Функция
$y = \sin x$
её свойства и график

Цель:

Изучить функцию **y = sinx**

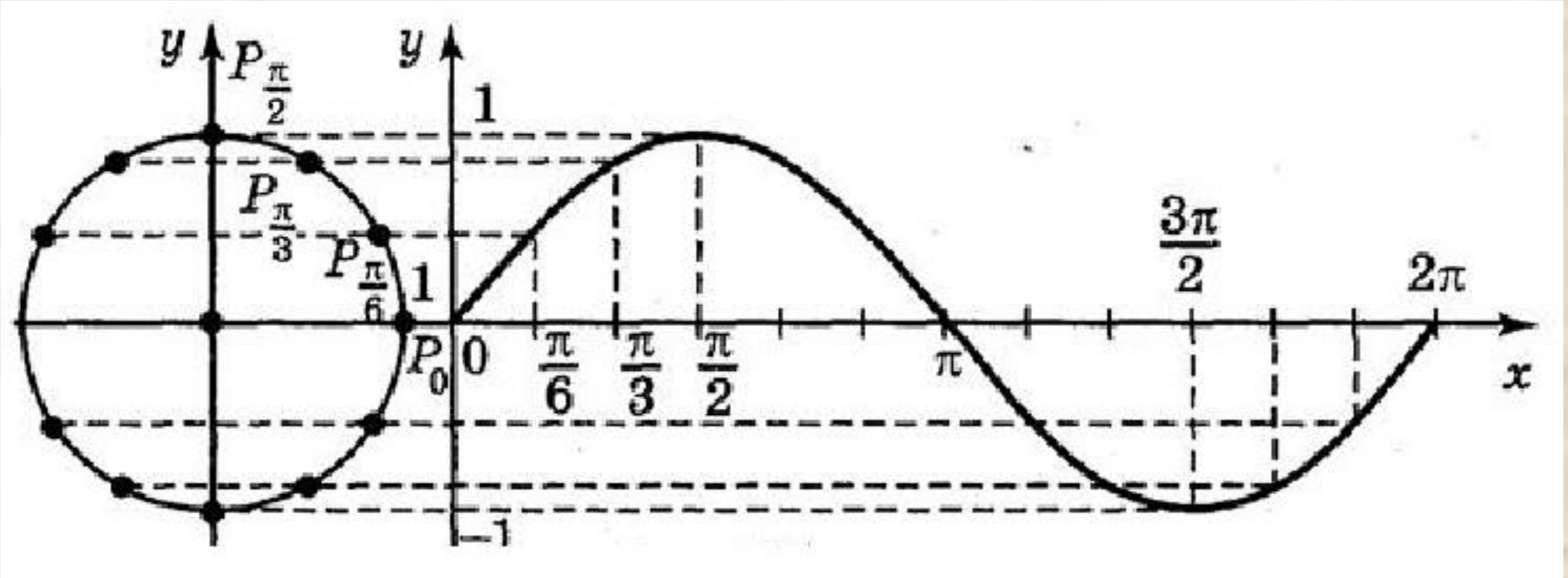
Задачи:

1. Изучить свойства функции **y = sin x.**
2. Уметь применять свойства функции **y = sin x** и читать график.
3. Формировать практические навыки построения графика функции **y = sin x** на основе изученного теоретического материала.
4. Закрепить понятия с помощью выполнения заданий.

Функция **y = sin x** определена на всей числовой прямой, и множеством её значений является отрезок [−1;1].

Следовательно, график этой функции расположен в полосе между прямыми **y= −1 и y=1.**

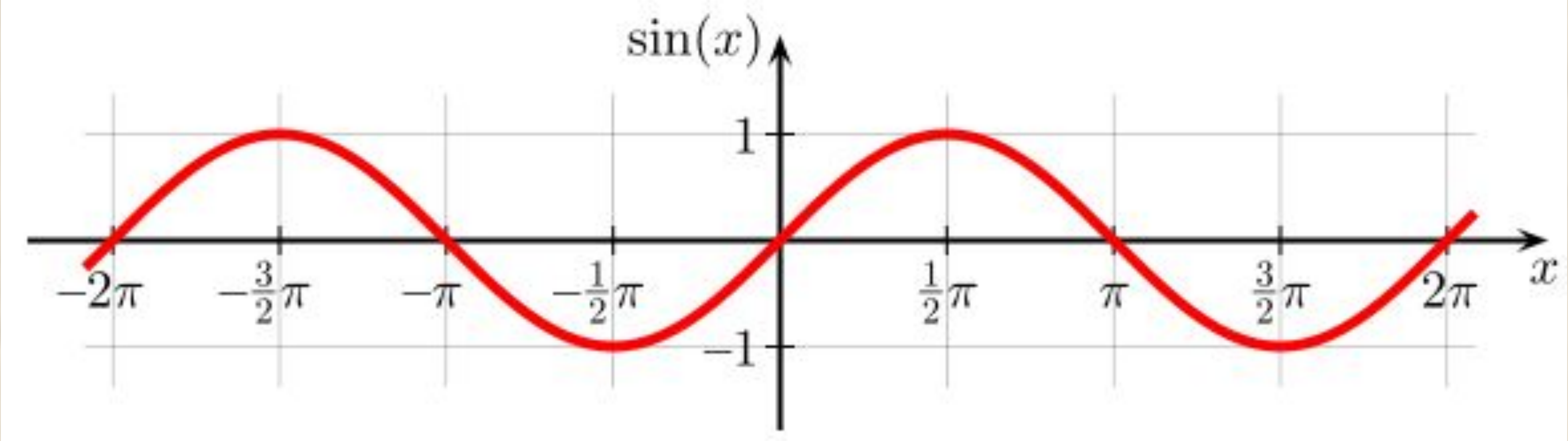
Так как функция **y = sin x** периодическая с периодом **2π**, то достаточно построить её график на каком-нибудь промежутке **длиной 2π**, например, на отрезке **0≤x≤2π**, тогда на промежутках, получаемых сдвигами выбранного отрезка **на 2πn, n∈Z,** график будет таким же.



Функция **y = sin x** является нечётной. Поэтому её график симметричен относительно начала координат.

Для построения графика на отрезке **0≤x≤2π** достаточно построить его для **0≤x≤π**, а затем симметрично отразить его **относительно начала координат**

<u>График функции y = sin x</u>



Кривая, являющаяся графиком функции **y=sinx,** называется **синусоидой**.

Свойства функции y = sin x

1. Область определения — множество R всех действительных чисел. **D(y) = (-∞; + ∞)**

2. Множество значений **E(y) = [−1;1]**

3. Функция периодическая с периодом **T= 2π**.

4. Функция нечётная **sin(-x) = -sin x**

(график симметричен относительно начала координат).

5. Функция ограничена и сверху, и снизу.

6. Функция y=sinx принимает:

- значение, равное **0**, при **$x=\pi n,\ n\in Z$;**

- наибольшее значение, равное **1**, при **$x=\pi/2+2\pi n,\ n\in Z$**;

- наименьшее значение, равное **−1**, при **$x=-\pi/2+2\pi n,\ n\in Z$;**

7. Промежутки, на которых функция принимает положительные значения при

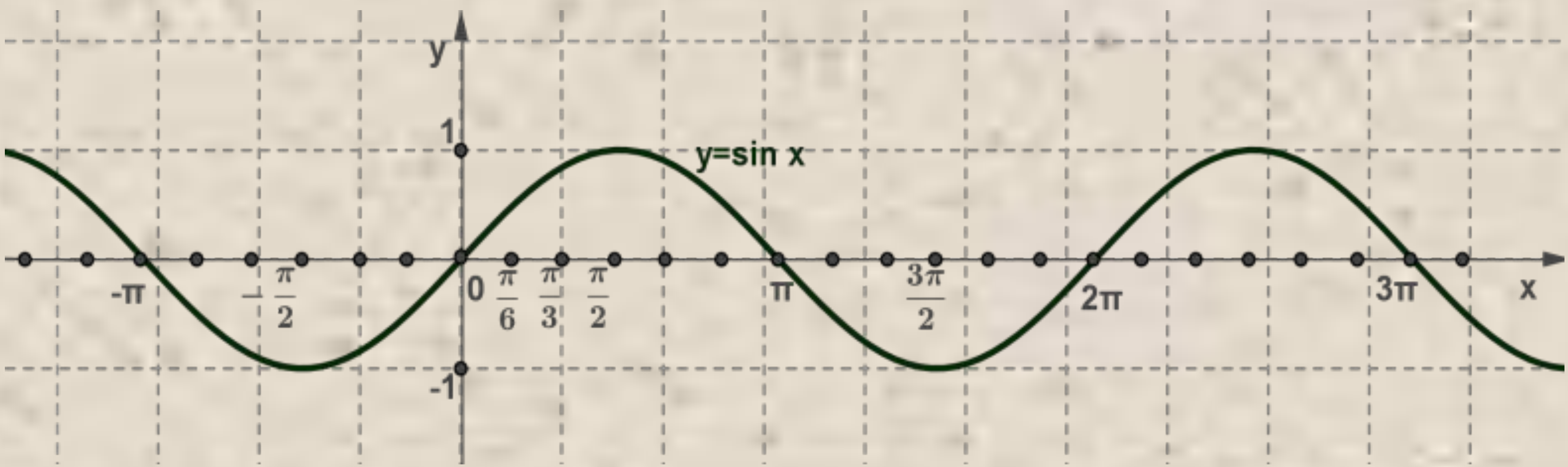
$x \in (2\pi n; \pi+2\pi n),\ n \in Z$

Промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения при

$x \in (-\pi+2\pi n; 2\pi n),\ n \in Z$

8. Функция возрастает на $x \in [-\pi/2 + 2\pi n; \pi/2 + 2\pi n],\ n \in Z$

функция убывает на $x \in [\pi/2 + 2\pi n; 3\pi/2 + 2\pi n],\ n \in Z$



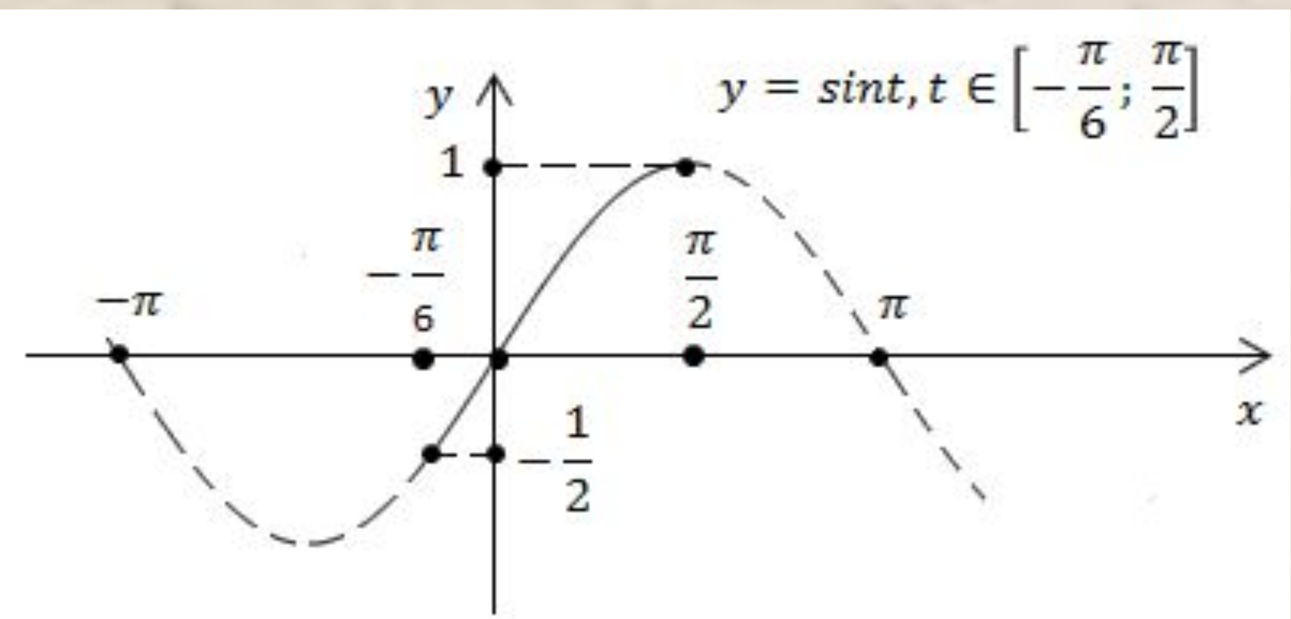
Решение задач

Задача 1.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции
y=sin t на отрезке [-π/6;π/2]

Решение

Функция монотонно возрастает на указанном промежутке, значит, наибольшее значение принимает на правом конце отрезка y(π/2)=1, а наименьшее значение принимает на его левом конце y(π/6) = -1/2

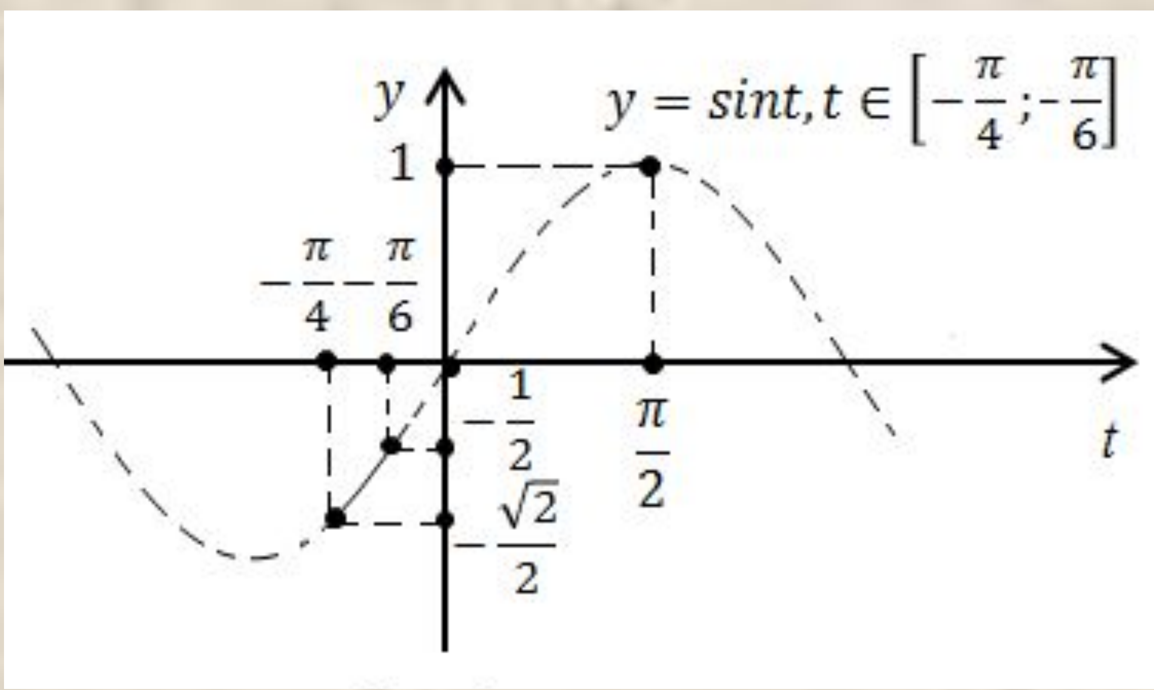


Задача 2.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y=\sin t$ на отрезке $[-\pi/4; -\pi/6]$

Решение

Функция монотонно возрастает на указанном промежутке, значит, наибольшее значение принимает на правом конце отрезка $y(-\pi/6) = -1/2$, а наименьшее значение принимает на его левом конце $y(-\pi/4) = -\sqrt{2}/2$

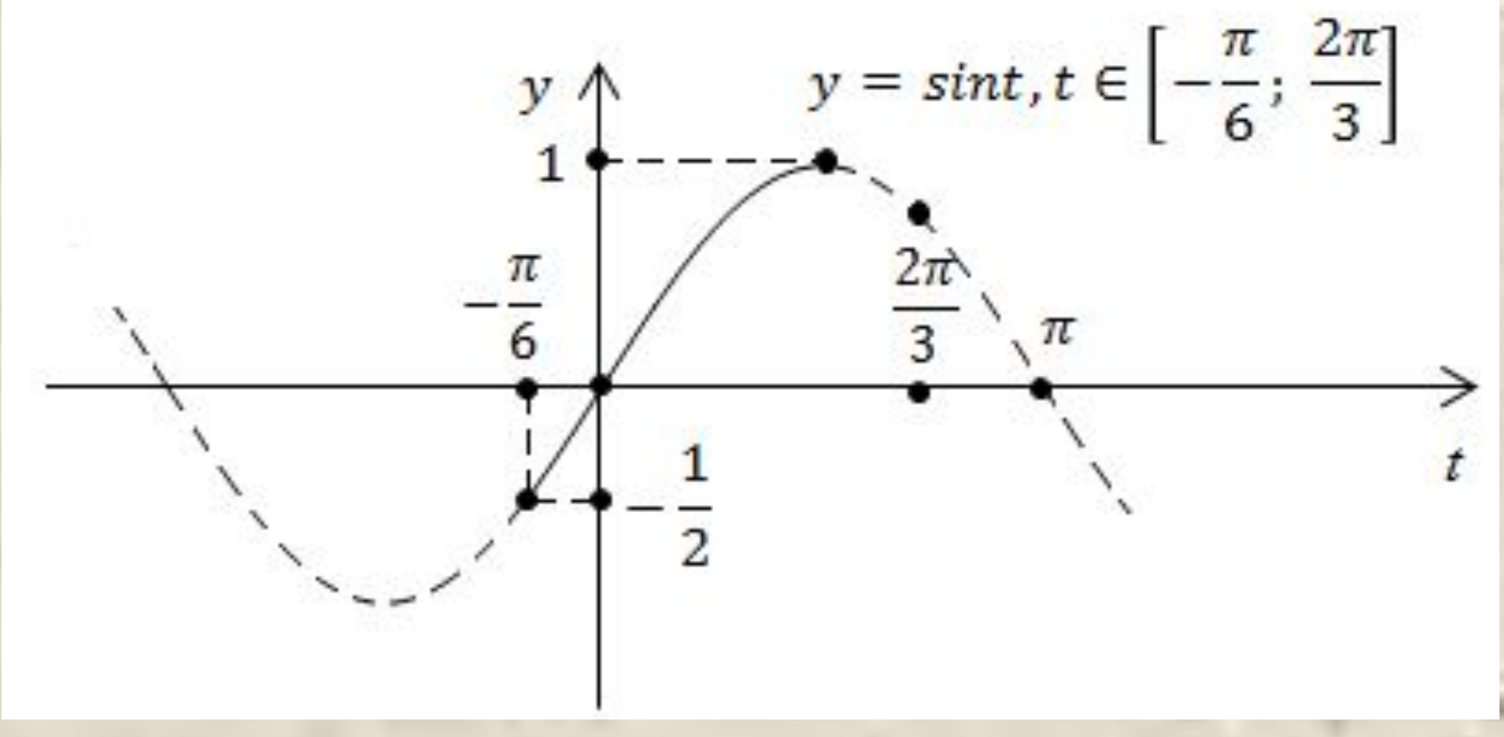


Задача 3.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y=\sin t$ на отрезке $[-\pi/6; 2\pi/3]$

Решение

На заданном промежутке функция немонотонна. На графике видим, что функция меняется в пределах $[-1/2; 1]$ Наименьшее $y(-\pi/6) = -1/2$, наибольшее $y(\pi/2) = 1$

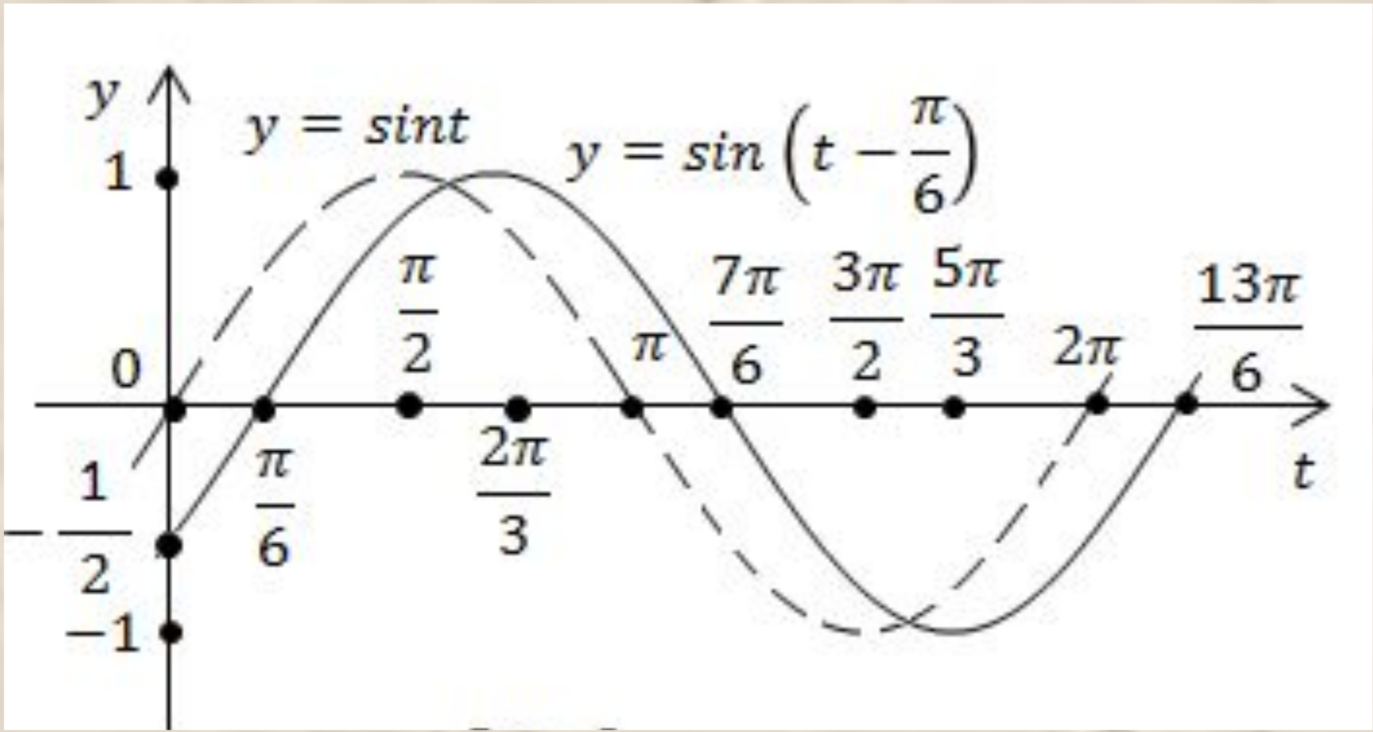


Задача 4.

Построить график функции $y = \sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right)$

Решение

Построим график функции y = sin t. В силу периодичности достаточно будет рассмотреть график на участке [0;2π]. Для получения искомого графика кривую y = sin t необходимо сдвинуть на π/6 вправо по оси x



Задача 5.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции

$y = \sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right)$ на отрезке [0; π/2]

Решение

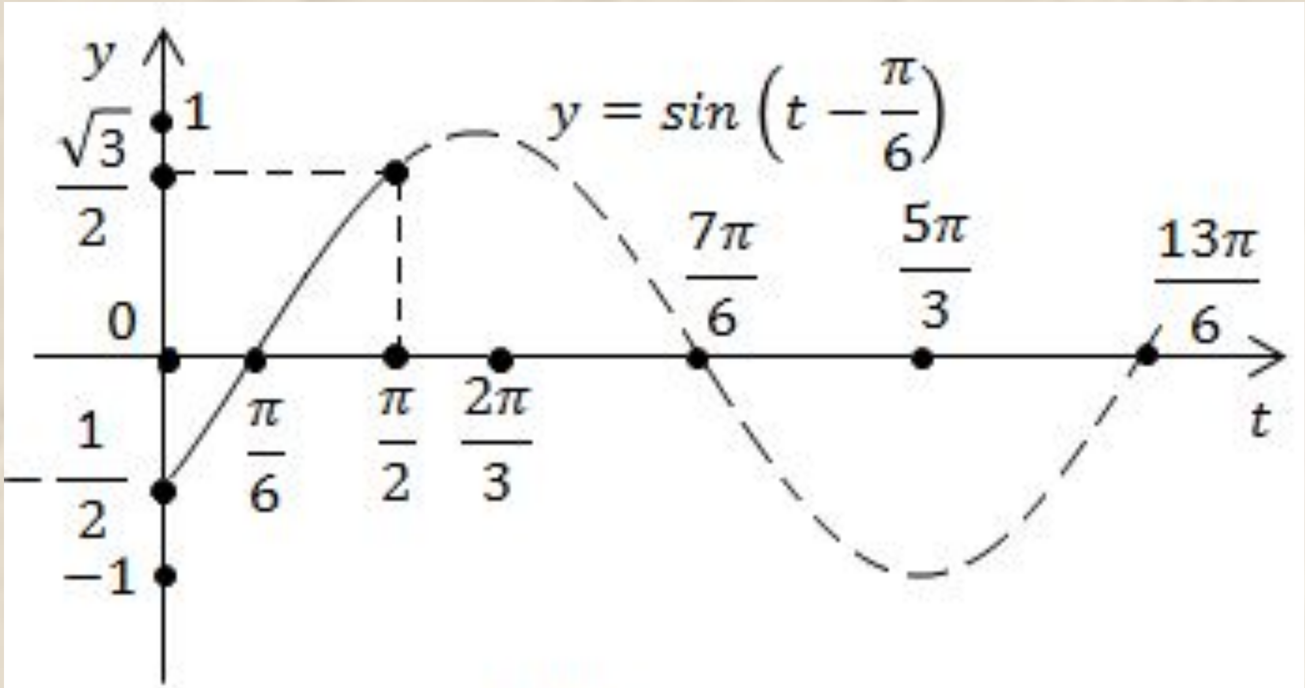


Рис. 7

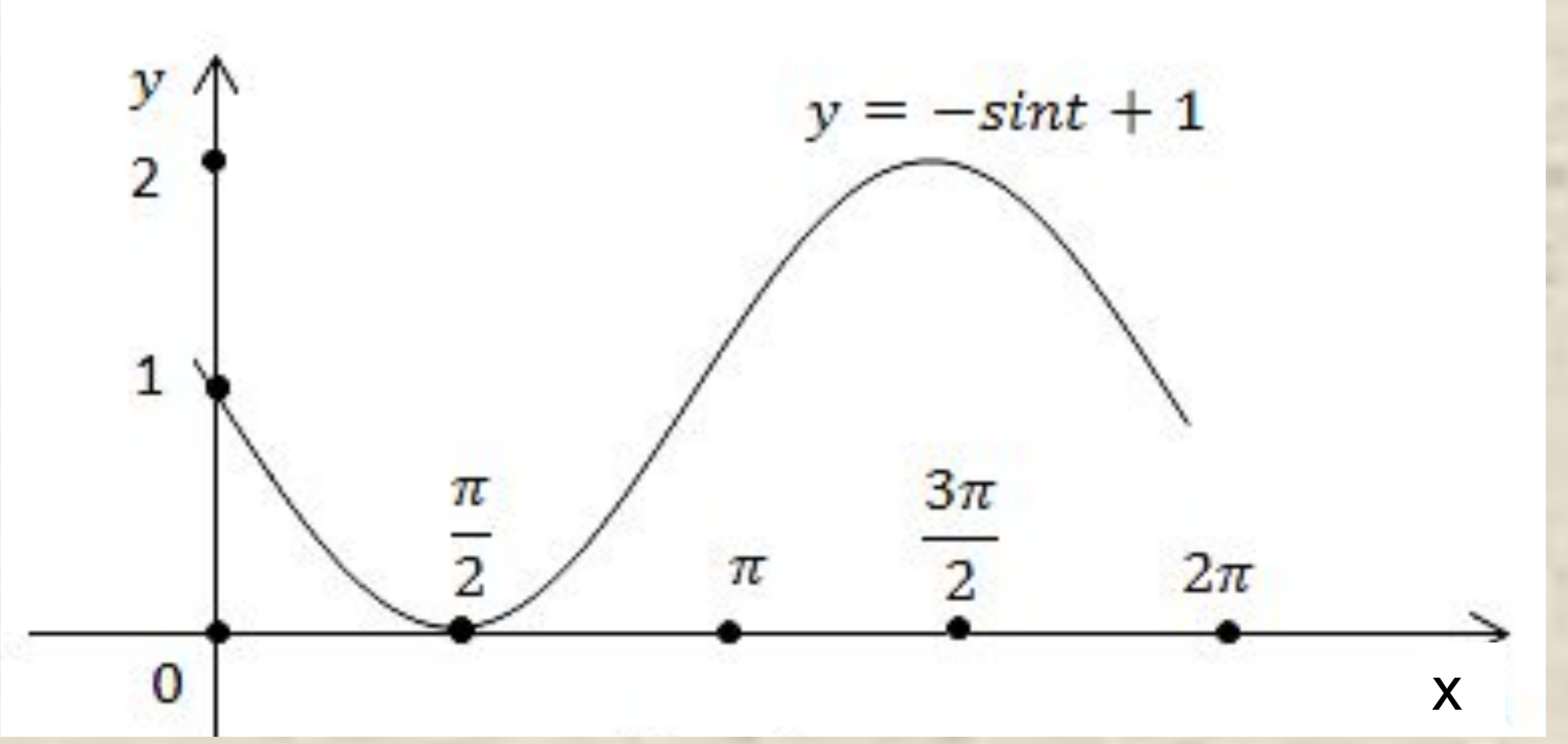
$$y_{наиб} = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad y_{наим} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

Задача 6.

Построить график функции y = - sin x +1 на [0; 2π]

Решение

Для этого необходимо построить график функции y = sin x, отобразить его симметрично относительно оси OX и сдвинуть на 1 вверх по оси OY



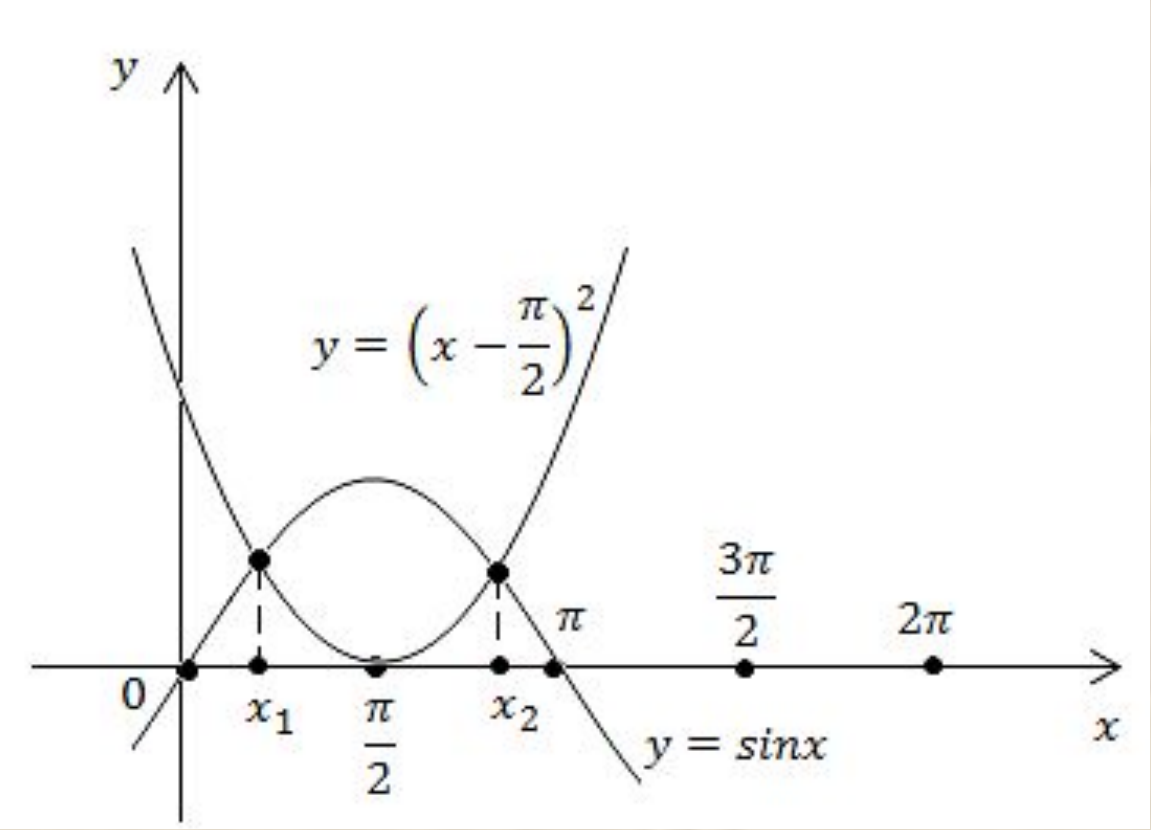
Задача 7.

Найти число решений уравнения $\sin = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$

Решение

Построим в одних координатных осях графики функций

$$y = \sin x \quad и \quad y = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$$



Видно, что графики функций пересекаются в двух точках. Значит всего уравнение имеет два решения.

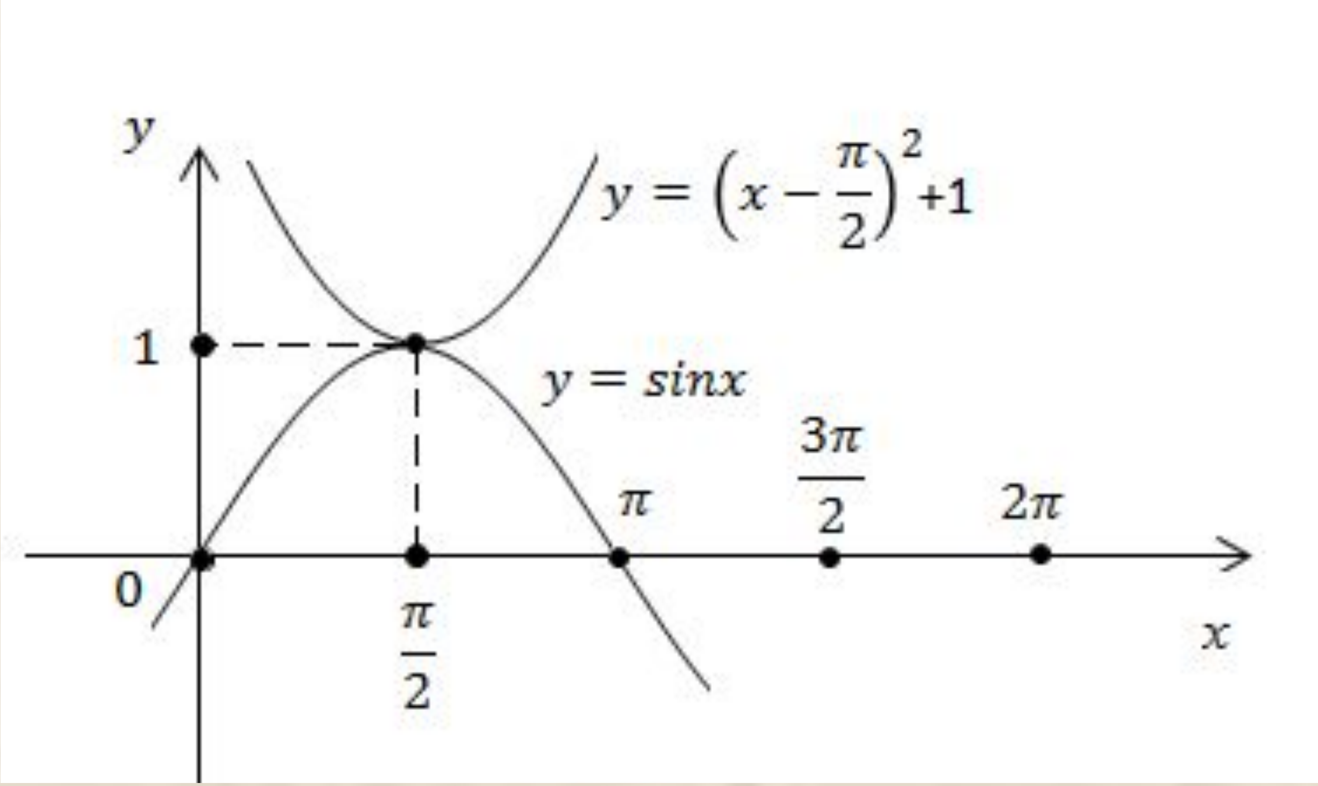
Задача 8.

Решить уравнение $$\sin x = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + 1$$

Решение

Построим в одних координатных осях графики функций

$$y = \sin x \quad и \quad y = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + 1$$



На рисунке видно, что построенные графики функций имеют только одну общую точку с абсциссой $\frac{\pi}{2}$

Задания для самостоятельного решения

Постройте графики функций

1) $y = \sin x + 1$;

2) $y = \sin x - 1$;

3) $y = \sin(x + \pi/2)$

4) $y = \sin(x - \pi/3)$

5) Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y=\sin(x)$ на отрезке $[0; 4\pi/3]$

Заключение.

Мы рассмотрели график функции
$y = \sin x$,
изучили особенности ее поведения, использовали их и свойства функции при решении задач, в том числе и задач с параметром