

ЛЕКЦИЯ 4

СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ (СЛАУ)

Представим СЛАУ

матрица коэффициентов

матрица-столбец
неизвестных

матрица-столбец
свободных членов

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots, \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

В ВИ

матриц

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Матричная
форма записи
СЛАУ

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Объясните, как
получилось это
равенство

$$: AX = B.$$

Найдите
матрицу X

$$X = A^{-1}B$$

Решение СЛАУ в матричной форме

При каких условиях решение СЛАУ
в матричной форме существует?

Сколько решений
СЛАУ в матричной
форме существует
и почему?

Пример. Решить систему уравнений матричным способом:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -13, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = -11, \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -12. \end{cases}$$

Решение СЛАУ по формулам Крамера

Запишем равенство $X = A^{-1}B$ в следующем виде

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \end{pmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Формулы Крамера

Чем являются выражения в скобках?

Определитель, полученный из определителя матрицы A заменой первого столбца столбцом свободных членов

$$(A_{11}b_1 + A_{21}b_2 + \dots + A_{n1}b_n),$$

$$(A_{12}b_1 + A_{22}b_2 + \dots + A_{n2}b_n),$$

$$(A_{1n}b_1 + A_{2n}b_2 + \dots + A_{nn}b_n).$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta}, \\ x_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta}, \\ &\dots, \\ x_n &= \frac{\Delta_n}{\Delta}. \end{aligned}$$

$$A_{11}b_1 + A_{21}b_2 + \dots + A_{n1}b_n = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = \Delta_1, \dots, A_{1n}b_1 + A_{2n}b_2 + \dots$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1,n-1} & b_1 \\ a_{21} & \dots & a_{2,n-1} & b_2 \end{vmatrix}$$

При каких условиях решение СЛАУ по формулам Крамера существует?

Сколько решений СЛАУ в матричной форме существует и почему?