

Министерство образования и науки российской федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Физико-технический факультет
Кафедра прикладной аэромеханики (ПА)

Курсовая работа

Моделирование гидродинамики и распространения тепла в канале сложной формы



Национальный
исследовательский

**Томский
государственный
университет**

Научный руководитель:
В.Н. Брендаков

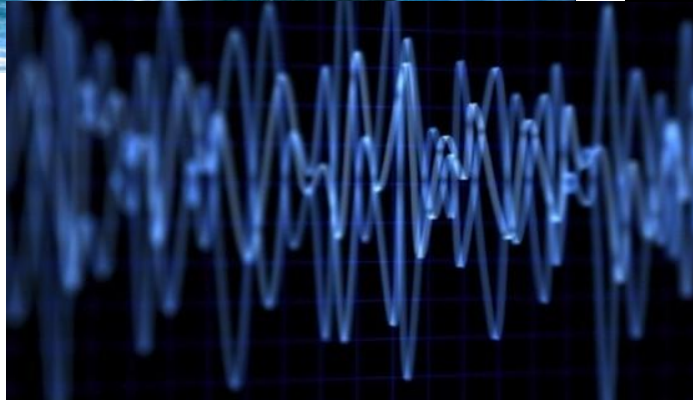
Автор работы:
Студент группы 10406
А.Е. Соломаха



Физико-технический факультет

ТОМСК
2017

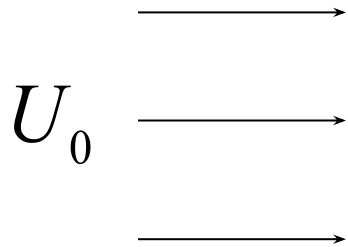
Введение



Физико-математическая постановка

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0; \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U^2) + \frac{\partial}{\partial y}(UV) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right); \\ \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(UV) + \frac{\partial}{\partial y}(V^2) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right); \\ \frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \end{array} \right. \quad (1.1)$$

Выбор масштаба



H

$$t_0 = \frac{H}{U_0}$$

U_0 - средняя
скорость на входе
в канал

H - масштаб длины

t_0 - масштаб
времени



Уравнения в безразмерных

$$\Theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \quad x = \frac{y}{H}$$

$$\bar{y} = \frac{y}{H}$$

$$\bar{U} = \frac{U}{U_0}$$

$$\bar{V} = \frac{V}{U_0}$$

$$\tau = \frac{t}{t_0}$$

$$\text{Re} = \frac{U_0 H}{\nu}$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0; \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right); \\ \frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right); \\ \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial x} + V \frac{\partial \Theta}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} \right). \end{array} \right.$$

(1.2)



Граничные условия

Ударный профиль
скорости на

входе:

На стенках канала:

$$U = 1, \quad \frac{\partial V}{\partial x} = 0.$$

$$U = V = 0.$$

На выходе из
канала:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial x} = 0.$$

Граничные условия
для температуры:

- На входе: $T=1.$
- На стенках: $T=0.$
- На выходе: $\frac{\partial T}{\partial x} = 0.$



Численный метод

$$\frac{\Delta F}{\Delta \tau} = \left(\frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right) - \left(U \frac{\partial F}{\partial x} + V \frac{\partial F}{\partial y} \right) \right)^{n+1/2} \quad F^{n+1} = F^n + \Delta F$$

$$\frac{\Delta F}{\Delta \tau} = (D - K)^n + \frac{1}{2} \Delta (D - K).$$

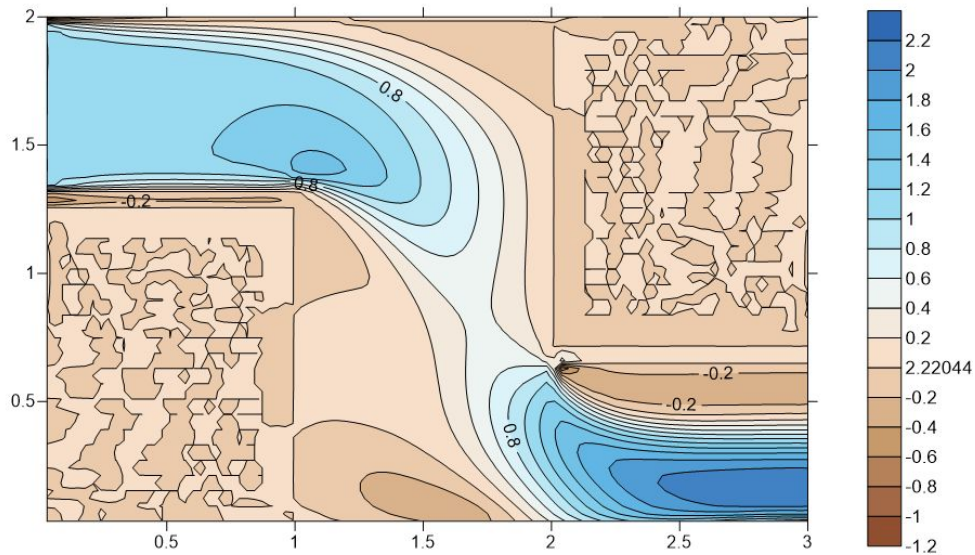
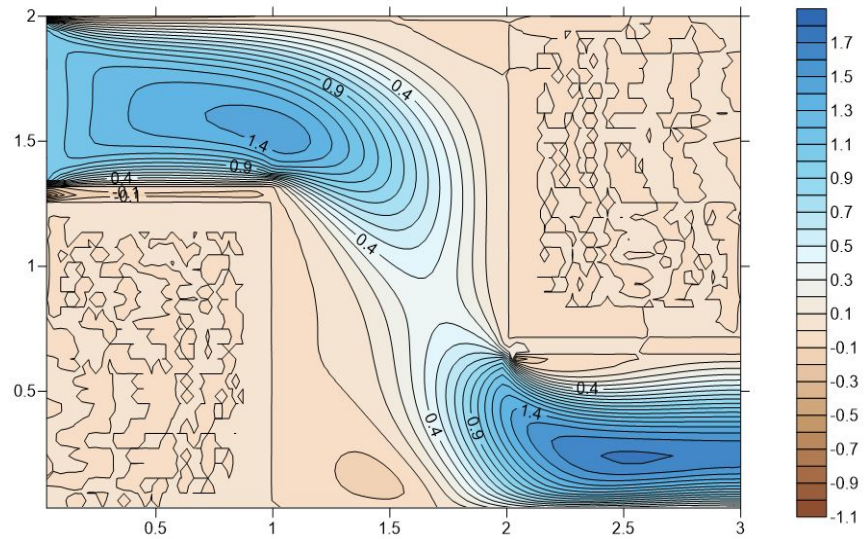
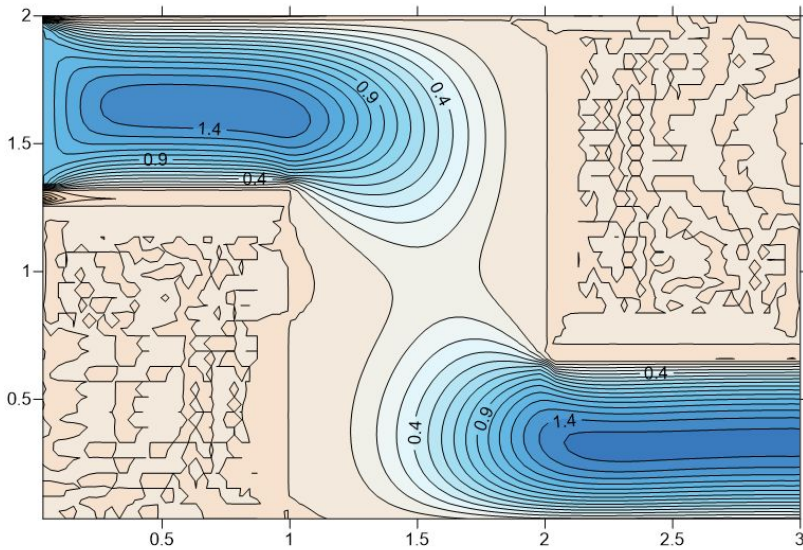
$$\frac{F^+ - F^n}{\Delta \tau} = (D - K)^{n+1/2} - \text{grad}(P)^n;$$

$$\frac{F^{n+1} - F^+}{\Delta \tau} = -\text{grad}(\delta p).$$

$$\frac{\partial(\delta P)}{\partial \tau} - \nabla^2(\delta P) = -\frac{\text{div}(F^+)}{\partial \tau}.$$

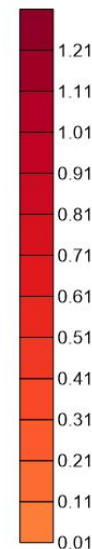
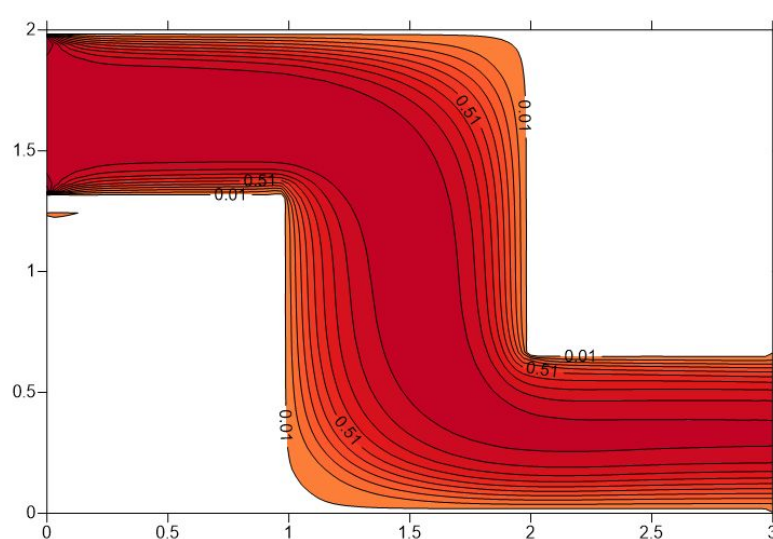
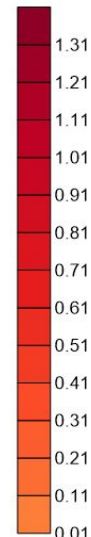
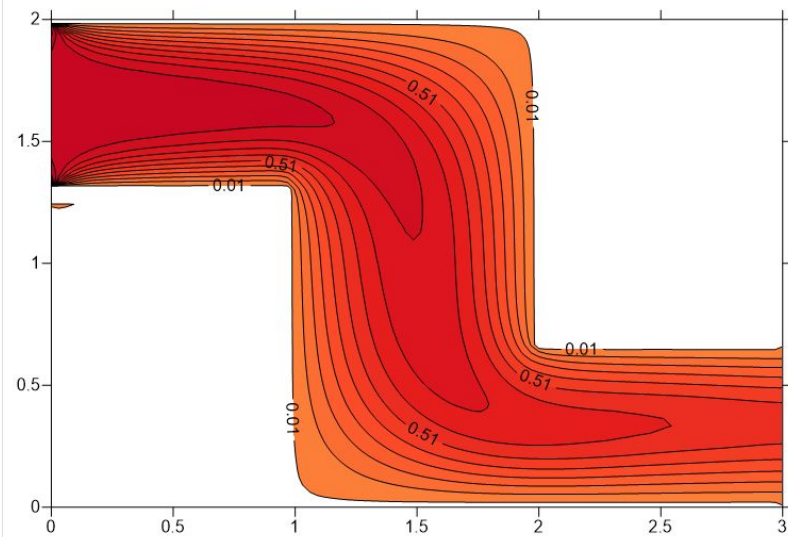
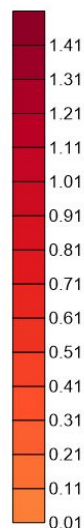
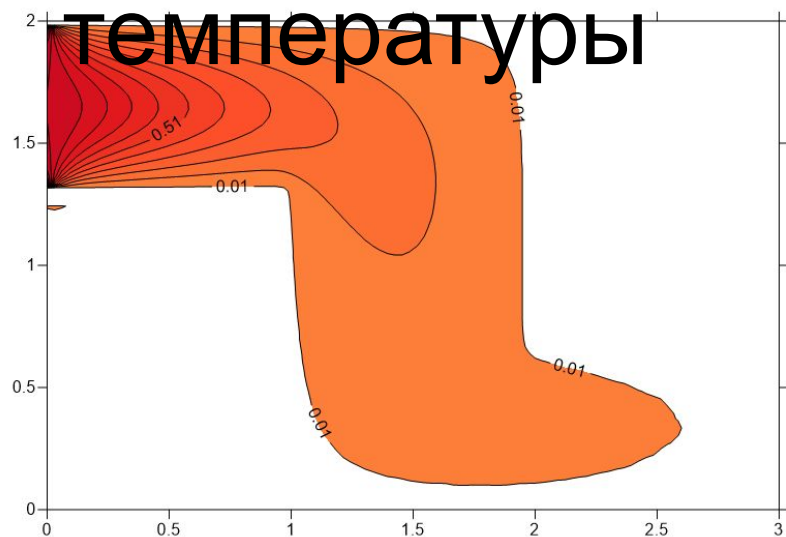


Влияние числа Re на профиль



Влияние числа Pr на профиль

температуры



Заключени е

Освоены численные методы решения задачи.

Использование дельта формы и метода расщепления.

Решение задачи в переменных «скорость - давление».

Рассмотрели движение жидкости в каналах, имеющих сложную геометрическую форму.





Национальный
исследовательский

**Томский
государственный
университет**

**Спасибо за
внимание**



Физико-технический факультет