



Ваш заголовок
«Модуль.»

Определение.
Свойства.
Геометрический
смысл модуля.»

Определение.

Модулем неотрицательного действительного числа

x называют само это число: $|x| = x$;

модулем отрицательного действительного числа x

называют противоположное число: $|x| = -x$.

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

Пример: $|2|=2,$
 $|-7|=7,$

$|1-\sqrt{2}|=\sqrt{2}-1,$ т.к. $1-\sqrt{2}<0$
($1<\sqrt{2}<2$).

$|4-\sqrt{3}|=4-\sqrt{3},$ т.к. $4-\sqrt{3}>0,$
($1<\sqrt{3}<2$).

Свойства модуля

1. $|a| \geq 0$.

2. $|ab| = |a||b|$.

3. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$, где $b \neq 0$.

4. $|a|^2 = a^2$.

5. $|a| = |-a|$.

6. $|a-b| = |b-a|$

7. $|a+b| = |a| + |b|$

тогда и только тогда ,

когда **$a \geq 0, b \geq 0$**

8. $|a| + |b| = a + b$

тогда и только

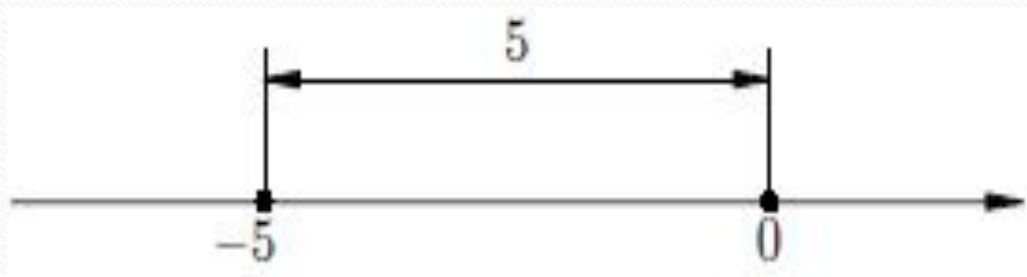
тогда, когда **$a \geq 0,$**

$b \geq 0$

9. $\sqrt{a^2} = |a|$

Геометрический смысл модуля

Модуль числа — это расстояние от начала отсчета до данного числа.



**Расстояние между точками a и b
числовой прямой:**

$$\rho(a; b) = |a - b|$$

Выполнение упражнений:

1. Чему равны модули чисел:

-6; 10; -6,3; 5,2; -0,4; -3,56; 0.

**2. Покажите на числовой
прямой множество решений
уравнений и неравенств:**

$|x|=2$; $|-x|=2$; $|x| < 5$; $|x| \geq 5$; $|x| \leq 2$.

**3. При каких значениях x
верно равенство:**

$$x=|x|; \quad -x=|-x|; \quad -x=|x|.$$

**4. Где на координатной прямой
расположены числа x , если**

$$|x|<2; \quad |x|>3; \quad 4<|x|<5.$$

5. Найдите :

А) отрицательное число, модуль которого равен 27; 17,1; $\frac{2}{5}$.

Б) положительное число, модуль которого равен 11; 2; 2,3; $\frac{3}{5}$.

6. Напишите все числа, имеющие модуль 25; 0; 7,5; 4^5 .

7. Известно, что $|a|=7$. Чему равен $|-a|$?

8. Между следующими числами поставьте знак $<$ или $>$, чтобы получилось верное неравенство:

$|-7,3|$ и $|-7,9|$;

$|101|$ и $|-123|$;

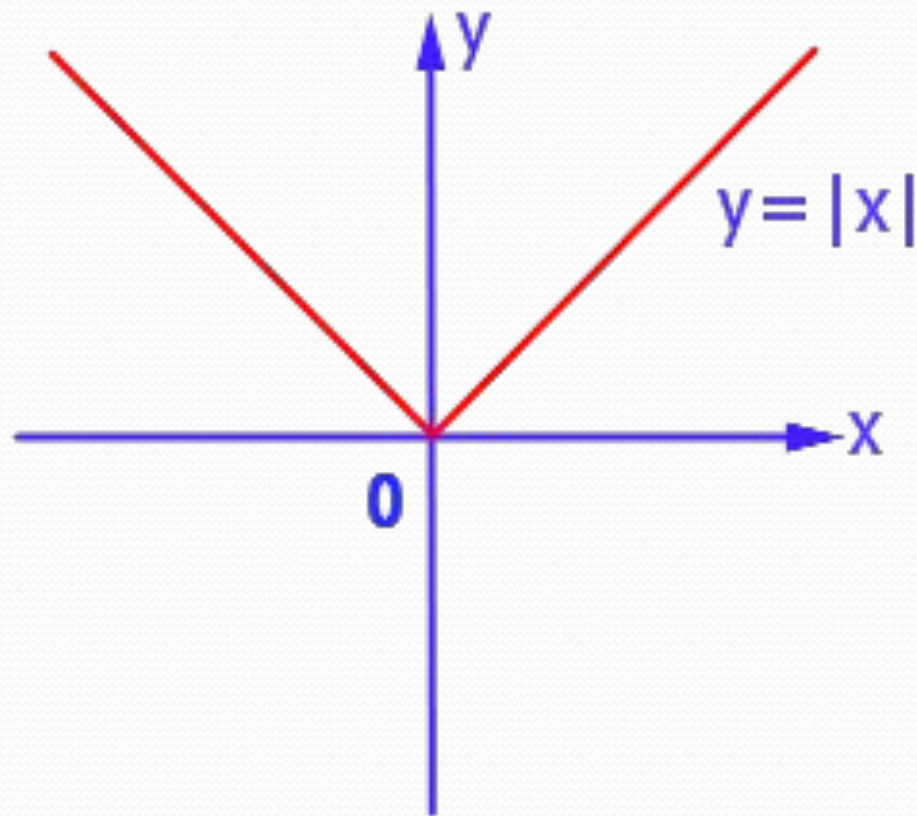
$|-13|$ и $|-19|$.

Задание 1.

Построить график и перечислить свойства функции $y = |x|$.

$$y = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

Функция $y = |x|$



1. Область определения – $(-\infty; +\infty)$.
2. $y = 0$ при $x = 0$; $y > 0$ при $x < 0$ и $x > 0$.
3. Функция непрерывная.
4. $y_{\text{наим}} = 0$ при $x = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует.
5. Функция ограничена снизу, не ограничена сверху.
6. Функция убывает на луче $(-\infty; 0]$ и возрастает на луче $[0; +\infty)$.
7. Область значений функции – луч $[0; +\infty)$.

Задание 2

Решить уравнение $|x-1| = 4$

1 способ (аналитический)

По определению модуля:

$$x - 1 = 4, \quad -(x - 1) = 4,$$

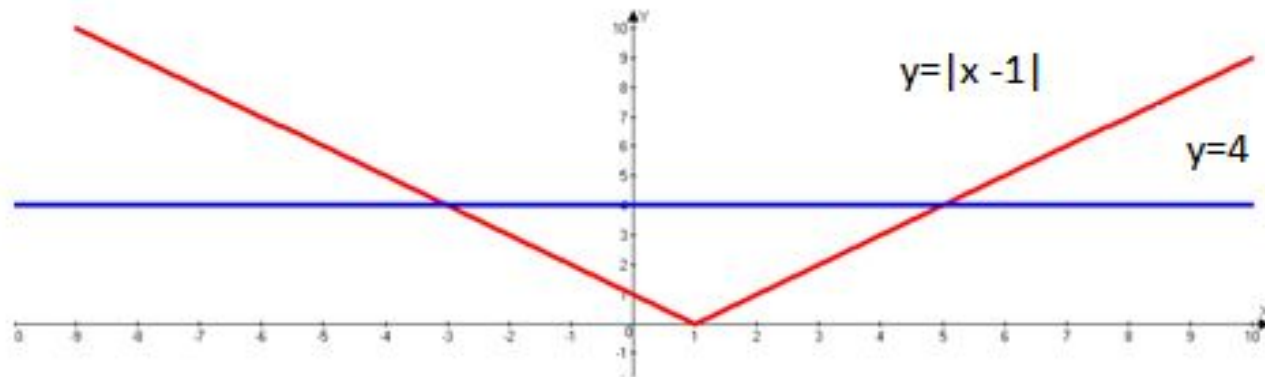
$$x = 5. \quad x - 1 = -4,$$

$$x = -3.$$

Ответ: -3; 5.

2 способ (графический)

Построим на одной координатной плоскости графики функций $y = |x - 1|$ и $y = 4$. Абсциссы точек пересечения графиков будут решениями уравнения.



Ответ: -3; 5.

3 способ

Переведем аналитическую модель $|x - 1| = 4$ на геометрический язык: нужно найти на числовой прямой такие точки, которые удалены от точки 1 на расстояние, равное 4.



$$1 + 4 = 5$$

$$1 + (-4) = -3.$$

Ответ: -3; 5.