

Функция

$$y = \sin x$$

её свойства и график

Цель:

Изучить функцию $y = \sin x$

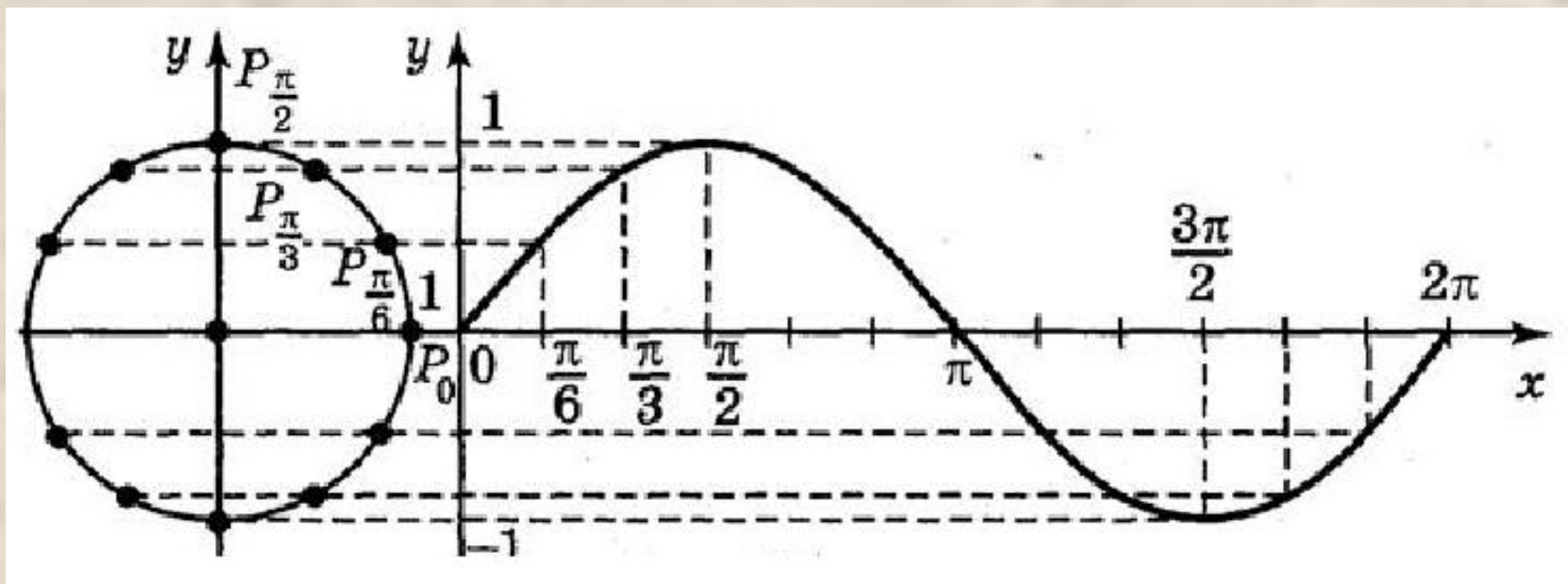
Задачи:

1. Изучить свойства функции $y = \sin x$.
2. Уметь применять свойства функции $y = \sin x$ и читать график.
3. Формировать практические навыки построения графика функции $y = \sin x$ на основе изученного теоретического материала.
4. Закрепить понятия с помощью выполнения заданий.

Функция $y = \sin x$ определена на всей числовой прямой, и множеством её значений является отрезок $[-1;1]$.

Следовательно, график этой функции расположен в полосе между прямыми $y = -1$ и $y = 1$.

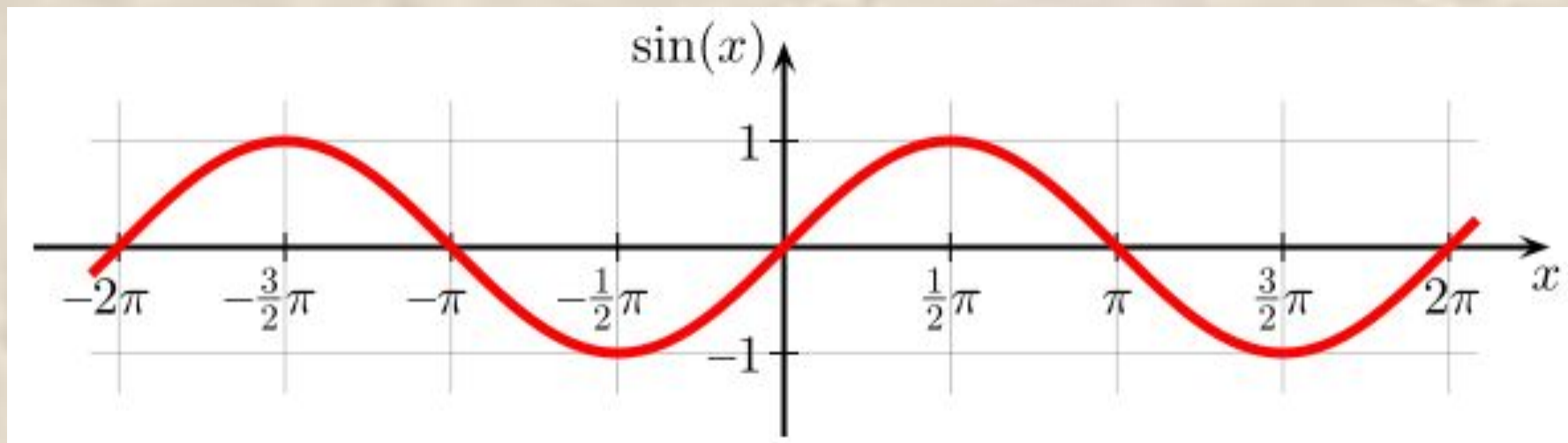
Так как функция $y = \sin x$ периодическая с периодом 2π , то достаточно построить её график на каком-нибудь промежутке **длиной 2π** , например, на отрезке $0 \leq x \leq 2\pi$, тогда на промежутках, получаемых сдвигами выбранного отрезка **на $2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$** , график будет таким же.



Функция $y = \sin x$ является нечётной. Поэтому её график симметричен относительно начала координат.

Для построения графика на отрезке $0 \leq x \leq 2\pi$ достаточно построить его для $0 \leq x \leq \pi$, а затем симметрично отразить его относительно начала координат

График функции $y = \sin x$



Кривая, являющаяся графиком функции $y = \sin x$, называется **синусоидой**.

Свойства функции $y = \sin x$

1. Область определения — множество \mathbb{R} всех действительных чисел. $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2. Множество значений $E(y) = [-1; 1]$

3. Функция периодическая с периодом $T = 2\pi$.

4. Функция нечётная $\sin(-x) = -\sin x$

(график симметричен относительно начала координат).

5. Функция ограничена и сверху, и снизу.

6. Функция $y = \sin x$ принимает:

- значение, равное 0 , при $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$;

- наибольшее значение, равное 1 , при $x = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

- наименьшее значение, равное -1 , при $x = -\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

7. Промежутки, на которых функция принимает
положительные значения при

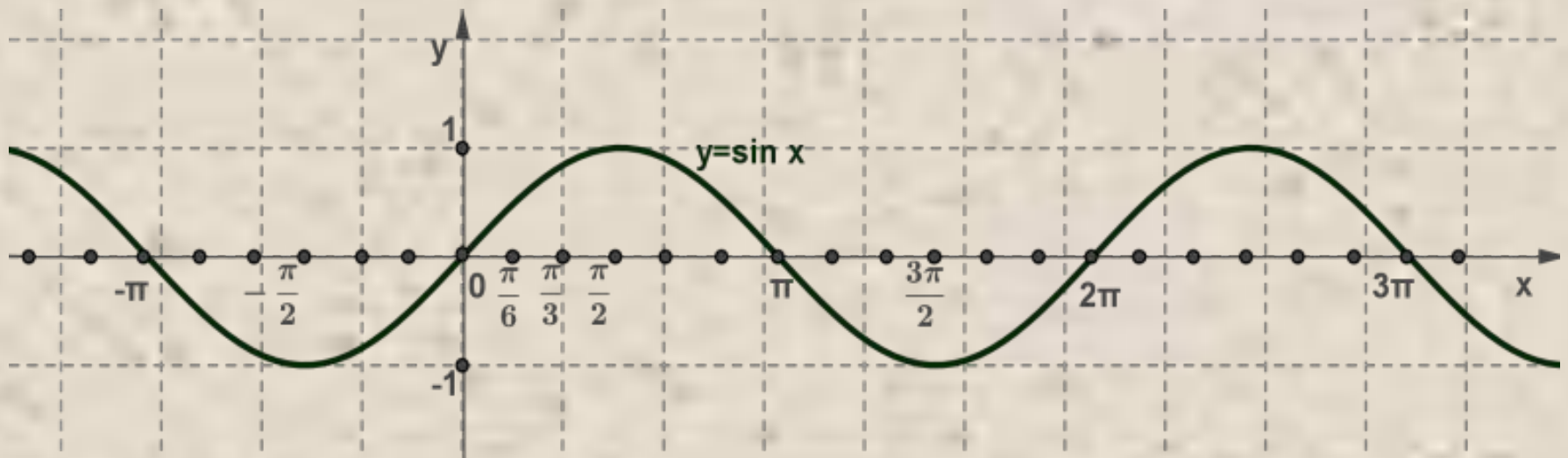
$$x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

Промежутки, на которых функция принимает отрицательные
значения при

$$x \in (-\pi + 2\pi n; 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

8. Функция возрастает на $x \in [-\pi/2 + 2\pi n; \pi/2 + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$

функция убывает на $x \in [\pi/2 + 2\pi n; 3\pi/2 + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$



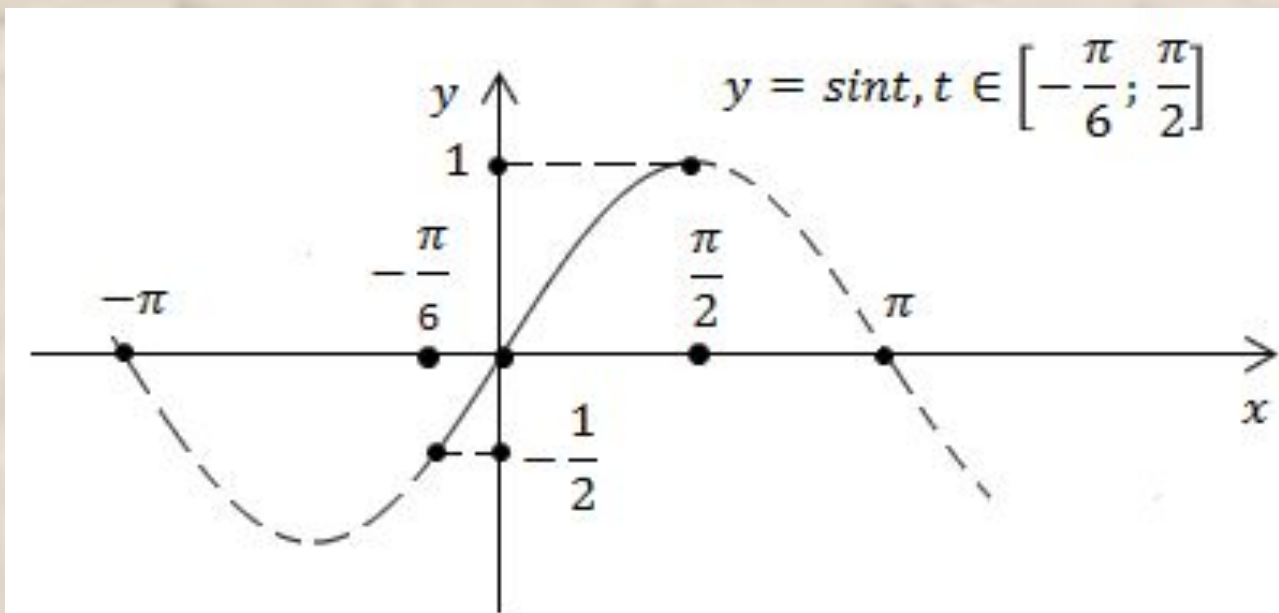
Решение задач

Задача 1.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \sin t$ на отрезке $[-\pi/6; \pi/2]$

Решение

Функция монотонно возрастает на указанном промежутке, значит, наибольшее значение принимает на правом конце отрезка $y(\pi/2) = 1$, а наименьшее значение принимает на его левом конце $y(\pi/6) = -1/2$

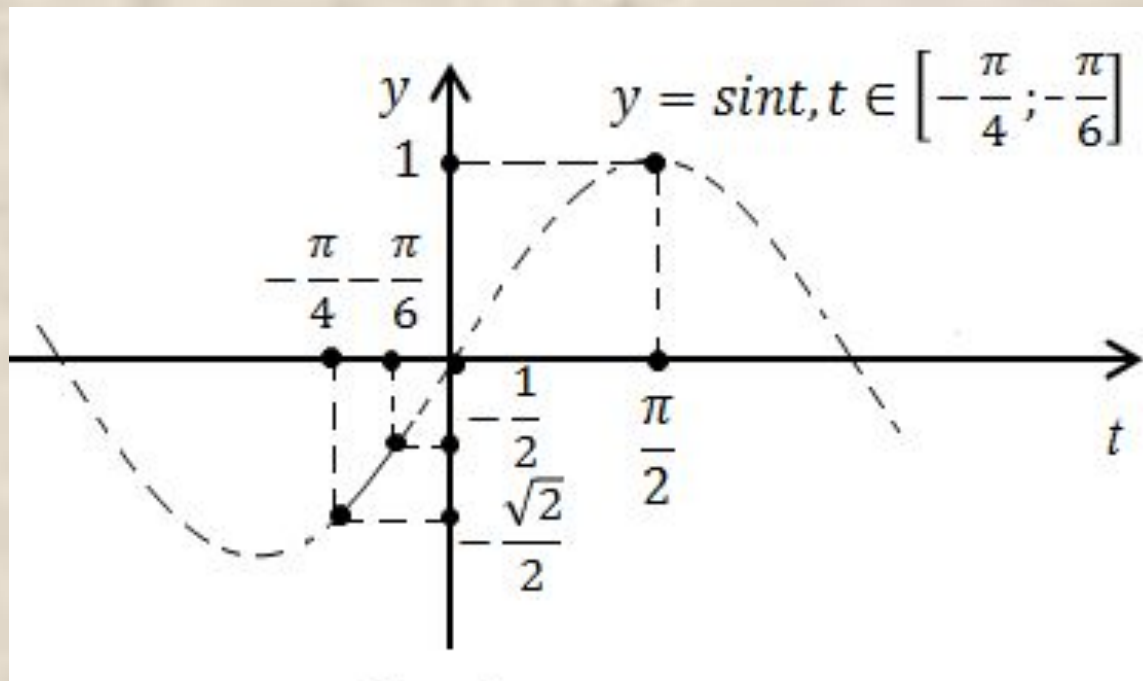


Задача 2.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \sin t$ на отрезке $[-\pi/4; -\pi/6]$

Решение

Функция монотонно возрастает на указанном промежутке, значит, наибольшее значение принимает на правом конце отрезка $y(-\pi/6) = -1/2$, а наименьшее значение принимает на его левом конце $y(-\pi/4) = -\sqrt{2}/2$



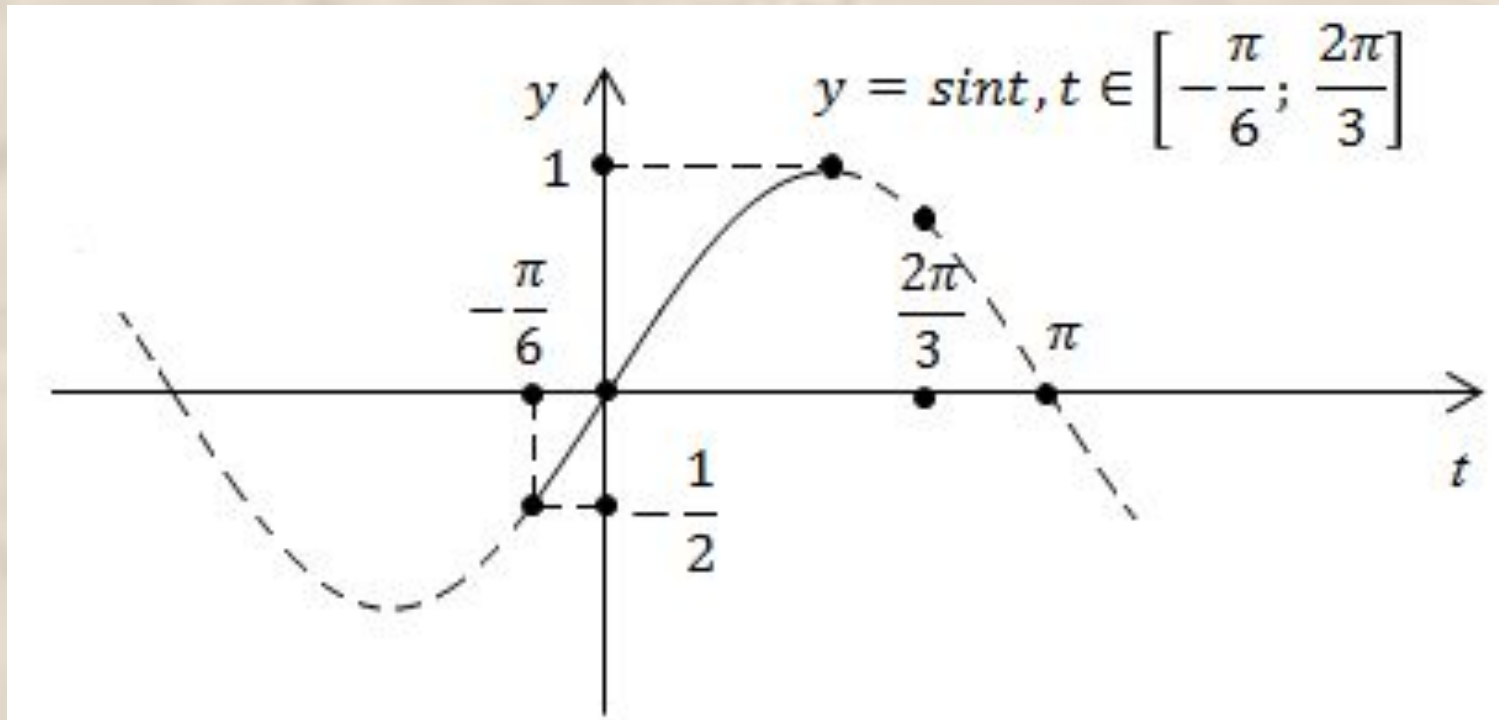
Задача 3.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \sin t$ на отрезке $[-\pi/6; 2\pi/3]$

Решение

На заданном промежутке функция немонотонна. На графике видим, что функция меняется в пределах $[-1/2; 1]$

Наименьшее $y(-\pi/6) = -1/2$, наибольшее $y(\pi/2) = 1$

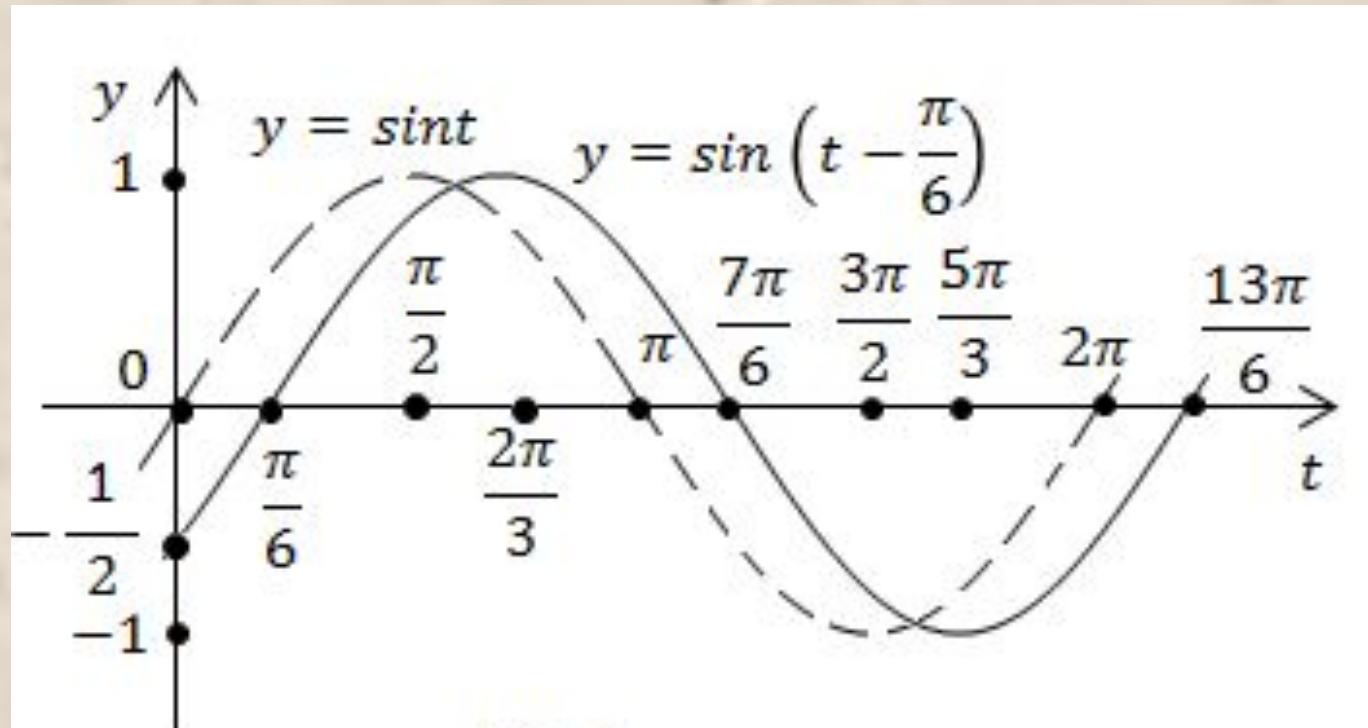


Задача 4.

Построить график функции $y = \sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right)$

Решение

Построим график функции $y = \sin t$. В силу периодичности достаточно будет рассмотреть график на участке $[0; 2\pi]$. Для получения искомого графика кривую $y = \sin t$ необходимо сдвинуть на $\pi/6$ вправо по оси x

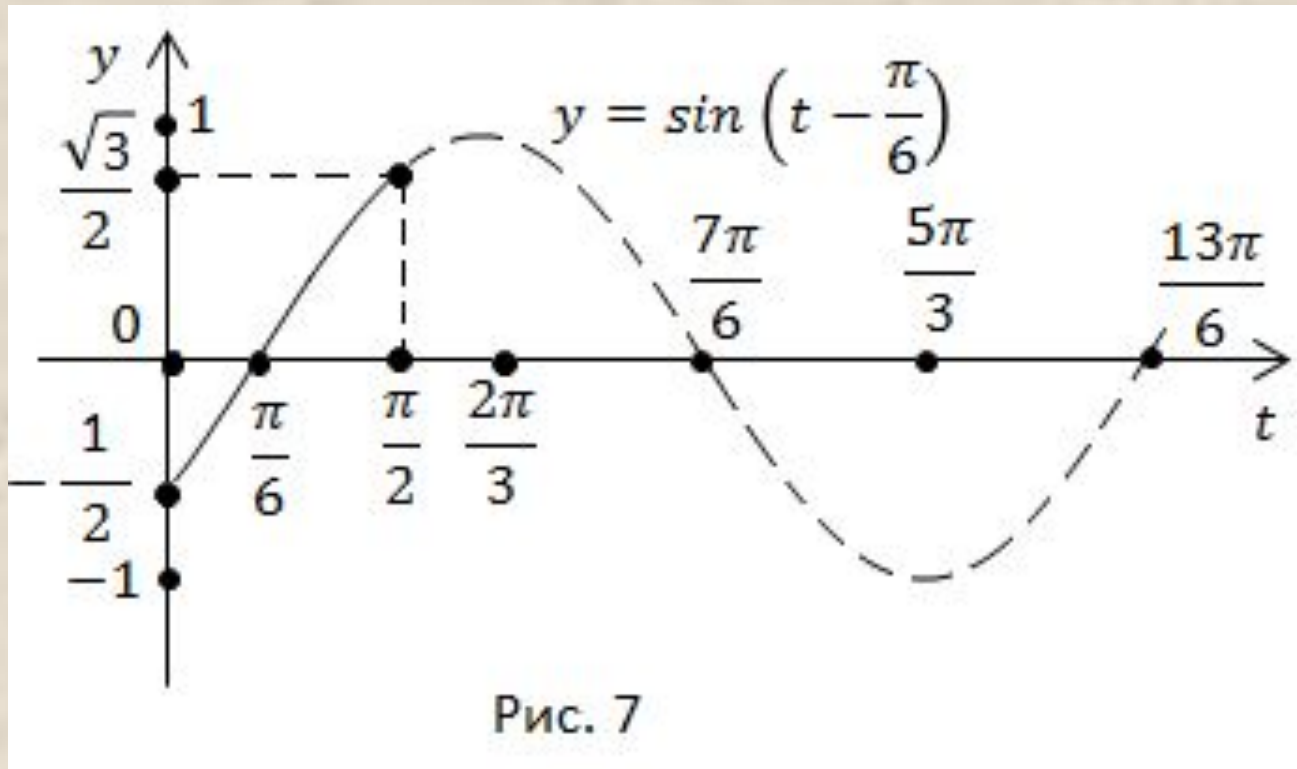


Задача 5.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции

$$y = \sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right) \quad \text{на отрезке } [0; \pi/2]$$

Решение



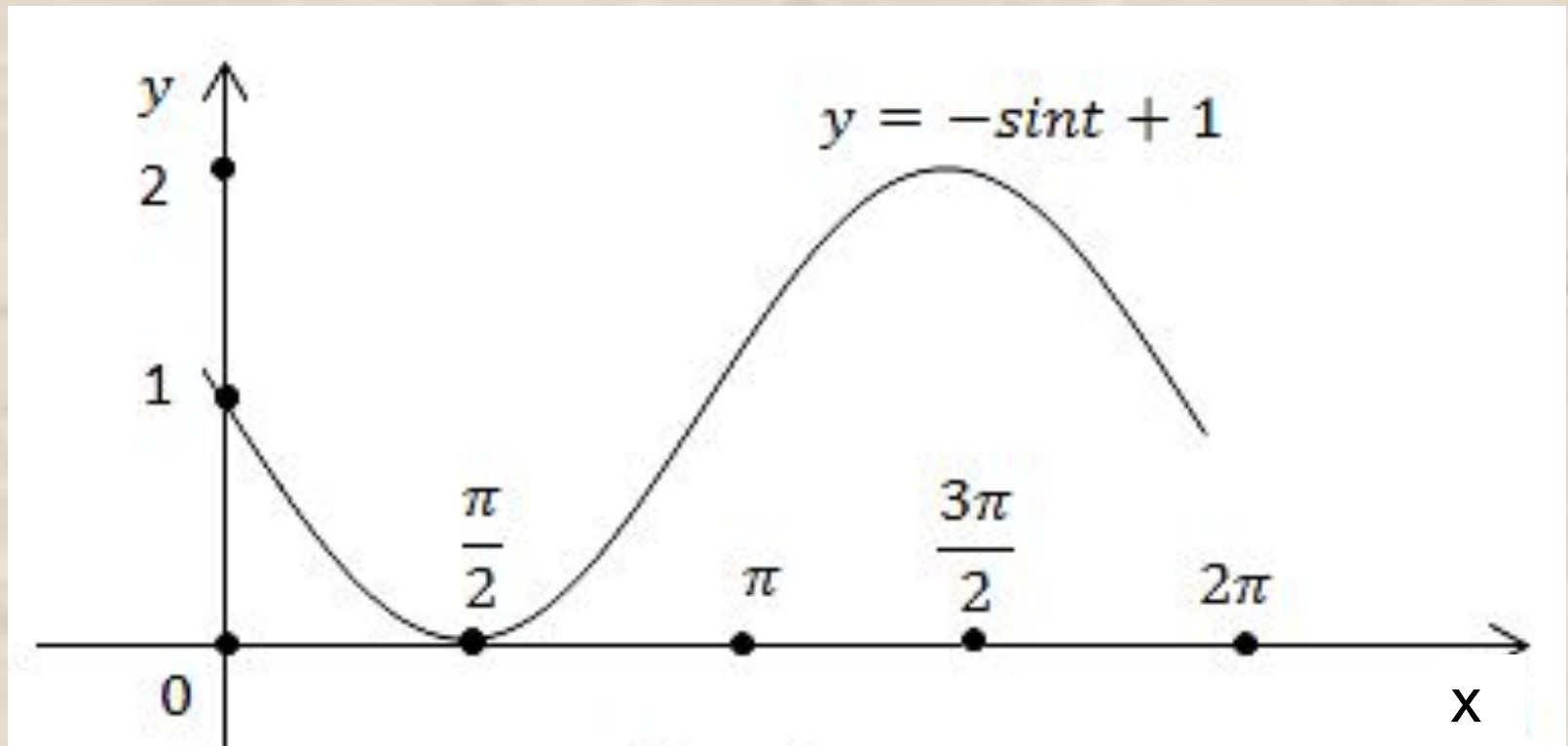
$$y_{\text{наиб}} = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad y_{\text{наим}} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

Задача 6.

Построить график функции $y = -\sin x + 1$ на $[0; 2\pi]$

Решение

Для этого необходимо построить график функции $y = \sin x$, отобразить его симметрично относительно оси Ox и сдвинуть на 1 вверх по оси Oy



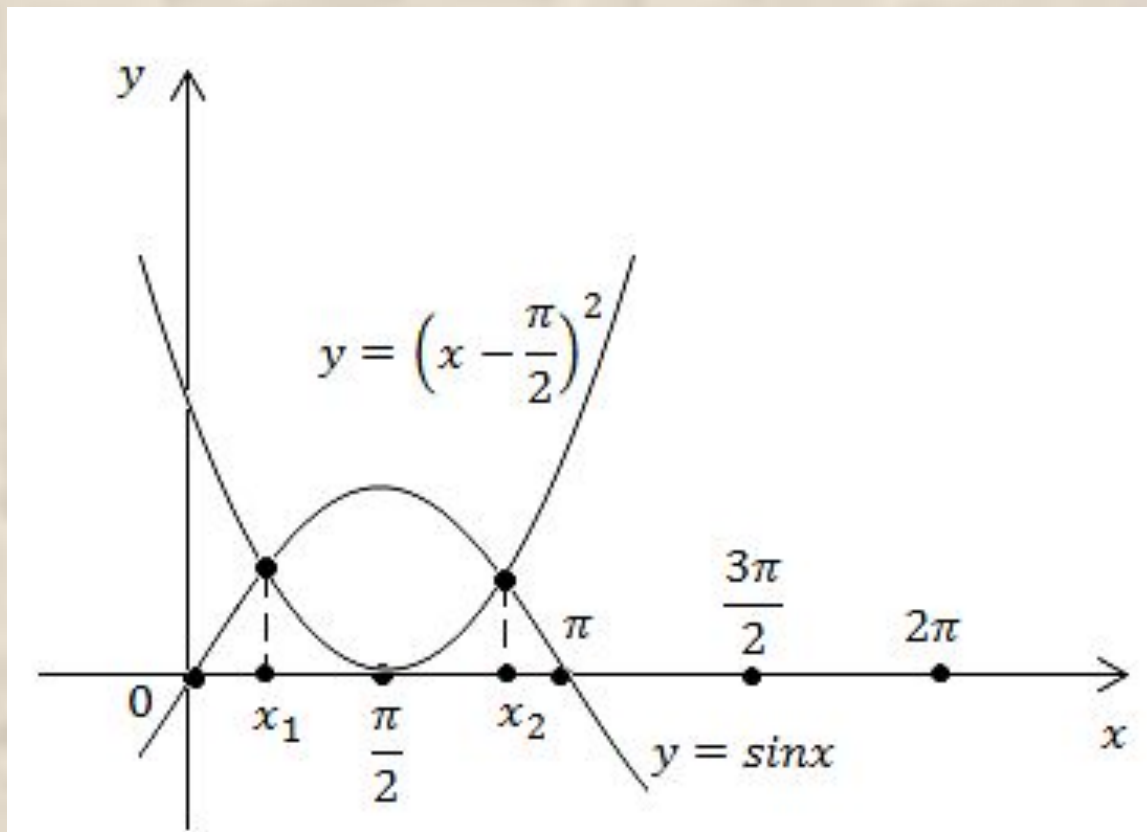
Задача 7.

Найти число решений уравнения $\sin x = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$

Решение

Построим в одних координатных осях графики функций

$$y = \sin x \quad \text{и} \quad y = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$$



Видно, что графики функций пересекаются в двух точках. Значит всего уравнение имеет два решения.

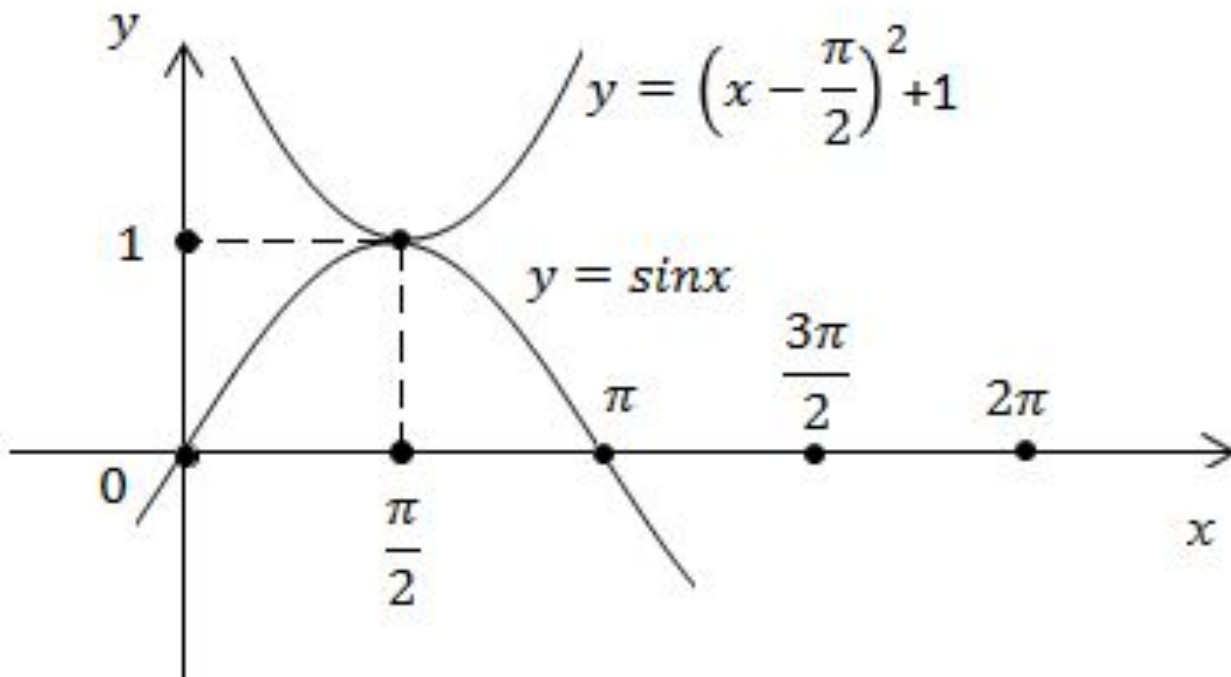
Задача 8.

Решить уравнение $\sin x = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + 1$

Решение

Построим в одних координатных осях графики функций

$$y = \sin x \quad \text{и} \quad y = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + 1$$



На рисунке видно, что построенные графики функций имеют только одну общую точку с абсциссой

$$\frac{\pi}{2}$$

Задания для самостоятельного решения

Постройте графики функций

1) $y = \sin x + 1;$

2) $y = \sin x - 1;$

3) $y = \sin (x + \pi/2)$

4) $y = \sin (x - \pi/3)$

5) Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \sin (x)$ на отрезке $[0; 4\pi/3]$

Заключение.

Мы рассмотрели график функции

$$y = \sin x ,$$

изучили особенности ее поведения,
использовали их и свойства функции при
решении задач, в том числе и задач с
параметром