 и Т2. Для этого провести и пересечь между собой прямые О1С и О2С.
- 3. Из центра С через точки Т1 и Т2 провести сопрягающую дугу.



Примеры сопряжений окружностей

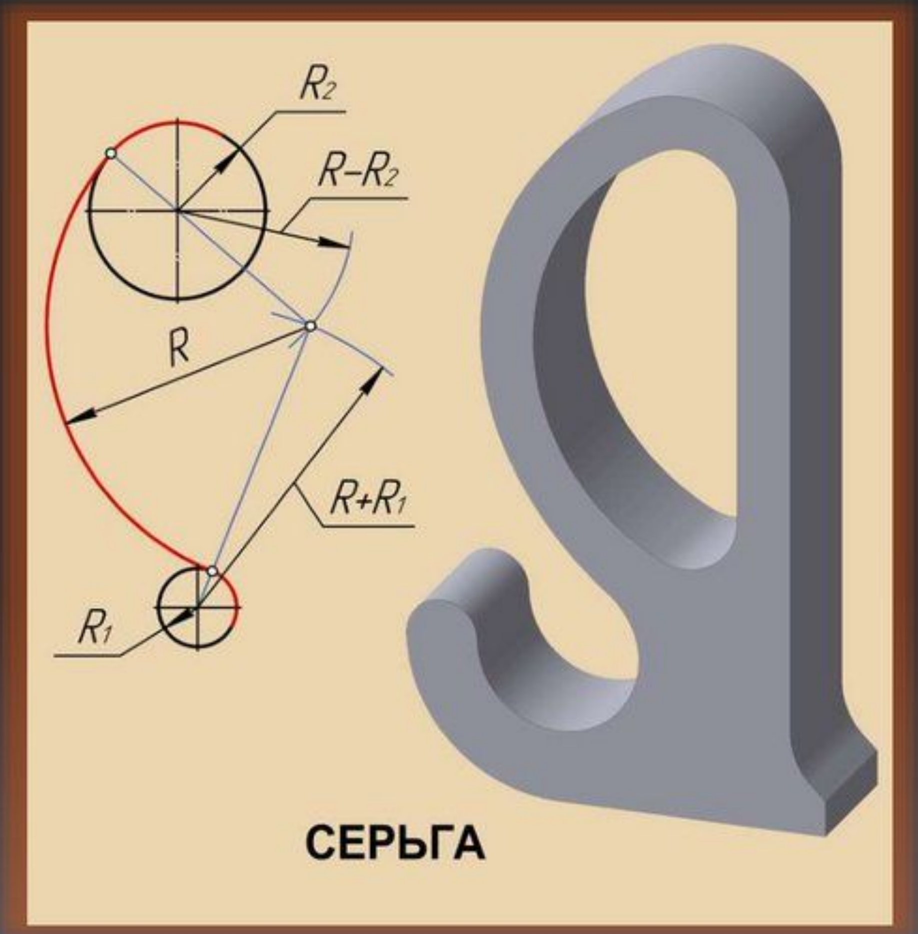


КРЫШКА

ВНУТРЕННЕЕ

ВНЕШНЕЕ

Смешанное сопряжение



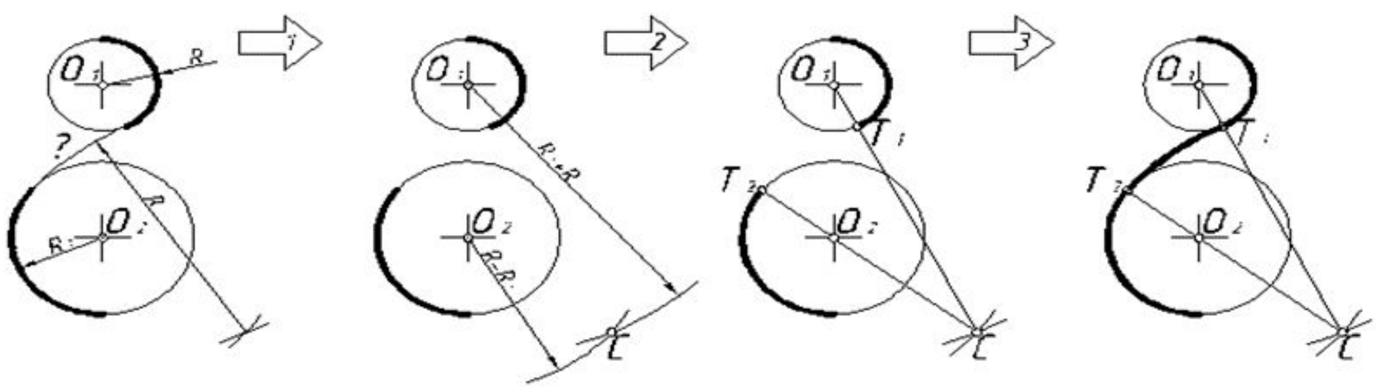
R – радиус сопряжения

R1 – радиус окружности, для которой сопряжение является внешним

R2 – радиус окружности, для которой сопряжение является внутренним

ПРИМЕР ПОЭТАПНОГО ПОСТРОЕНИЯ СМЕШЕННОГО СОПРЯЖЕНИЯ ДВУХ ОКРУЖНОСТЕЙ ПРИ ПОМОЩИ ДУГИ РАДИУСА R

- Построить центр сопряжения С. Для этого провести и пересечь между собой дуги окружностей радиусов R1+R и R-R2
- 2. Построить точки сопряжения Т1 и Т2. Для этого провести и пересечь между собой прямые О1С и О2С.
- 3. Из центра С через точки Т1 и Т2 провести сопрягающую дугу.

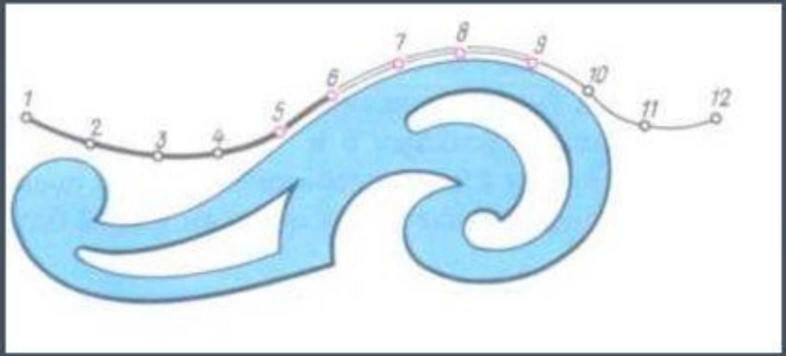


ЛЕКАЛЬНЫЕ КРИВЫЕ

плоские кривые,
вычерченные с помощью
лекал по предварительно
построенным точкам

- Эллипс
- Парабола
- Гипербола
- Синусоида
- Эвольвента
- Циклоида

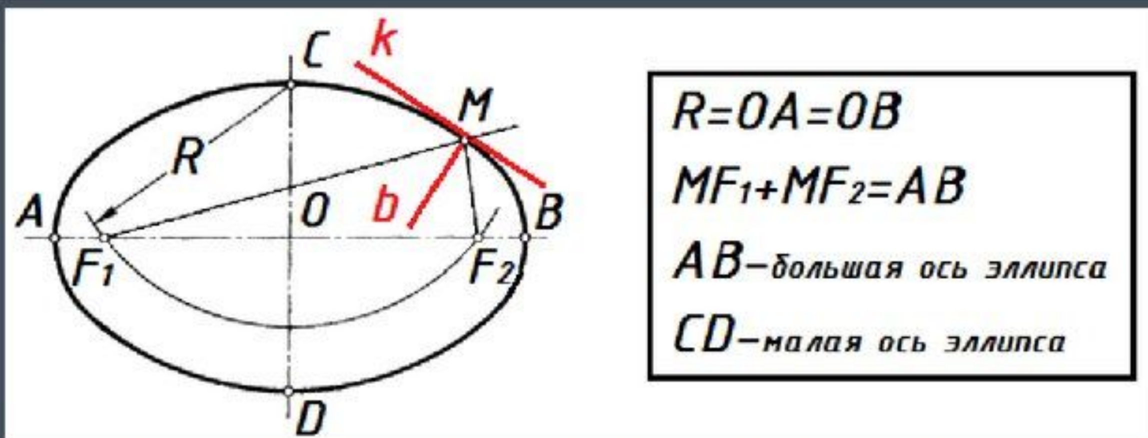
Обводка лекальной кривой

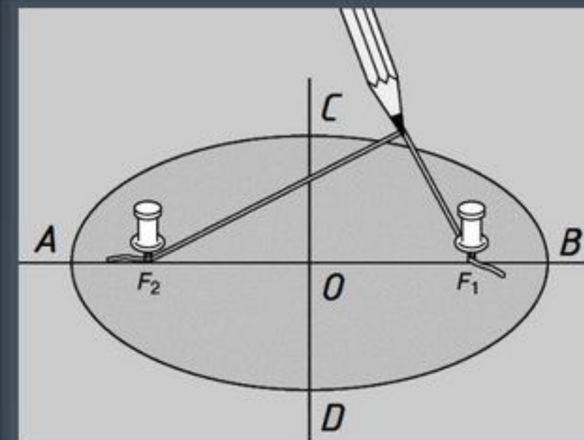


- участок кривой между точками 1-6 уже обведен
- чтобы обвести следующий участок кривой, нужно приложить кромку лекала, например к точкам 5-9. При этом лекало должно касаться части уже обведенной кривой (между точками 5 и 6).
- затем обвести кривую между точками 6-9, оставляя участок между точками 9 и10 не обведенным.
- далее повторяют операцию, следя за тем, чтобы начальный участок подобранной кромки лекала захватывал уже обведенные точки и выполнять обводку не до конца подобранной кромки. Это позволяет получить более плавную кривую.

Эллипс

замкнутая плоская кривая, у которой сумма расстояний от каждой точки ***M*** до двух данных точек ***F_1*** и ***F_2*** (фокусов), лежащих на большой оси ***AB***, есть величина постоянная и равная большой оси ***AB*** .





Нахождение фокусов эллипса:

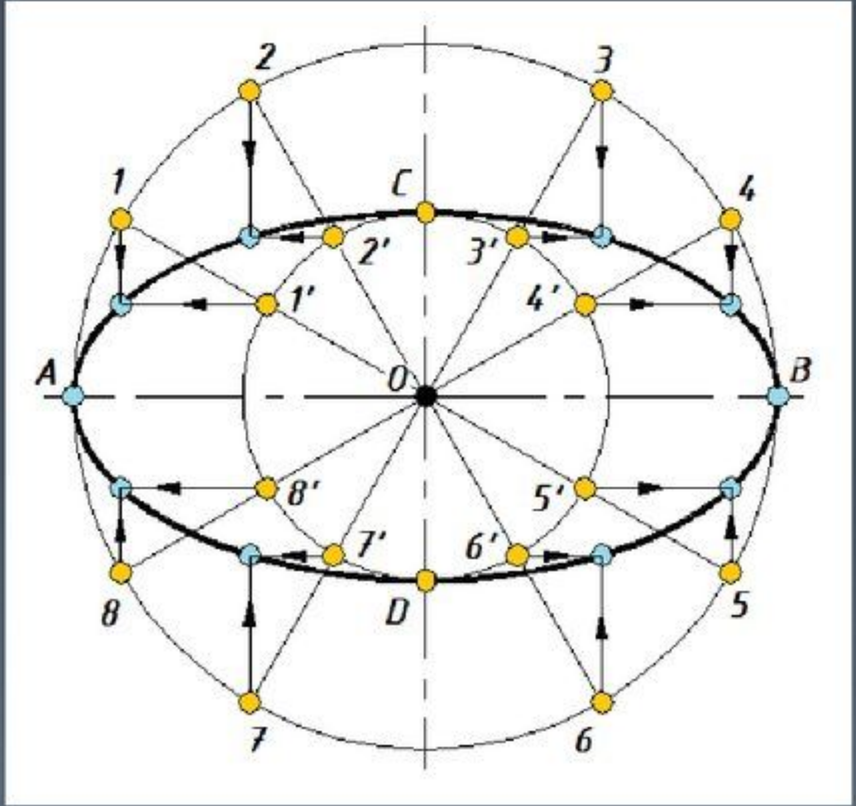
Из точек ***C*** или ***D*** малой оси провести дугу радиусом равным половине малой оси ***AO=OB*** до пересечения с большой осью.

Построение касательной к эллипсу в заданной точке M:

- построить биссектрису ***b*** угла ***F_1MF_2***
- построить перпендикуляр ***k*** к полученной биссектрисе ***b*** в точке ***M***

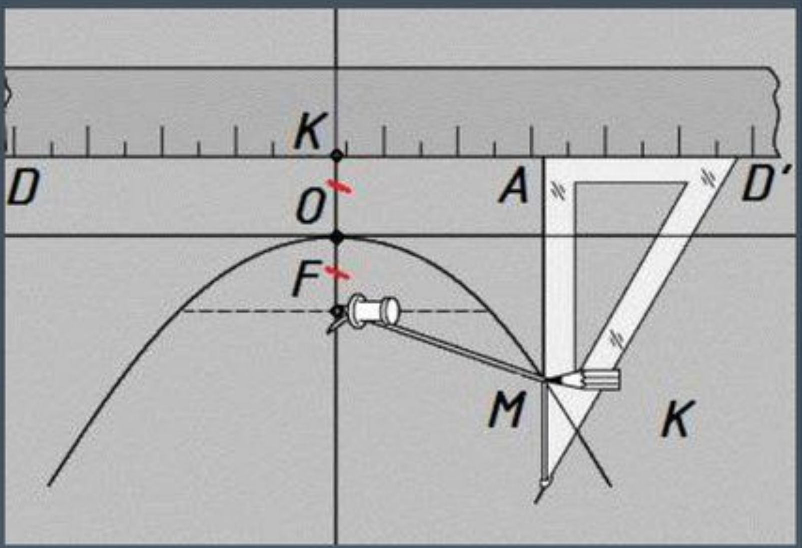
Построение эллипса

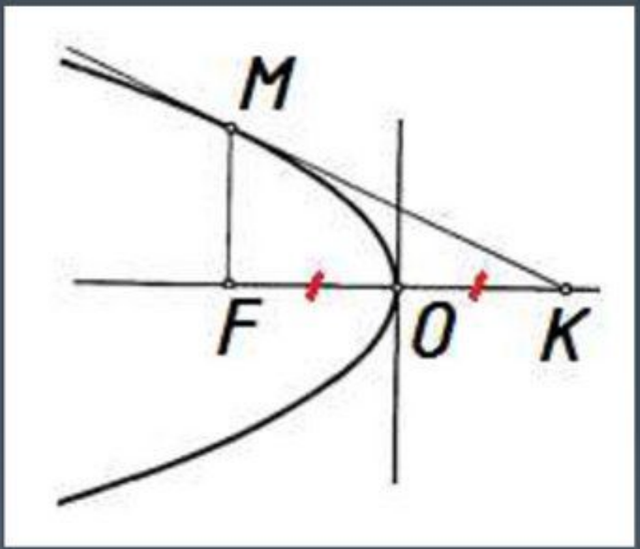
1. Построить две окружности с общим центром и диаметрами ***AB*** и ***CD***.
2. Разделить обе окружности на 12 равных частей.
3. Из точек деления большой окружности 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 провести прямые перпендикулярные большой оси эллипса ***AB***.
4. Из точек деления малой окружности 1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8' провести прямые перпендикулярные малой оси эллипса ***CD***.
5. Пересечения прямых, построенных в пунктах 3 и 4 дают точки, принадлежащие эллипсу.



Парабола

плоская кривая, каждая точка которой равноудалена от директрисы *DD′* (прямой, перпендикулярной к оси симметрии параболы) и от фокуса ***F*** (точки, расположенной на оси симметрии параболы).

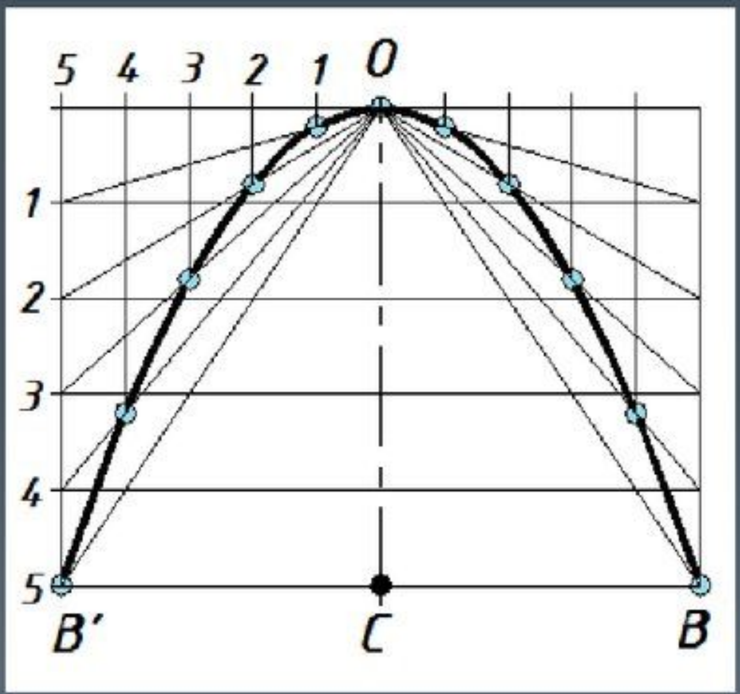




Расстояние ***KF*** между директрисой и фокусом называется параметром ***p*** параболы. Точка ***O***, лежащая на оси симметрии, называется вершиной параболы и делит параметр ***p*** пополам.

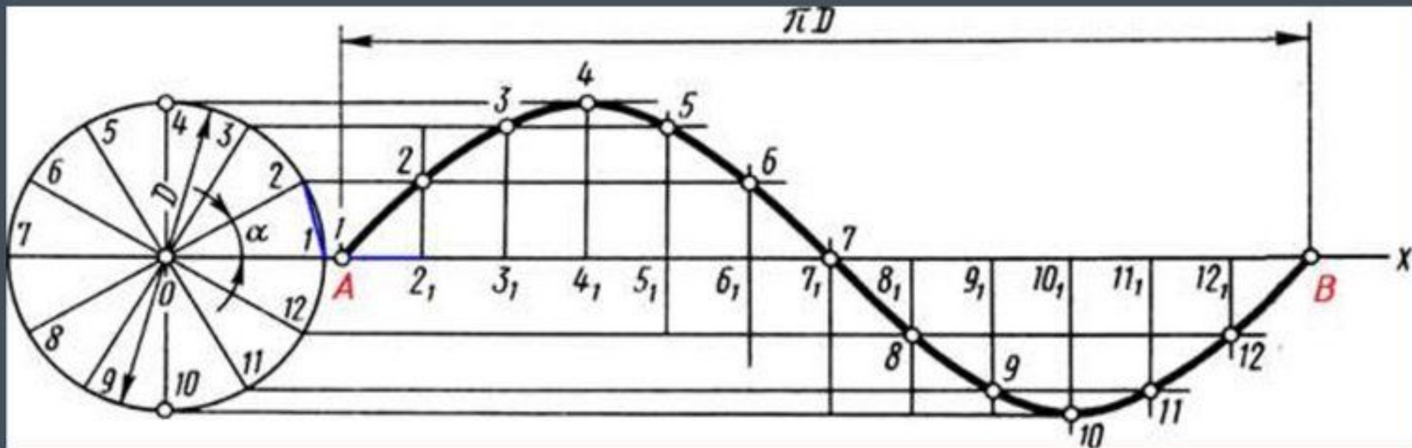
KO = OF = p/2

Построение параболы



1. Построить прямоугольник с размерами ***BB′*** **x** ***OC (CB=CB′)***.
2. Разделить ось параболы на какое-либо количество равных частей, например, на 5. Через точки ***1-5*** провести вспомогательные прямые, перпендикулярные оси параболы.
3. Разделить обе половины габаритного прямоугольника на такое же количество равных частей и провести через точки деления линии, параллельные оси параболы.
4. Вершину параболы ***O*** соединять с вертикальными точками деления. Пересечения наклонных отрезков с одноименными вертикальными линиями дают точки параболы.

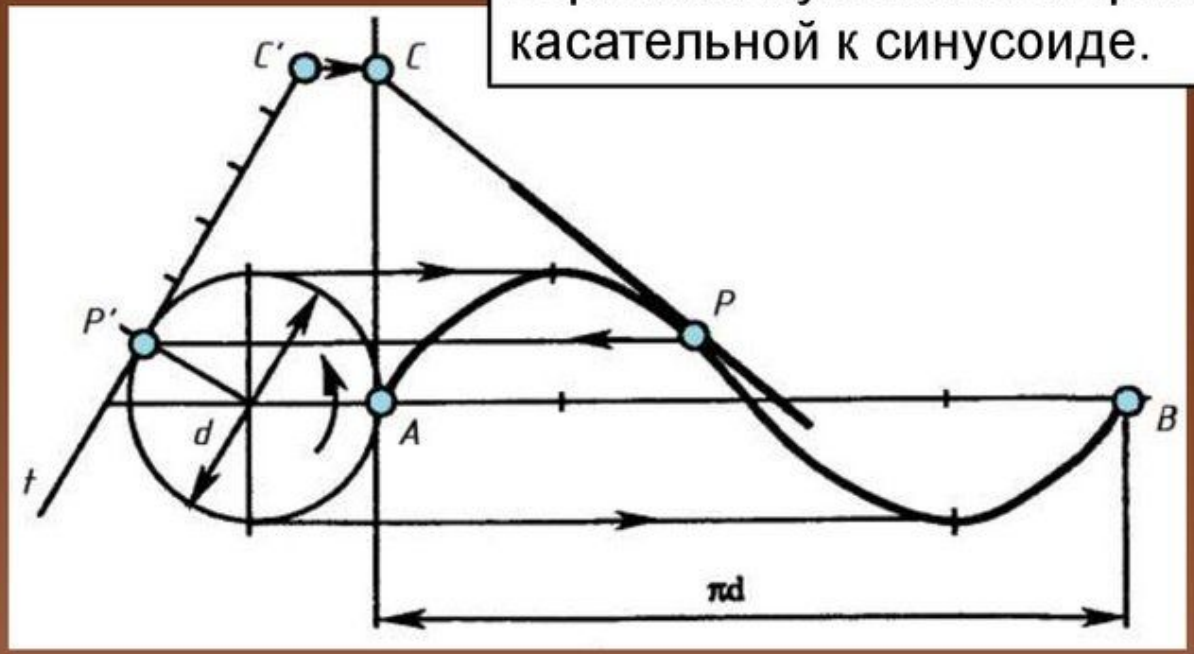
Построение синусоиды

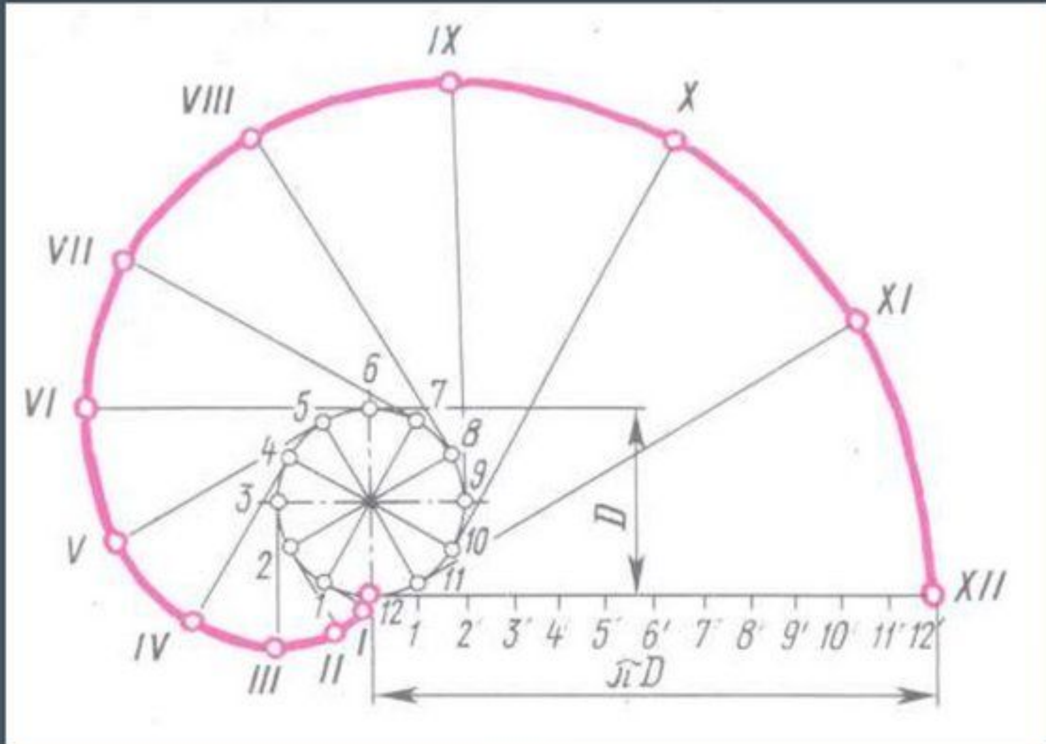


1. Окружность разделить на 12 равных частей (точки 1-12 на окружности)
2. На оси синусоиды отложить отрезок ***AB = πD*** (длине окружности) и разделить на тоже на 12 равных частей. **Или** на оси синусоиды отложить 12 одинаковых отрезков, равных длине хорды угла α. Получить точки (2_1-12_1).
3. Из точек деления окружности провести прямые параллельные оси синусоиды ***AB***, а из точек деления оси провести прямые перпендикулярные оси синусоиды.
4. Пересечения одноименных линий дают точки синусоиды.

Построение касательной к синусоиде в точке P

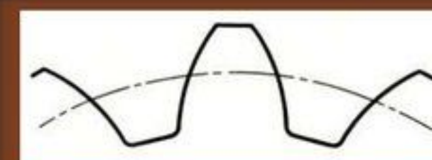
1. Найти точку ***P’*** на окружности.
2. Построить касательную ***t*** к окружности в точке ***P’*** как перпендикуляр к радиусу.
3. Найти на касательной ***t*** точку ***C’ (P’C’=AP’)***.
4. Построить точку ***C*** переносом на вертикальную линию. Прямая ***CP*** является касательной к синусоиде.

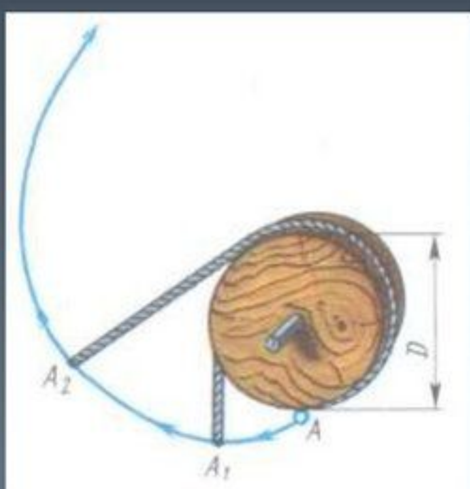




Эвольвента

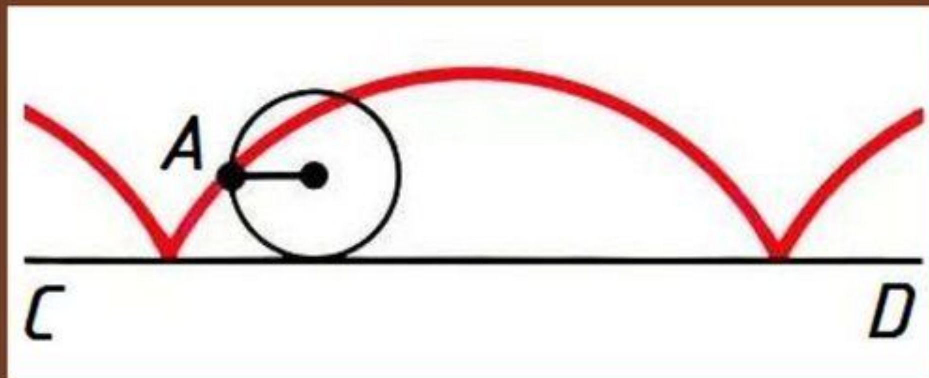
окружности – траектория любой точки прямой линии, перекатываемой без скольжения по окружности



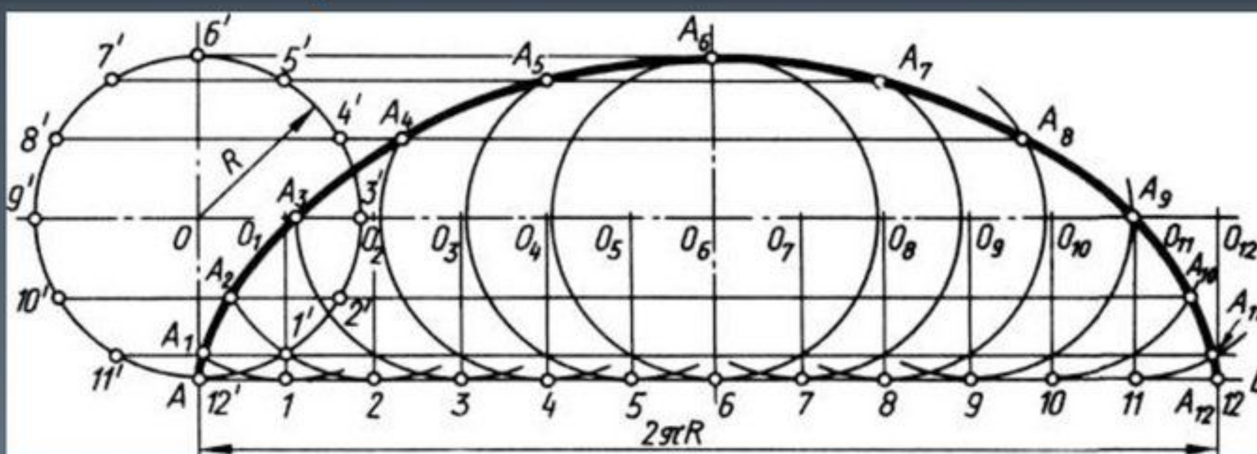


Циклоида

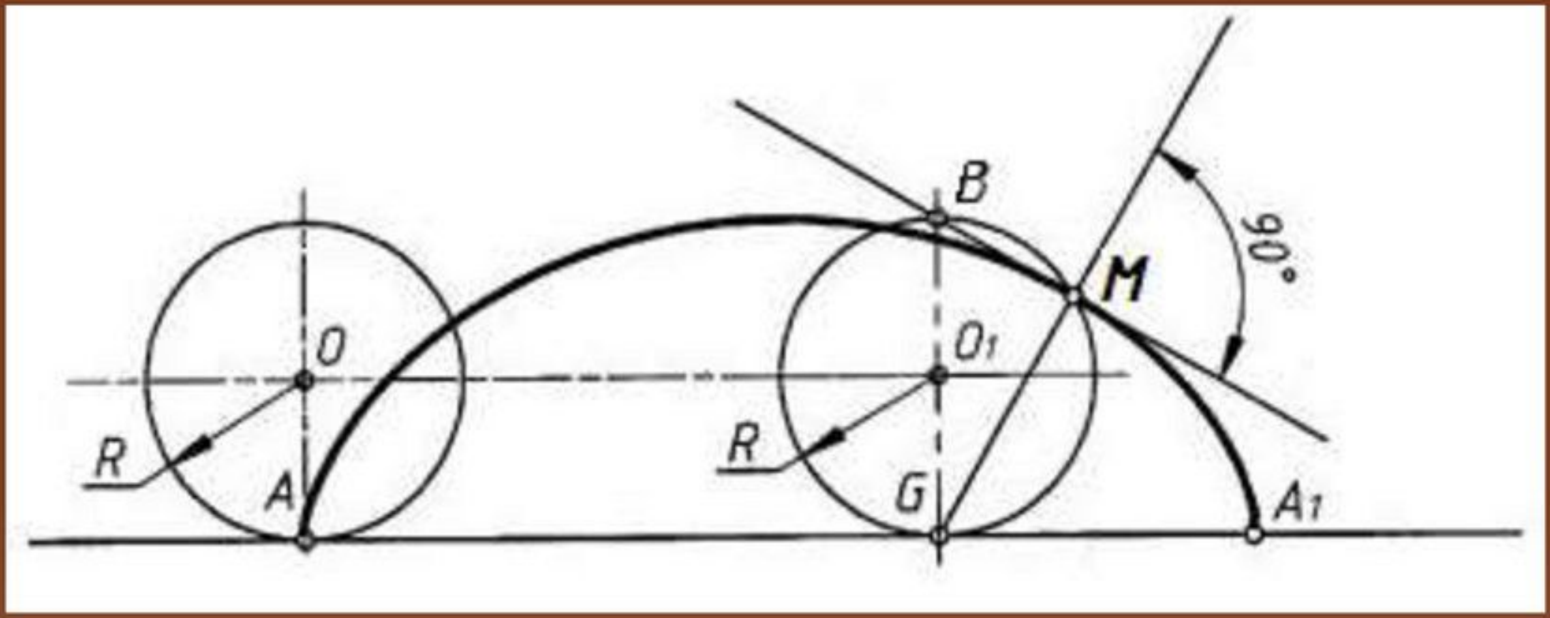
плоская кривая, которую описывает точка ***A***, лежащая на окружности, которая катится без скольжения по прямой ***CD***



Построение циклоиды



Касательная к циклоиде в заданной точке М



Касательная – перпендикуляр к прямой GM