

Преобразования сигналов и Вейвлет- преобразование

ЕРМОШИН ИВАН (10-2)

КОВРИЖНЫХ ДМИТРИЙ (10-2)

2018

Преобразование Фурье (ПФ)

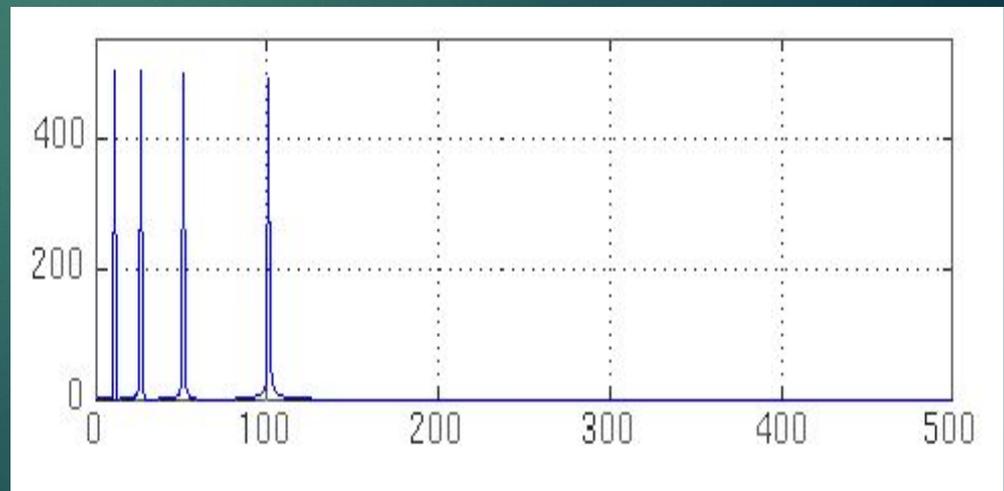
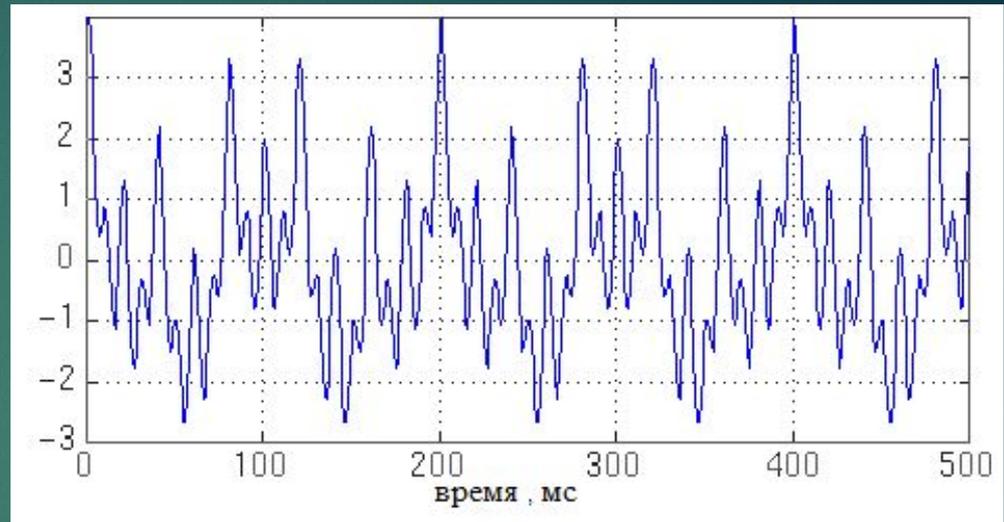
Это преобразование позволяет получить амплитуду от частоты из амплитуды от времени и наоборот.

Проблемы начинаются с появлением нестационарных сигналов (таких, что их частота не постоянна) потому, что ПФ интегрирует по всему времени, и время существования той или иной частоты неважно: ее вклад останется таким же.

Также ПФ не позволяет получить частотно-временное представление сигнала.

ПФ для стационарного сигнала

Стационарный сигнал



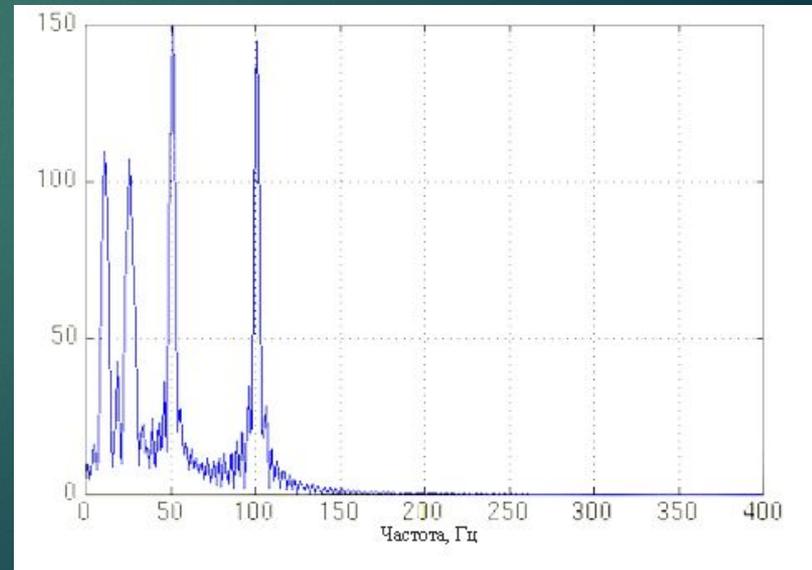
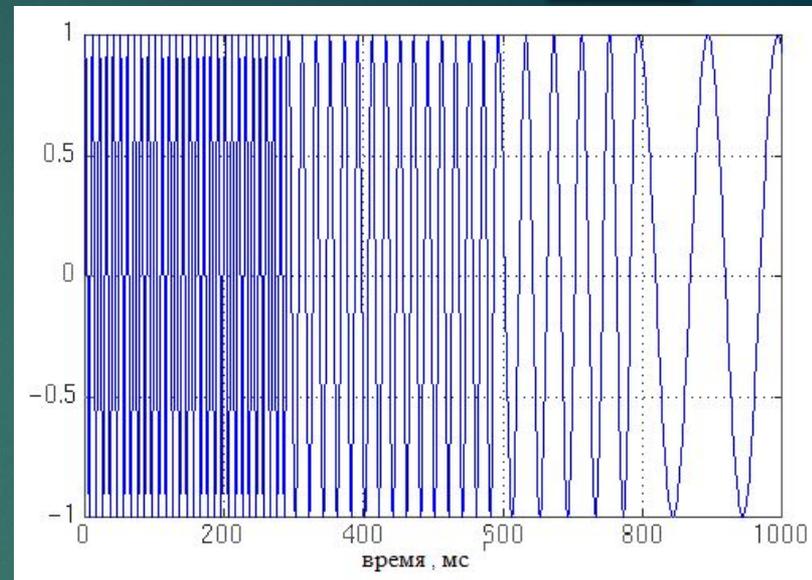
Преобразование
Фурье для
данного сигнала

ПФ нестационарного сигнала

Нестационарный сигнал

Кодзи
ма
не
гений

Преобразование Фурье
Для данного сигнала



Оконное ПФ (ОПФ)

Ранее для нестационарных сигналов использовалось ОПФ. Суть в том, что мы берем промежуток времени достаточно малый для того, чтобы частота на нем была постоянна.

Здесь можно получить и частотно-временное представление сигнала.

Но и здесь есть проблема: она берет корни в принципе Гейзенберга: невозможно получить точное частотно-временное представление сигнала.

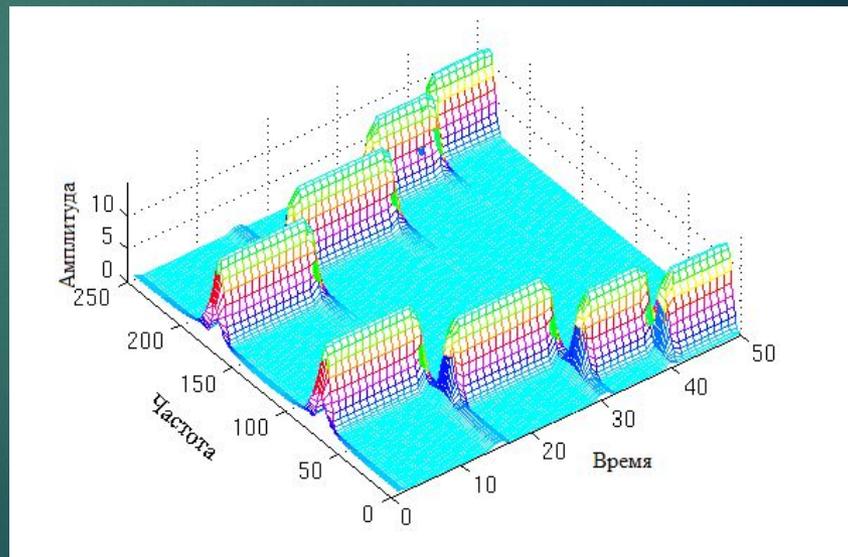
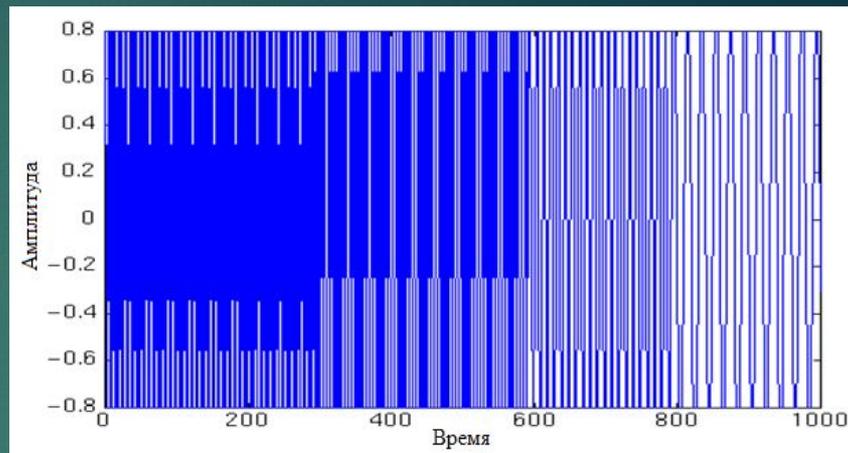
В зависимости от размера окна мы будем получать разные разрешения: узкое обеспечит временное разрешение, широкое — частотное.

При использовании оконного преобразования Фурье невозможно одновременно обеспечить хорошее разрешение по времени и по частоте!

ОПФ для нестационарного сигнала

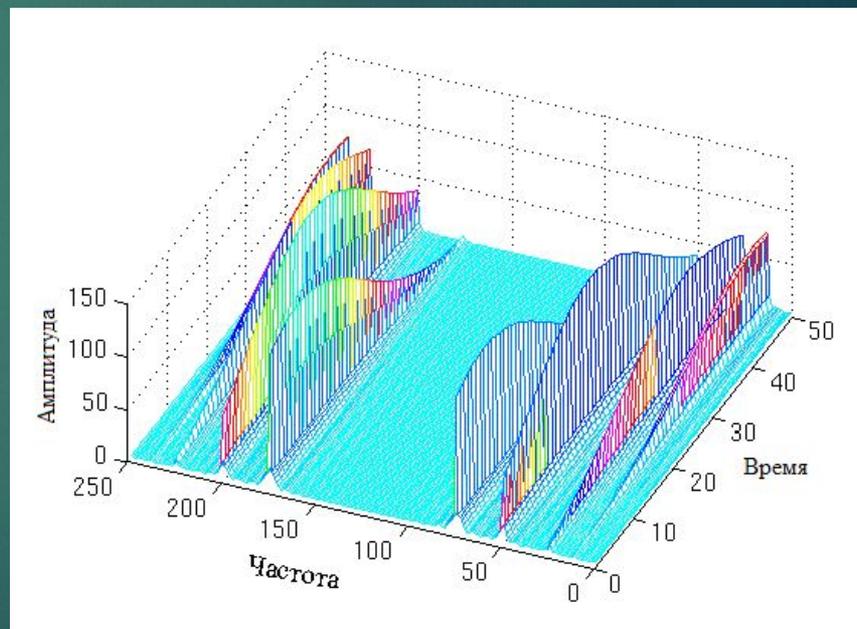
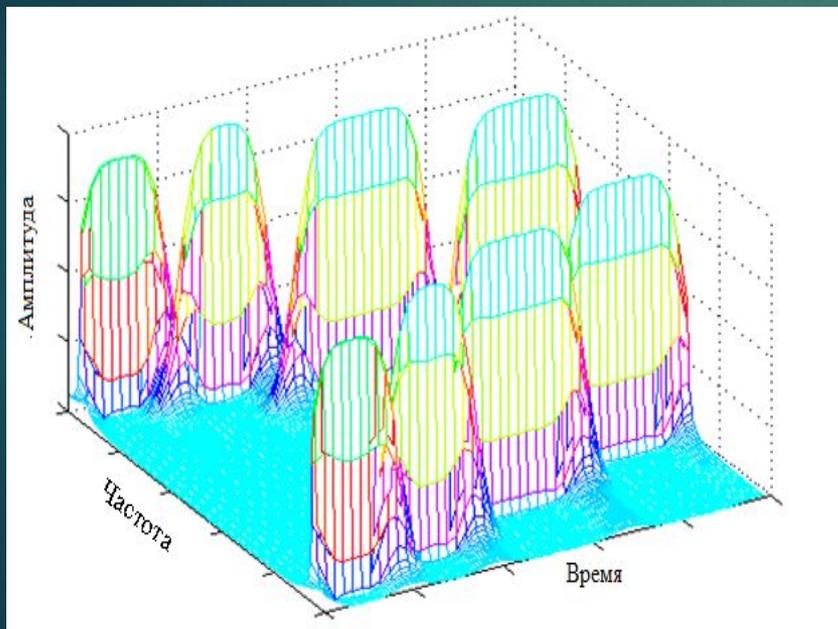
Этот сигнал является стационарным каждые 250мс (на первом отрезке длиной 250мс он имеет частоту 300Гц, на втором — 200Гц, на третьем — 100Гц и на четвертом — 50Гц).

Трехмерный (время, частота и амплитуда) график оконного преобразования Фурье будет иметь следующий вид:



ОПФ для нестационарного сигнала

Тот же график, но с другим разрешением:



Вейвлет-преобразование

$$CWT_x^\psi(\tau, s) = \Psi_x^\psi(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int x(t) \psi^* \left(\frac{t - \tau}{s} \right) dt$$

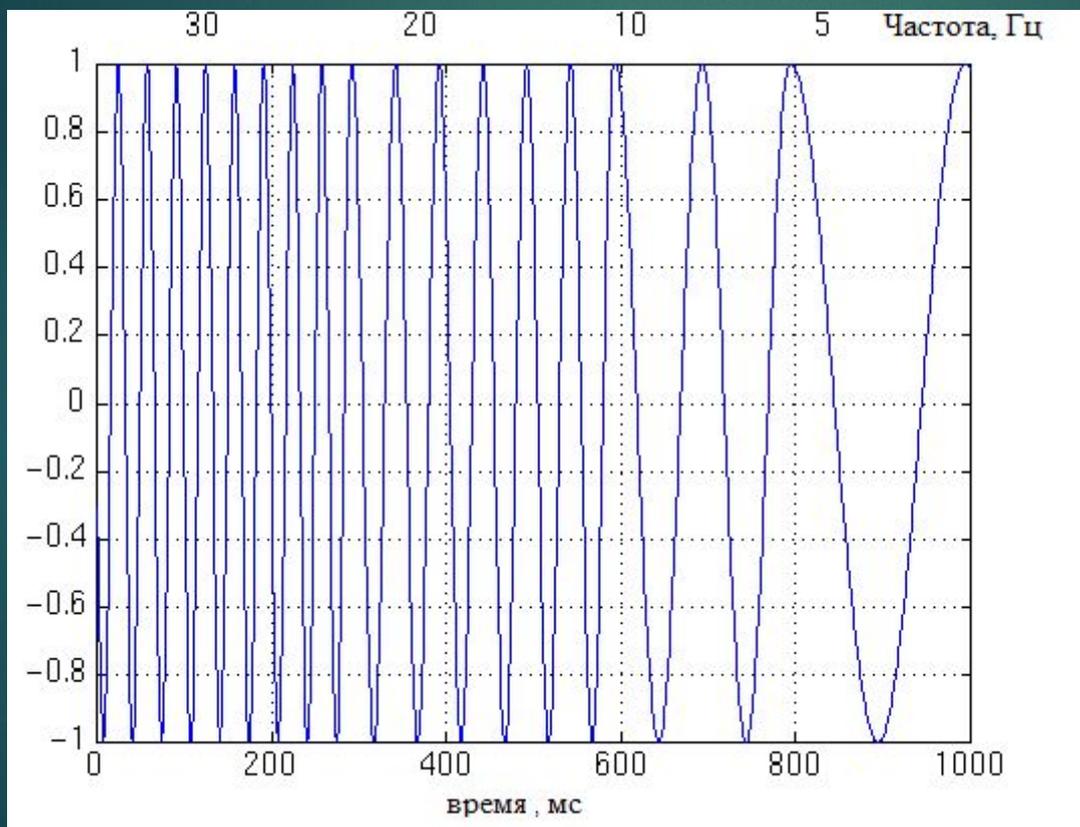
τ (тау) - сдвиг, s – масштаб (видно из формулы)
 ψ – материнский вейвлет

Материнских вейвлетов используется немного:

- вейвлет Хаара
- вейвлет Добеши
- вейвлеты Гаусса
- вейвлет Мейера
- вейвлет Морле
- вейвлет Пауля
- вейвлет «Мексиканская шляпа»
- вейвлет Койфмана
- вейвлет Шеннона

МНДТ нестационарного сигнала

Рассмотрим следующий не стационарный сигнал:



МНАТ нестационарного сигнала

Вейвлет преобразования для такого сигнала будет иметь вид:

