

Тепловые машины

Практическое занятие по курсу «Физика»

Домашнее задание

Задача 9.30

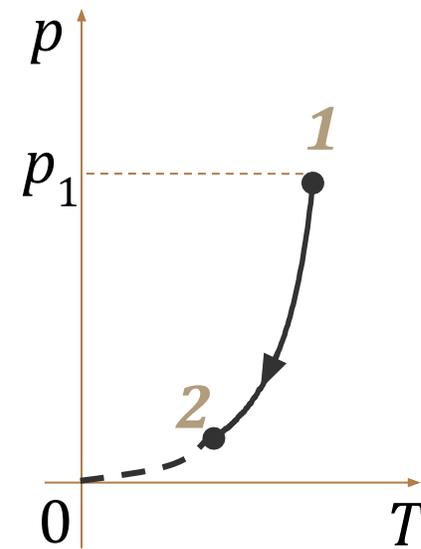
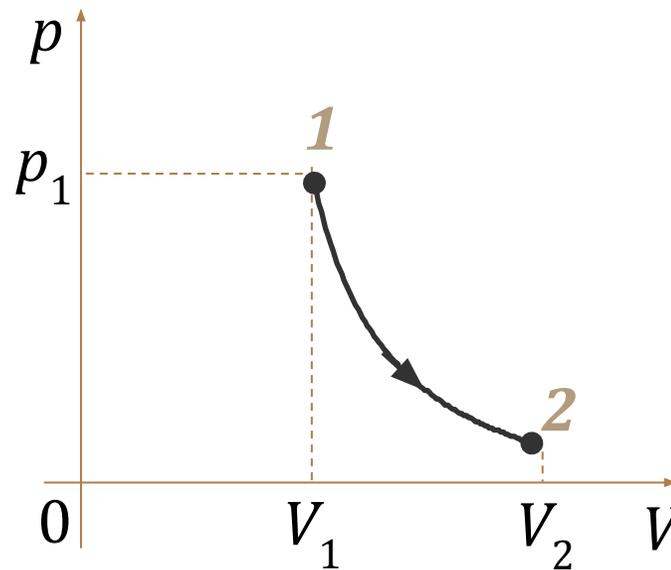
Идеальный газ расширяется по закону $VT^3 = \text{const}$.

Найти: молярную теплоёмкость газа в этом процессе; уравнение процесса в переменных (p, V) , (p, T) .

РЕШЕНИЕ

$$\begin{cases} VT^3 = \text{const} \\ pRT = \end{cases} \implies V(pV)^3 = \text{const} \implies pV^{4/3} = \text{const}$$

$$\begin{cases} VT^3 = \text{const} \\ pRT = \end{cases} \implies \frac{T}{p} T^3 = \text{const} \implies p \propto T^4$$



Задача 9.30

Способ 1

Это политропный процесс: $n = 4/3$. $C_n = \frac{Q}{\nu \Delta T}$

И начало термодинамики: $Q = \Delta U + A$

$$\Delta U = \frac{i}{2} \Delta T$$

$$p(V) = \frac{p_1 V_1^{4/3}}{V^{4/3}}$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p_1 V_1^{4/3} V^{-4/3} dV = p_1 V_1^{4/3} \left. \frac{V^{-1/3}}{-1/3} \right|_{V_1}^{V_2}$$

$$= -3p_1 V_1^{4/3} (V_2^{-1/3} - V_1^{-1/3}) = 3p_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{1/3} \right]$$

Задача 9.30

$$\nu RT_1 = p_1 V_1 \quad \nu RT_2 = p_2 V_2$$

$$\begin{aligned} \Delta T = T_2 - T_1 &= \frac{p_2 V_2}{\nu R} - \frac{p_1 V_1}{\nu R} = \frac{p_1}{\nu R} \left[V_2 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{4/3} - V_1 \right] = \\ &= \frac{p_1 V_1}{\nu R} \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{1/3} - 1 \right] \end{aligned}$$

$$C_n = \frac{\frac{i}{2} \cancel{\nu R \Delta T}}{\cancel{\nu \Delta T}} + \frac{3 \cancel{p_1 V_1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{1/3} \right]}{\cancel{\nu} \frac{\cancel{p_1 V_1}}{\cancel{\nu R}} \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{1/3} - 1 \right]} = \frac{i}{2} R - 3R$$

Задача 9.30

$$C_n = \left(\frac{i}{2} - 3 \right) R$$

Способ 2

$$C_n = \frac{\delta Q}{\nu dT} \quad \delta Q = dU + p dV = \frac{\nu RT}{2} dT + \frac{RT}{V} dV$$

$$\alpha T^3 = \implies T^3 dV + 3VT^2 dT = 0 \implies dV = -\frac{3V dT}{T}$$

$$C_\mu = \frac{\frac{\nu RT}{2} dT + \frac{RT}{V} dV}{\nu dT} = \frac{i}{2} R + \frac{RT}{V} \frac{dV}{dT} =$$

$$= \frac{i}{2} R + \frac{RT}{V} \frac{-3V dT}{T} = \frac{i}{2} R - 3R$$

Задача 9.30

Способ 3

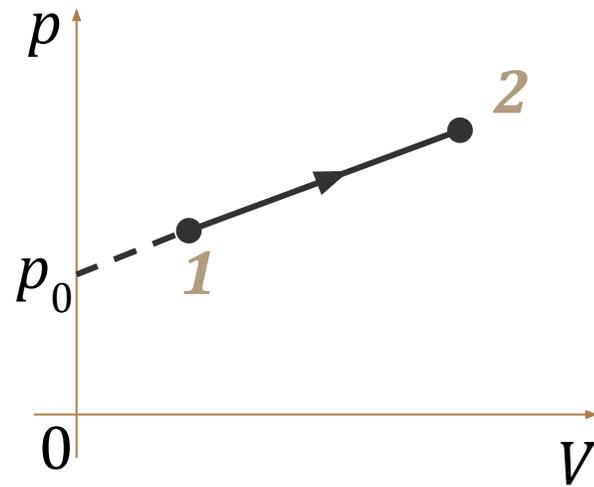
$$C_n = R \left(\frac{i}{2} - \frac{1}{\frac{4}{3} - 1} \right) = \left(\frac{i}{2} - 3 \right) R$$

Задача 9.36

При расширении идеального газа его давление изменяется по закону $p = p_0 + \alpha V$, где p_0 и α — заданные константы.

Найти: молярную теплоёмкость газа в этом процессе.

РЕШЕНИЕ



$$C_{\mu} = \frac{\delta Q}{\nu dT}$$

$$\delta Q = dU + p dV$$

$$\nu R dT \frac{i}{2}$$

$$\begin{cases} p = p_0 + \alpha V \\ p R T = \nu R T \end{cases} \implies (\alpha V + p_0) \nu R T = \nu R T$$

$$\alpha V dV + 2\nu R dT = \nu R dT \implies dV = \frac{\nu R dT}{\alpha V + 2}$$

$$C_{\mu} = \frac{i}{2} R + \frac{(\alpha V + \nu R) dT}{(\alpha V + 2) dT}$$

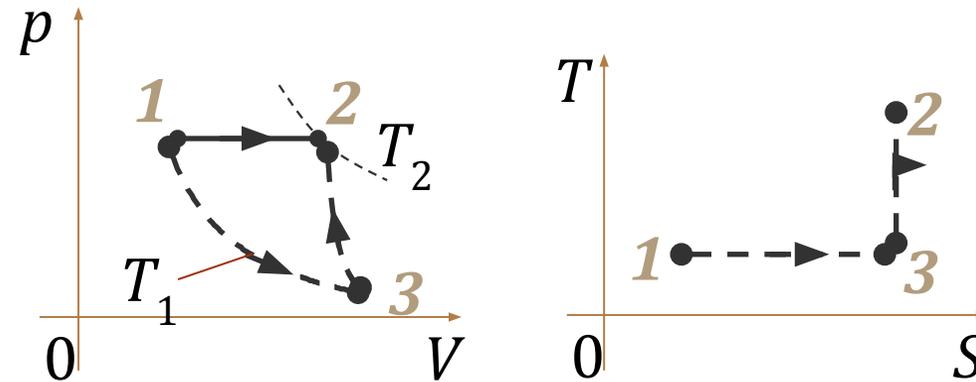
$$C_{\mu} = \left(\frac{i}{2} + \frac{\alpha V + \nu R}{\alpha V + 2} \right) R$$

Задача 10.18

Два моля одноатомного идеального газа нагреваются изобарно от температуры $t_1 = 0^\circ\text{C}$ до $t_2 = 273^\circ\text{C}$.

Найти: приращение энтропии газа.

РЕШЕНИЕ



Для вычисления энтропии перейдём из состояния **1** в состояние **2** обратимым образом:

1-3 — изотермический процесс

3-2 — адиабатный процесс

$$\Delta S_{12} = \left(\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{обрат}} = \int_1^3 \frac{\delta Q}{T_1} + \int_3^2 \frac{\delta Q}{T}$$

Задача 10.18

1-3:

І начало термодинамики: $\delta Q = \delta A = pdV$

$$pRT = p_1 V_1 = \quad \longrightarrow \quad p = \frac{\nu RT_1}{V}$$

$$\Delta S_{12} = \int_1^3 \frac{pdV}{T_1} = \frac{\cancel{\nu RT_1}}{T_1} \int_1^3 \frac{dV}{V} = \ln \frac{V_3}{V_1}$$

$$\begin{cases} p_1 V_1 = p_3 V_3 \\ p_1 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma \end{cases} \longrightarrow V_3^{\gamma-1} = \frac{V_2^\gamma}{V_1}$$

$$V_3 = \frac{V_2^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{V_1^{\frac{1}{\gamma-1}}} = \frac{V_2^{\frac{(i+2)i}{i(i+2-i)}}}{V_1^{\frac{i}{i+2-i}}} = \frac{V_2^{\frac{i+2}{2}}}{V_1^{\frac{i}{2}}}$$

Задача 10.18

$$\Delta S_{12} = \ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \frac{V_2^{\frac{i+2}{2}}}{V_1^{\frac{i}{2}} V_1} = \frac{i+2}{2} \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$1-2: \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta S_{12} = \frac{i+2}{2} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ

$$i = 3$$

$$\Delta S_{12} = \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 2 \cdot 8,31 \cdot \ln 2 = 28,8 \left(\text{---} \right)$$

Задача 10.23

Ртуть массой $m = 2$ кг замёрзла.
Удельная теплота плавления
ртути $\lambda = 11,75$ кДж/кг.
Температура плавления
 $t = -38,9^\circ\text{C}$.

Найти: изменение энтропии
ртути.

РЕШЕНИЕ

Будем считать процесс обратимым — изотермическим.

$$\Delta S_{12} = \left(\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{обрат}} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q}{T}$$

~~Qm~~ — — система отдаёт тепло.

$$\Delta S_{12} = -\frac{\lambda m}{T}$$

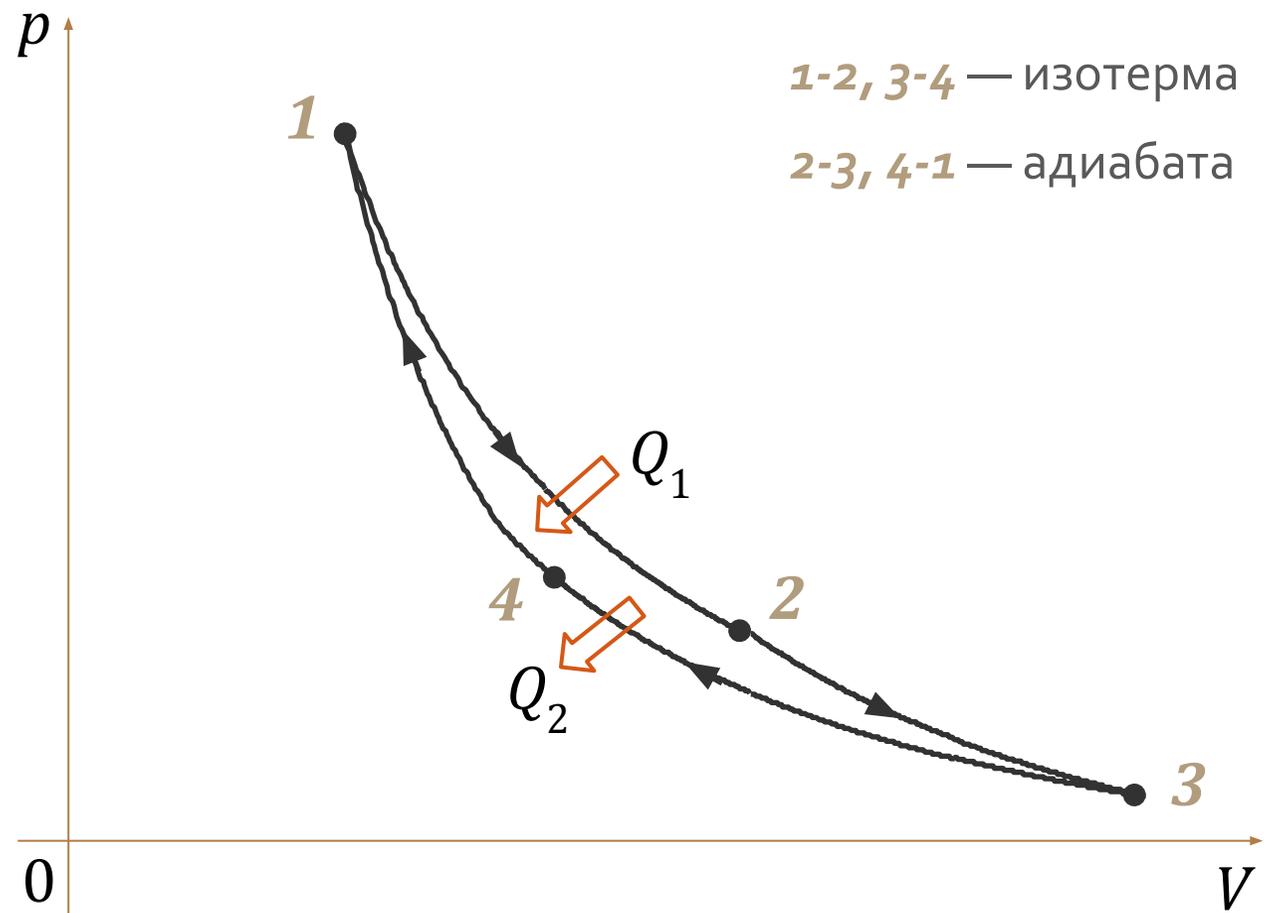
Цели занятия

- Научиться рассчитывать КПД тепловых двигателей, рабочим телом которых является идеальный газ.

Актуализация

- КПД теплового двигателя $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1}$
- КПД теплового двигателя, рабочее тело которого совершает цикл Карно $\eta_{\text{Карно}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

Актуализаци я



Обучение
умениям
(разбор
задач)

Задача 10.1

Рабочее тело тепловой машины совершает цикл Карно.

Температура нагревателя

$t_1 = 200^\circ\text{C}$, температура холодильника $t_2 = 10^\circ\text{C}$.

Количество теплоты, взятое у нагревателя, $Q_1 = 400$ Дж.

Найти: количество теплоты, переданное холодильнику.

РЕШЕНИЕ

В обратимом цикле $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \implies Q_2 = -\frac{T_2 Q_1}{T_1}$

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ

$$Q_2 = -\frac{400 \cdot 283}{473} = -239 \text{ (Дж)}$$

Задача 10.3

Двухатомный газ совершает цикл Карно. При адиабатическом сжатии одного моля газа совершается работа $A_{41}^* = 4,2 \cdot 10^3$ Дж. Температура нагревателя $T_1 = 600$ К.

Найти: коэффициент полезного действия двигателя, рабочим телом которого является этот газ.

РЕШЕНИЕ

$$\eta_{\text{Карно}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

И начало термодинамики для процесса 4-1: $\Delta Q = U_{41} + A_{41}$

$$\Delta U_{41} = \frac{i}{2} T (1 - 2)$$

$$A_{41}^* = -A_{41} \implies A_{41}^* = \Delta U_{41} = \frac{i}{2} (T_1 - T_2) \implies T_1 - T_2 = \frac{2A_{41}^*}{iR}$$

$$\eta = \frac{2A_{41}^*}{iRT_1}$$

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ

$$i = 5 \quad \eta = \frac{2 \cdot 4,2 \cdot 10^3}{5 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 6 \cdot 10^2} = 0,34$$

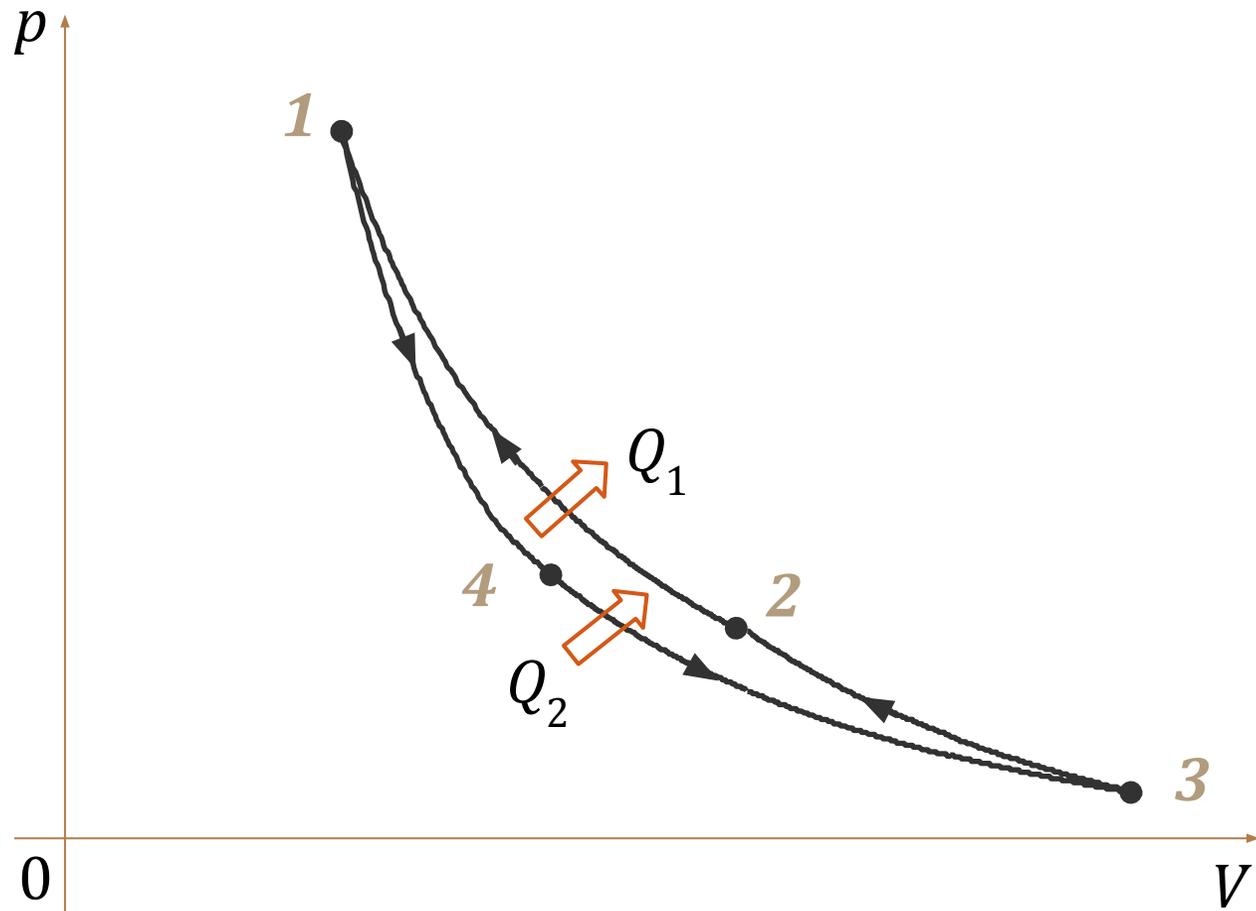
Задача 10.4

При работе холодильной машины затрачивается работа $A^* = 100$ кДж. Температура охлаждаемого тела $t_2 = -10^\circ\text{C}$, температура воды, которой передаётся отнимаемая от тела теплота, $t_1 = 10^\circ\text{C}$.

Найти: теоретически наибольшее количество теплоты, которое может быть отнято с помощью холодильной машины от охлаждаемого ею тела.

РЕШЕНИЕ

Обратный цикл Карно



Задача 10.4

$$A = Q_1 + Q_2 \qquad A^* = -A = -(Q_1 + Q_2)$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \implies Q_1 = -\frac{T_1 Q_2}{T_2}$$

$$A^* = -\left(-\frac{T_1 Q_2}{T_2} + Q_2\right) = Q_2 \left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right)$$

$$Q_2 = \frac{A^*}{\frac{T_1}{T_2} - 1} \implies Q_2 = \frac{A^* T_2}{T_1 - T_2}$$

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ

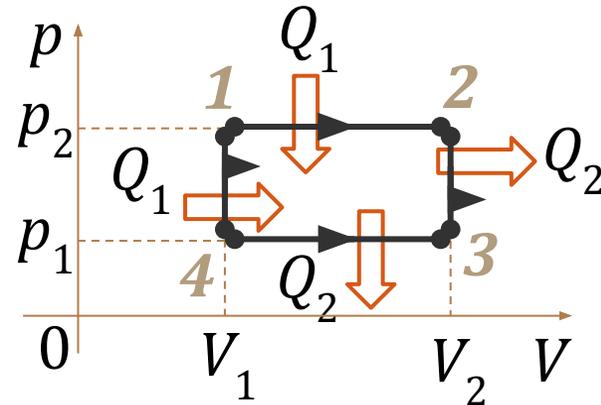
$$Q_2 = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 263}{283 - 263} = \text{Дж} 15 \cdot 10^6 (\quad)$$

Задача 10.5

Идеальный двухатомный газ — рабочее тело теплового двигателя — совершает круговой процесс, состоящий из двух изобарных и двух изохорных процессов. Предельные значения объёма газа $V_1 = 0,10 \text{ м}^3$, $V_2 = 0,25 \text{ м}^3$, давления — $p_1 = 1,0 \text{ атм}$, $p_2 = 2,5 \text{ атм}$.

Найти: КПД двигателя.

РЕШЕНИЕ



$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{41} \quad Q_2 = Q_{23} + Q_{34}$$

$$A = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$$

$$Q_{12} = C_p T_2 - C_p T_1 \quad Q_{41} = C_v T_1 - C_v T_4$$

$$C_p = \frac{i+2}{2}R \quad C_v = \frac{i}{2}R$$

$$Q_{12} = \frac{i+2}{2}(p_2 V_2 - p_2 V_1) = \frac{i+2}{2}p_2(V_2 - V_1)$$

$$Q_{41} = \frac{i}{2}(p_2 V_1 - p_1 V_1) = \frac{i}{2}V_1(p_2 - p_1)$$

$$\begin{cases} \nu RT_1 = p_2 V_1 \\ \nu RT_2 = p_2 V_2 \\ \nu RT_3 = p_1 V_2 \\ \nu RT_4 = p_1 V_1 \end{cases}$$

Задача 10.5

$$\eta = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{\frac{i+2}{2} p_2 (V_2 - V_1) + \frac{i}{2} V_1 (p_2 - p_1)}$$

$$\eta = \frac{2(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{(i+2)p_2(V_2 - V_1) + iV_1(p_2 - p_1)}$$

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ

$$i = 5$$

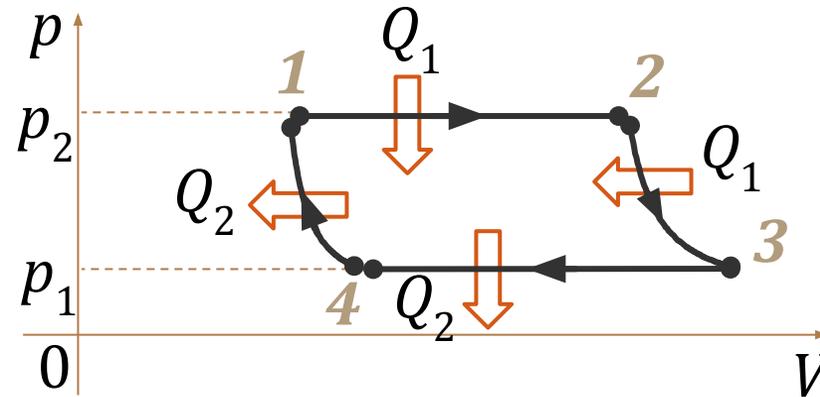
$$\eta = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 0,15}{7 \cdot 2,5 \cdot 0,15 + 5 \cdot 0,1 \cdot 1,5} = 0,13$$

Задача 10.7

Идеальный двухатомный газ — рабочее тело теплового двигателя — совершает круговой процесс, состоящий из двух изотермических процессов при температурах $T_1 = 300$ К и $T_2 = 500$ К и двух изобарных процессов при давлениях p_2 и p_1 , причём $p_2 = ap_1$, где $a = 3$.

Найти: КПД двигателя.

РЕШЕНИЕ



$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23}$$

$$Q_2 = Q_{34} + Q_{41}$$

$$Q_{12} = T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} \quad Q_{23} = T_2 \ln \frac{V_3}{V_2}$$

$$Q_{34} = T_1 \ln \frac{V_1}{V_4} \quad Q_{41} = T_1 \ln \frac{V_1}{V_4}$$

$$C_p = \frac{i+2}{2} R$$

$$2-3: \quad p_2 V_2 = p_1 V_3 \implies \frac{V_3}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} = a$$

$$4-1: \quad p_1 V_4 = p_2 V_1 \implies \frac{V_1}{V_4} = \frac{p_1}{p_2} = a^{-1}$$

Задача 10.7

$$\eta = 1 + \frac{\frac{i+2}{2} \nu R (T_1 - T_2) - \nu R T_1 \ln a}{\frac{i+2}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \nu R T_2 \ln a} =$$
$$= 1 - \frac{(i+2)(T_2 - T_1) + 2T_1 \ln a}{(i+2)(T_2 - T_1) + 2T_2 \ln a} = \frac{2(T_2 - T_1) \ln a}{(i+2)(T_2 - T_1) + 2T_2 \ln a}$$

$$\eta = \frac{2(T_2 - T_1) \ln a}{(i+2)(T_2 - T_1) + 2T_2 \ln a}$$

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ

$$i = 5$$

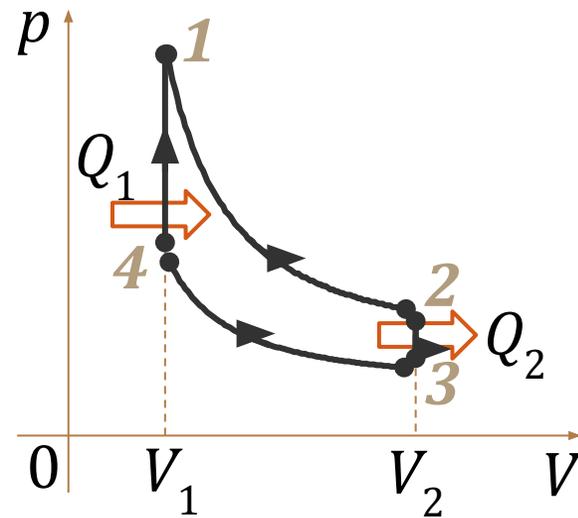
$$\eta = \frac{2 \cdot 200 \ln 3}{7 \cdot 200 + 2 \cdot 500 \ln 3} = 0,18$$

Задача 10.9

Применяемый в двигателях внутреннего сгорания цикл состоит из двух изохорных и двух адиабатных процессов. Горючая смесь сжимается от объёма $V_2 = 9$ л до объёма $V_1 = 2$ л. Цикл происходит с двухатомными газами.

Найти: КПД двигателя.

РЕШЕНИЕ



$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$Q_1 = Q_{41} \quad Q_2 = Q_{23}$$

$$Q_{41} = T_v \left(T_1 - T_4 \right)$$

$$Q_{23} = T_v \left(T_3 - T_2 \right)$$

$$C_V = \frac{i}{2} R$$

$$1-2: V_1 T_1^{\frac{i}{2}} = V_2 T_2^{\frac{i}{2}} \implies T_1 = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{2}{i}} T_2$$

$$3-4: V_2 T_3^{\frac{i}{2}} = V_1 T_4^{\frac{i}{2}} \implies T_4 = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{2}{i}} T_3$$

Задача 10.9

$$\eta = 1 + \frac{\nu C_V (T_3 - T_2)}{\nu C_V (T_1 - T_4)} = 1 - \frac{T_2 - T_3}{\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{2}{i}} T_2 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{2}{i}} T_3} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{i}}$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{i}}$$

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ

$$i = 5$$

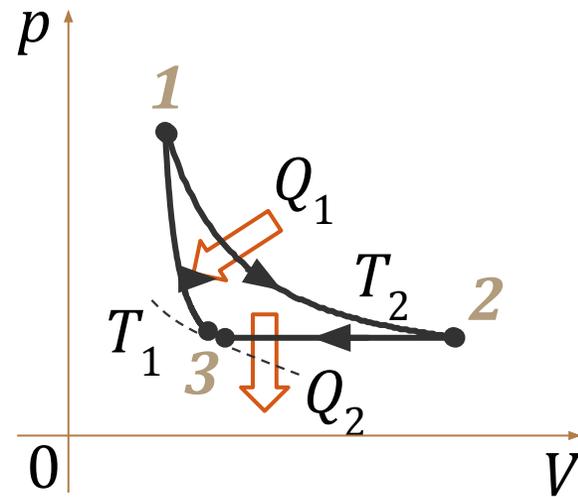
$$\eta = 1 - \left(\frac{2}{9}\right)^{\frac{2}{5}} = 0,45$$

Задача 10.11

Рабочее тело теплового двигателя — идеальный газ — совершает цикл, состоящий из изобарного, изотермического и адиабатного процессов, причём изотермический процесс происходит при максимальной температуре. Температура в пределах цикла изменяется от $T_1 = 300$ К до $T_2 = 500$ К.

Найти: КПД двигателя.

РЕШЕНИЕ



$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$Q_1 = Q_{12} \quad Q_2 = Q_{23}$$

$$Q_{12} = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT = C_p (T_2 - T_1) = 2 \ln \frac{V_2}{V_1} C_p = \frac{i+2}{2} R$$

$$Q_{23} = T_2 \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right)$$

$$3-1: V_3 T_1^{\frac{i}{2}} = V_1 T_2^{\frac{i}{2}} \implies V_3 = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{i}{2}} V_1$$

$$2-3: \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_1} \implies V_2 = \frac{T_2}{T_1} V_3 = \frac{T_2}{T_1} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{i}{2}} V_1 = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{i+2}{2}} V_1$$

Задача 10.11

$$\eta = 1 + \frac{\frac{i+2}{2} \nu R (T_1 - T_2)}{\nu R T_2 \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{i+2}{2}}} = 1 - \frac{(i+2)(T_2 - T_1)}{(i+2) T_2 \ln \frac{T_2}{T_1}} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_2 \ln \frac{T_2}{T_1}}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_2 \ln \frac{T_2}{T_1}}$$

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ

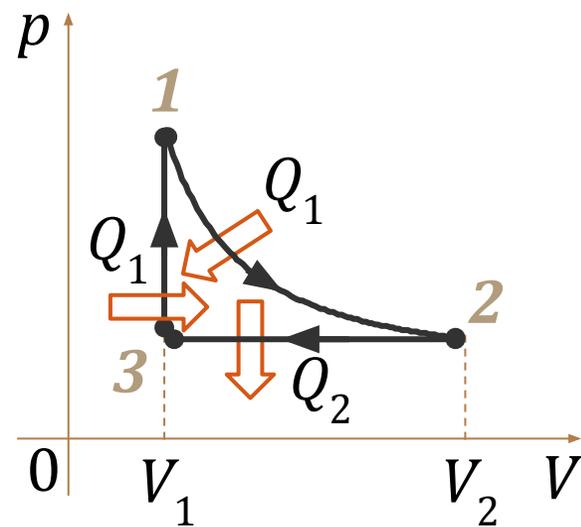
$$\eta = 1 - \frac{200}{500 \ln \frac{5}{3}} = 0,22$$

Задача 10.13

Рабочее тело теплового двигателя — двухатомный идеальный газ — совершает цикл, состоящий из изотермического расширения, изобарного сжатия и изохорного нагрева до исходной температуры. В пределах цикла объём изменяется в три раза: $V_2 = aV_1$, где $a = 3$.

Найти: КПД двигателя.

РЕШЕНИЕ



$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{31} \quad Q_2 = Q_{23}$$

$$Q_{12} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad Q_{31} = nC_p T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_{23} = nC_p T_1 (T_3 - T_1) \quad C_p = \frac{i+2}{2} R$$

$$Q_{31} = nC_v T_1 (T_1 - T_3) \quad C_v = \frac{i}{2} R$$

$$2-3: \frac{V_2}{T_1} = \frac{V_1}{T_3} \implies T_3 = T_1 \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{a}$$

Задача 10.13

$$\eta = 1 + \frac{\frac{i+2}{2} \nu R (T_3 - aT_3)}{\nu R a T_3 \ln a + \frac{i}{2} \nu R (aT_3 - T_3)} = 1 - \frac{(i+2)(a-1)T_3}{2aT_3 \ln a + i(a-1)T_3}$$

$$\eta = 1 - \frac{(i+2)(a-1)}{2a \ln a + ia}$$

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ

$$i = 5$$

$$\eta = 1 - \frac{7 \cdot 2}{2 \cdot 5 \ln 3 + 5 \cdot 3} = 0,46$$

Ауд.:

№№ 10.1,
10.3, 10.4,
10.5, 10.7,
10.9, 10.11,
10.13

Д/з: №№

10.2, 10.6,
10.8, 10.10,
10.12