

**Распространение
электромагнитных волн в
анизотропных средах.**

Двойное лучепреломление в кристаллах.

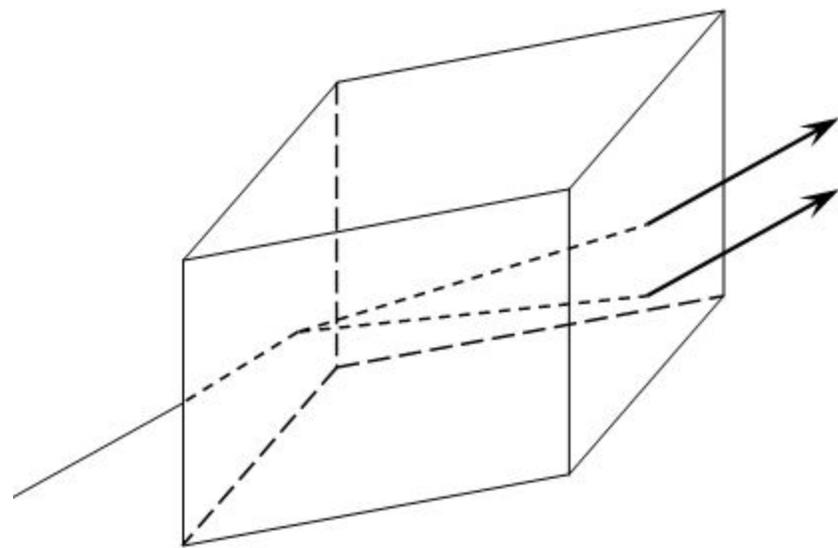


Рис.6.1

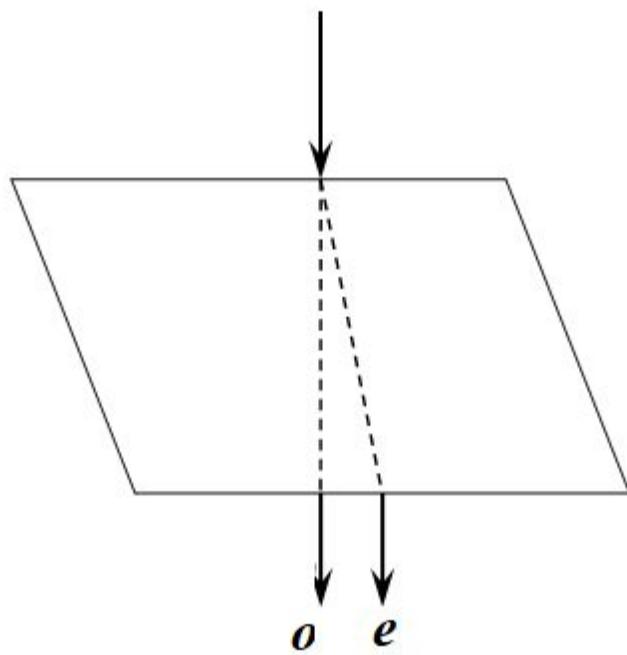


Рис.6.2

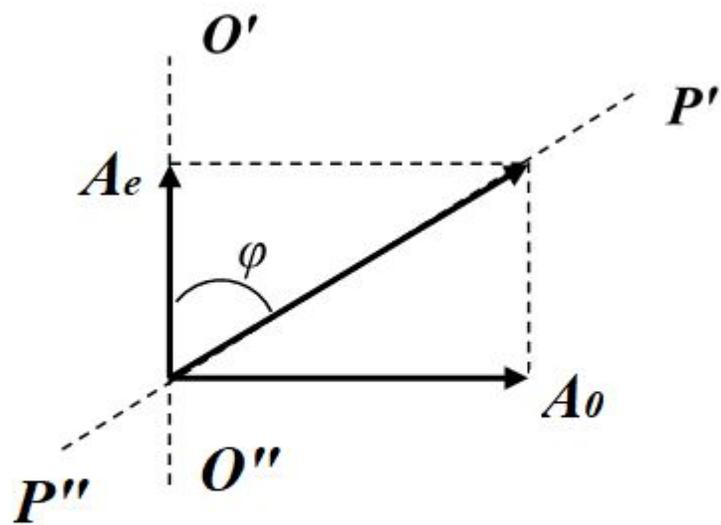


Рис.6.3

$$A_o = A \sin \phi$$

$$A_e = A \cos \phi$$

$$I_o = I \sin^2 \phi \quad I_e = I \cos^2 \phi$$

$$I_o/I_e = \operatorname{tg}^2 \phi.$$

правилами Малюса

1. Направления векторов E и D не совпадают.
2. Скорость волны зависит от направления распространения и поляризации.
3. Скорость и направление распространения фазы волны не совпадает с направлением и скоростью распространения её энергии (луча).

Неколлинеарность векторов E и D .

$$\varepsilon \rightarrow \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx}, \varepsilon_{zy}, \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

$$D_i = \sum_k \varepsilon_{i,k} E_k \quad i, k = x, y, z$$

$$\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ki}.$$

$$\varepsilon \rightarrow \begin{pmatrix} \varepsilon_x, 0, 0 \\ 0, \varepsilon_y, 0 \\ 0, 0, \varepsilon_z \end{pmatrix}$$

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ – главные значения диэлектрической постоянной.

$$D_i = \varepsilon_i E_i, \quad i = x, y, z$$

$$\vec{D} = \varepsilon_x E_x \vec{i} + \varepsilon_y E_y \vec{j} + \varepsilon_z E_z \vec{k}$$

Скорость распространения волны.

$$\varepsilon_x x^2 + \varepsilon_y y^2 + \varepsilon_z z^2 = 1$$

$$n_x^2 x^2 + n_y^2 y^2 + n_z^2 z^2 = 1$$

Это – лучевой эллипсоид или эллипсоид Френеля.

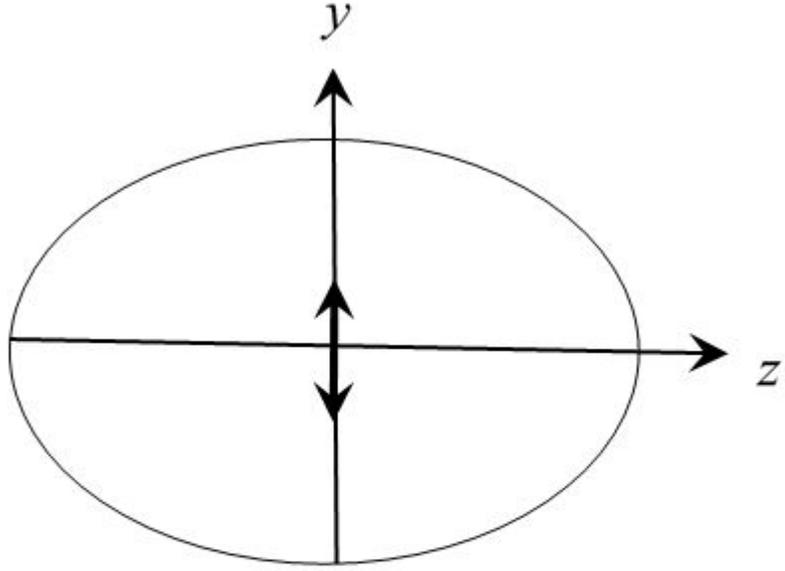


Рис.6.4

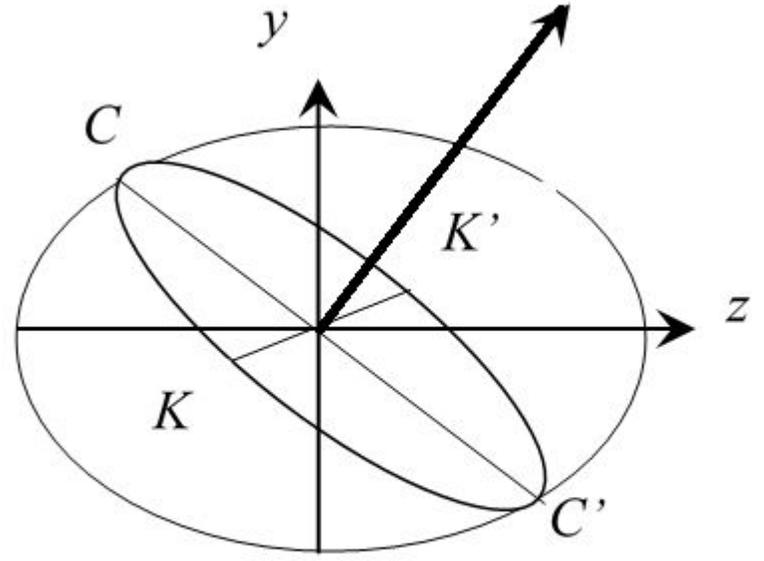


Рис.6.5

- Если $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z$, то эллипсоид переходит в сферу, среда изотропна
- Если $\epsilon_x = \epsilon_y \neq \epsilon_z$, эллипсоид переходит в эллипсоид вращения. Это – **одноосный кристалл**. Обычно обозначают $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_{\perp}$ $\epsilon_z = \epsilon_{\parallel}$
- Если $\epsilon_x \neq \epsilon_y \neq \epsilon_z$ – это **двуосный кристалл**.

Направление распространения фазы и ВОЛНЫ.

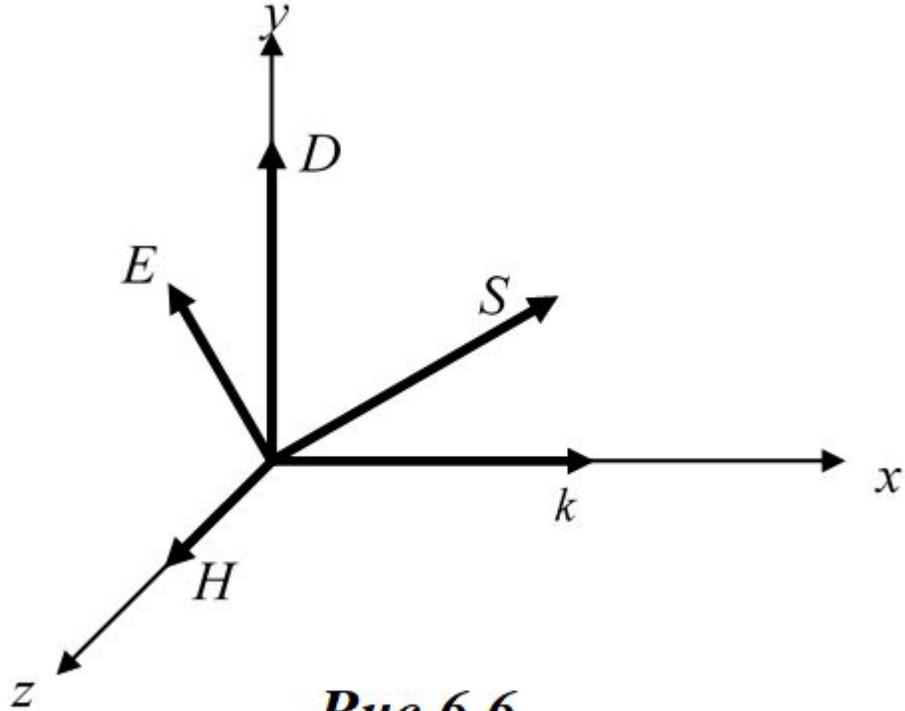


Рис.6.6

$$\vec{D} = \vec{D}_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = i\omega H,$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -ikH,$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial H}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = i\omega H,$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$0 = \frac{i\omega}{c} D_x$$

$$ikH_z = \frac{i\omega}{c} D_y$$

$$-ikH_y = \frac{i\omega}{c} D_z$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -ikH,$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = -\frac{\partial H_z}{\partial x} \vec{e}_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} \vec{e}_z = \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t} \vec{e}_x + \frac{1}{c} \frac{\partial D_y}{\partial t} \vec{e}_y + \frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t} \vec{e}_z$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial E_z}{\partial x} \vec{e}_y + \frac{\partial E_y}{\partial x} \vec{e}_z = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} \vec{e}_x - \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} \vec{e}_y - \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} \vec{e}_z$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{i\omega}{c} H_x \\ ikE_z &= -\frac{i\omega}{c} H_y \\ ikE_y &= \frac{i\omega}{c} H_z \end{aligned} \right\}$$

$$\mathbf{D} \perp \mathbf{H} \perp \mathbf{k} -$$

тройка взаимно перпендикулярных векторов.

Направления векторов \mathbf{D} и \mathbf{E} не совпадают,

но $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$. По определению:

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}, \mathbf{H}].$$

Следовательно, $\mathbf{E} \perp \mathbf{H} \perp \mathbf{S}$.

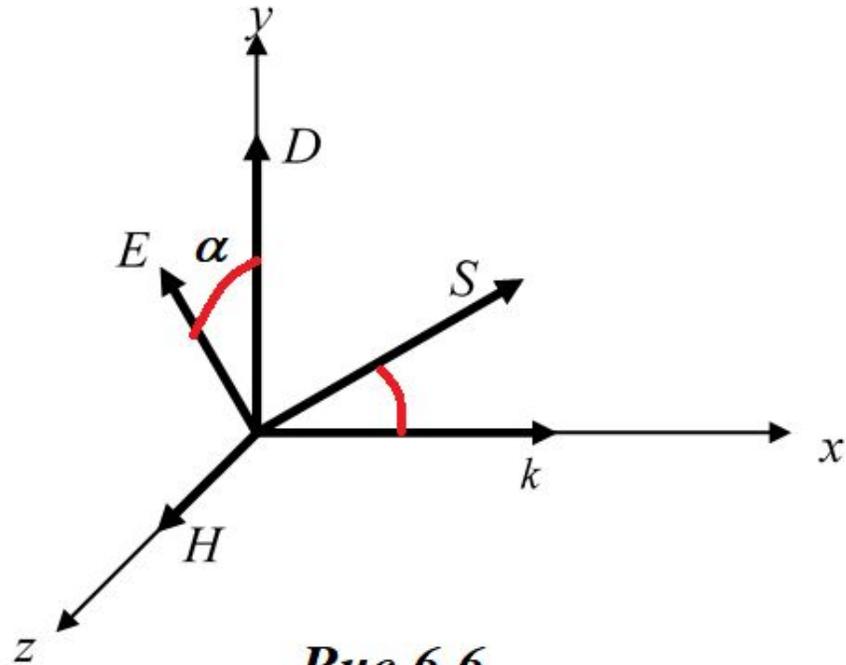


Рис.6.6

В анизотропной среде направления распространения фазы и энергии волны не совпадают. Соответственно, различны и скорости распространения фазы волны (фазовая скорость) и энергии волны (лучевая скорость).

$$v = uc \cos \alpha$$

Полуволновая и четвертьволновая пластинки.

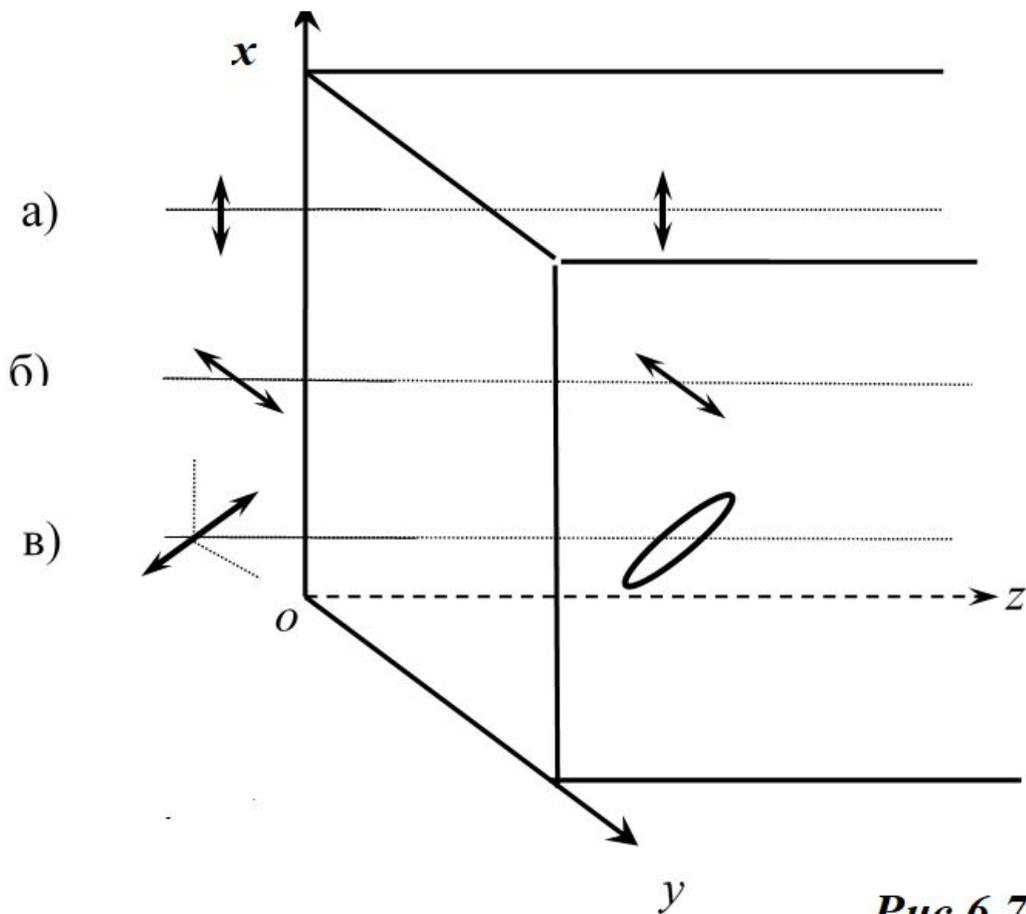


Рис.6.7

а) E коллинеарен оси x $E \parallel ox$

$$E_x = E_{0x} e^{i(\omega t - k_x z)}$$

$$k_x = \frac{2\pi n_x}{\lambda_0} = \frac{2\pi \sqrt{\epsilon_x}}{\lambda_0} \quad \frac{c}{\sqrt{\epsilon_x}}$$

$$D = D_x = \epsilon_x E_x.$$

б) E коллинеарен оси Y : $E \parallel oy$.

$$E_y = E_{0y} e^{i(\omega t - k_y z)}$$

$$k_y = \frac{2\pi n_y}{\lambda_0} = \frac{2\pi \sqrt{\epsilon_y}}{\lambda_0} \quad \frac{c}{\sqrt{\epsilon_y}}$$

$$D = D_y = \epsilon_y E_y.$$

в) Вектор E составляет некоторый угол α с осью x .

в) Вектор E составляет некоторый угол α с осью x .

$$E_x = E_0 \cos \alpha e^{i(\omega t - k_x z)}$$

$$E_y = E_0 \sin \alpha e^{i(\omega t - k_y z)}$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\sqrt{\varepsilon_x} - \sqrt{\varepsilon_y} \right) z$$

Если кристалл одноосный, и, например, его ось параллельна оси y , то луч E_x – обыкновенный, а луч E_y – необыкновенный.

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_o - n_e) d,$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_o - n_e)d$$

Выражение $\Delta = (n_o - n_e)d$ называется *разностью хода* лучей. Если $\Delta = \lambda/4$, то разность фаз, вносимая пластинкой, будет $\pi/2$, и плоско поляризованный свет превращается в эллиптически поляризованный, причем оси эллипса совпадают с главными направлениями кристалла. Если плоскость поляризации падающего света составляет 45° с осью, то обыкновенный и необыкновенный лучи имеют одинаковую интенсивность и прошедший свет будет поляризован по кругу. Пластинка так и называется: *четвертьволновая пластинка*.

Пусть теперь $\Delta = \lambda/2$. Тогда разность фаз будет π , плоско поляризованный свет останется плоско поляризованным, но плоскость поляризации изменится – повернется симметрично оси (главного направления) кристалла. Это – *полуволновая пластинка*.

Построение Гюйгенса

Гюйгенс (*Huygens, 1629-1695 гг.*) предложил принцип, позволяющий по данному положению волнового фронта найти его положение в последующие моменты времени.

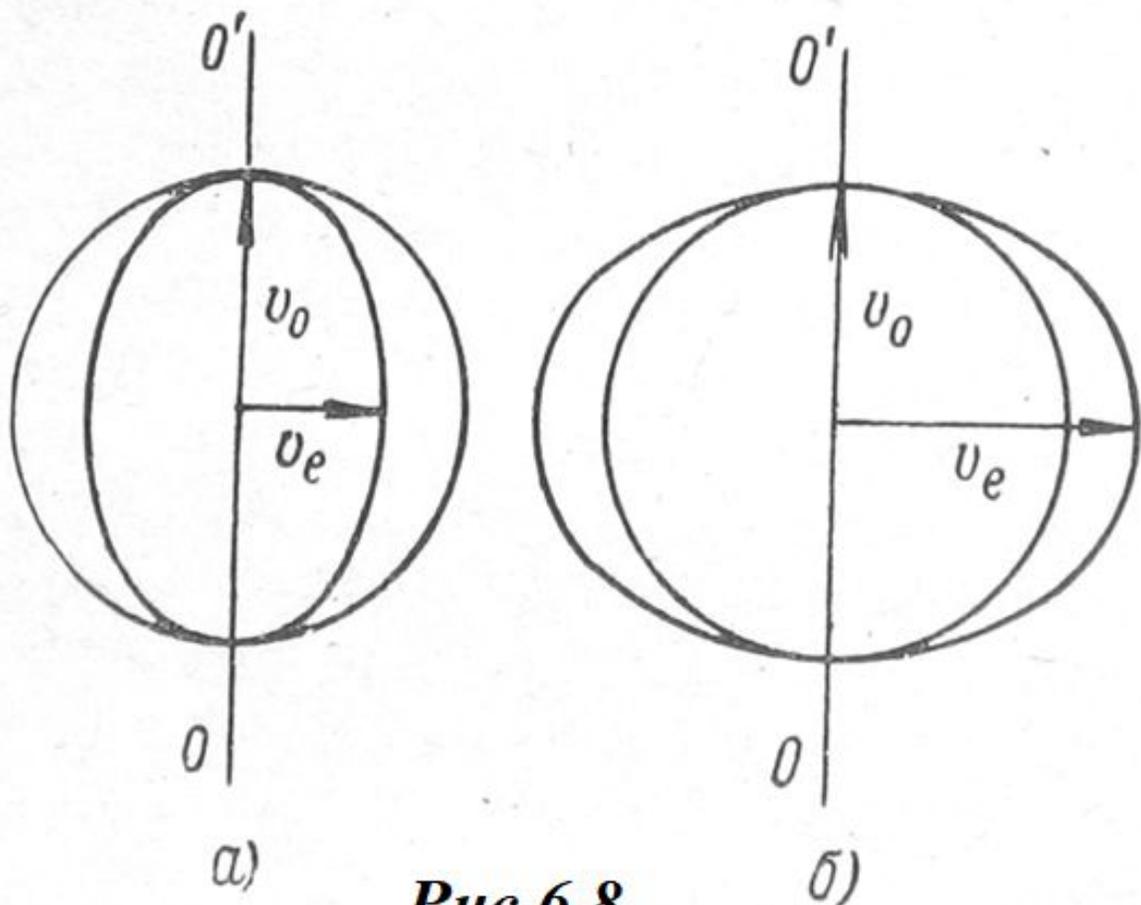


Рис.6.8

$$\sqrt{\varepsilon_{\perp}} = n_0$$

$$\sqrt{\varepsilon_{\parallel}} = n_e$$

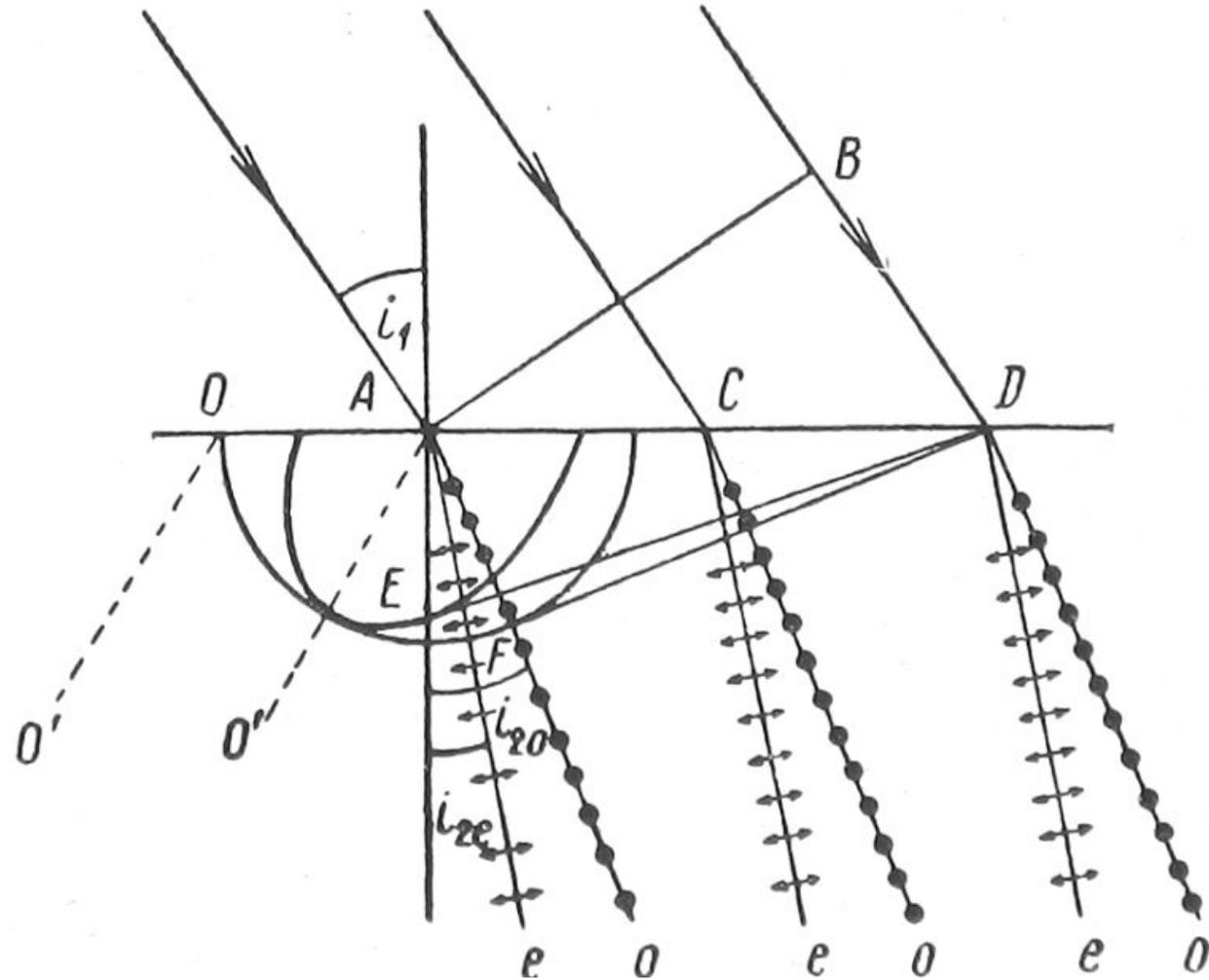
$$n_0 < n_e$$

а) – *положительный* кристалл

$$n_0 > n_e$$

б) – *отрицательный* кристалл

Пример построения Гюйгенса для частного случая ($n_0 < n_e$, оптическая ось OO' лежит в плоскости падения под углом к границе раздела).

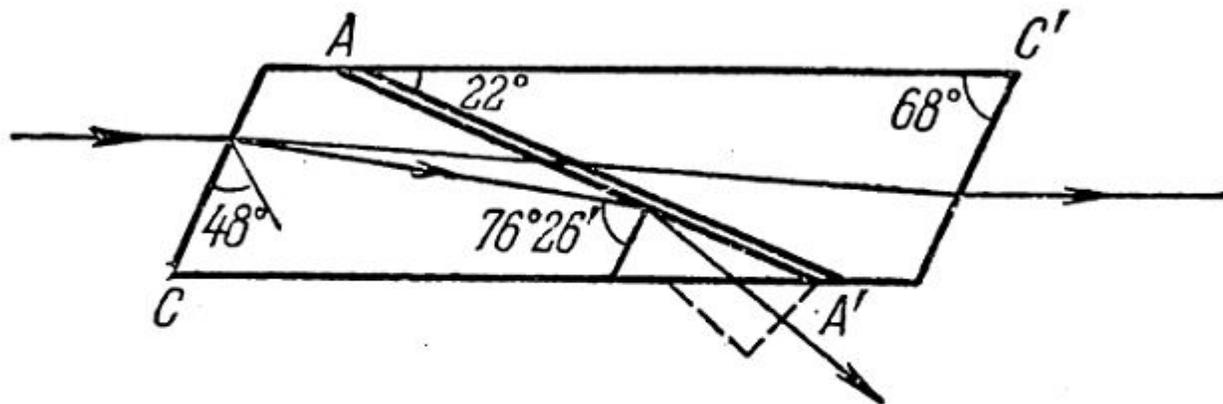


Получение и анализ поляризованного света.

а) *поляризационные призмы*

б) *двоупреломляющие призмы*

Призма Николя



Материал – исландский шпат

$$n_o = 1,658, \quad 1,486 \leq n_e \leq 1,658.$$

Рис.6.10

призма Волластона

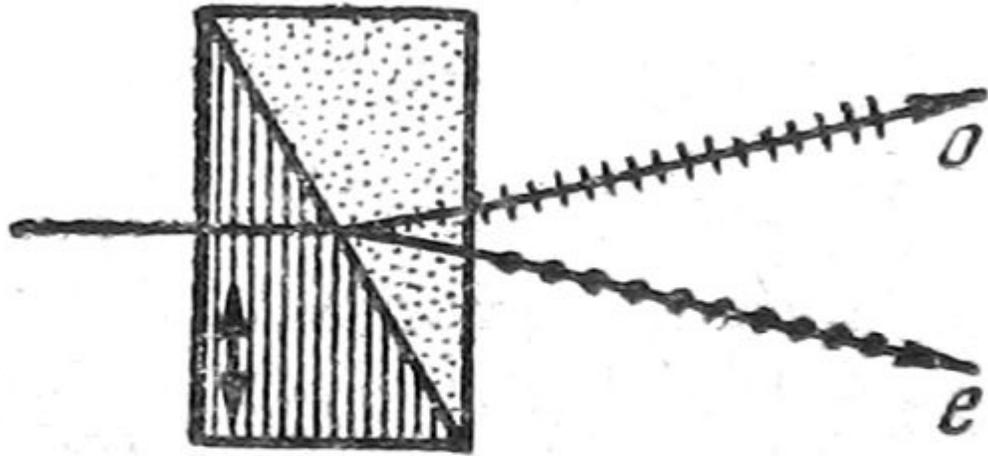


Рис.6.11

призма Рошона

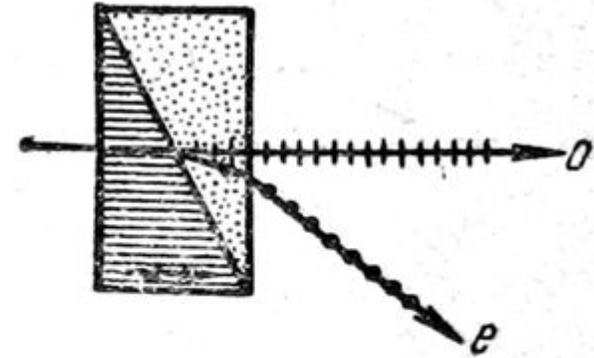


Рис.6.12

Поляроиды.

Компенсаторы

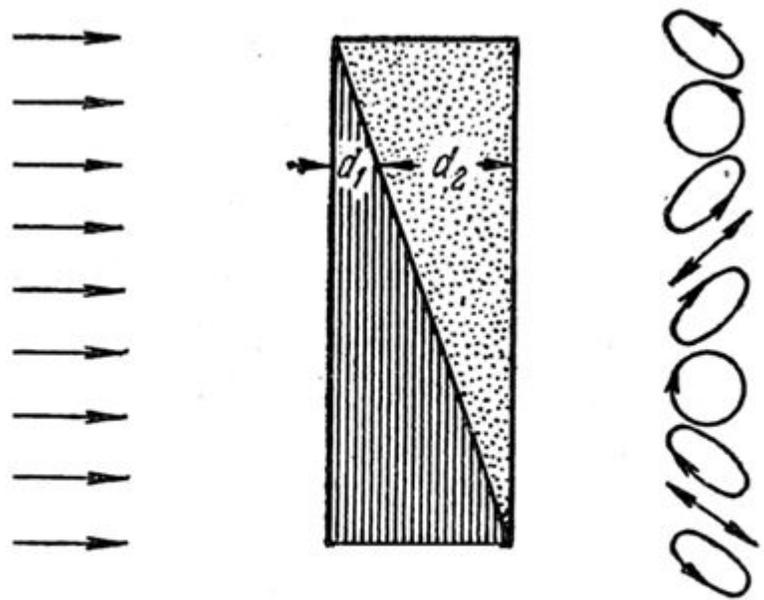


Рис.6.13

$$\Delta = (n_e - n_o)d_1 + (n_o - n_e)d_2 = (d_1 - d_2)(n_o - n_e)$$

Искусственная анизотропия

Анизотропия при деформации

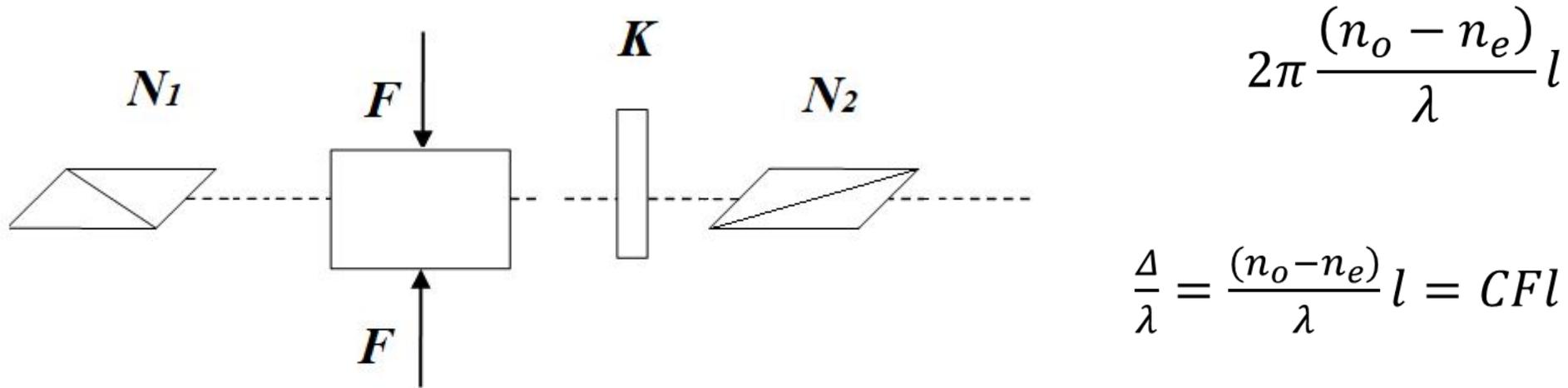


Рис.6.14

Двойное лучепреломление в электрическом поле (Эффект Керра).

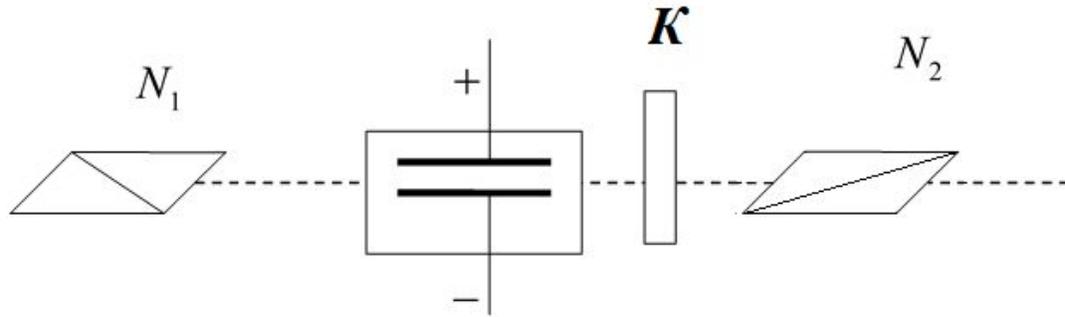


Рис.6.15

$$n_e - n_o = kE^2$$

$$\frac{\Delta}{\lambda} = BlE^2$$

B - постоянная Керра

Для нитробензола $B = 2 * 10^{-5}$ СГС

$$\Delta = 2\pi; l = 10 \text{ см} \text{ требуется поле } E^2 = \frac{1}{Bl} \approx 510^3 \text{ СГС} = 20\,000 \text{ В/см}$$