

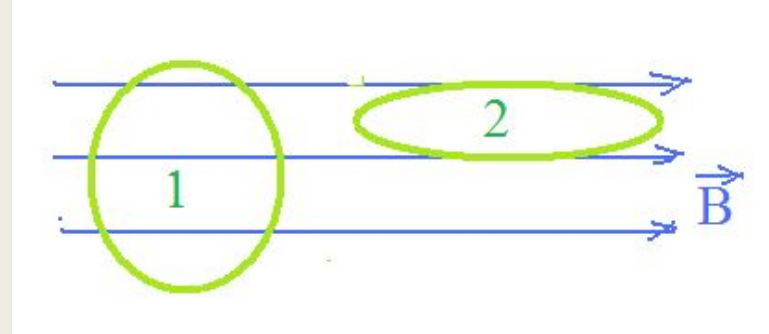
Магнитостатическое поле в вакууме. Часть 3.

Потенциальная энергия контура с ТОКОМ

В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Работа сил поля по перемещению контура с постоянным током в магнитостатическом поле:

$$\delta \Phi = Id$$
$$\Phi_2 = I \int_1^2 \Phi A = \Phi \int_1^2 d = (\Phi_2 - \Phi_1)$$



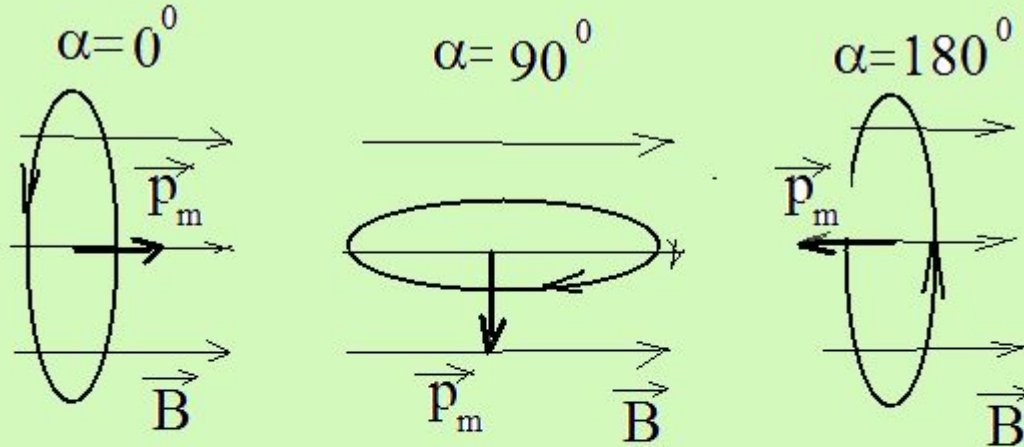
Работа по перемещению контура (проводника) с постоянным током в постоянном магнитном поле не зависит от формы перемещения контура, а определяется только начальным и конечным положениями контура в магнитном поле. В таком поле можно ввести понятие потенциальной энергии. Величина механической работы определяется убылью потенциальной энергии контура с током в постоянном магнитном поле.

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = -\Delta W$$

$$\mathcal{W} = c\epsilon_0 h s t +$$

$$W = -IBScos\alpha = -p_m B cos\alpha \quad \alpha = (\vec{p}_m \vec{B})$$

$$W = -(\vec{p}_m \vec{B})$$



a)

b)

c)

$$W = -p_m B$$

$$M = 0$$

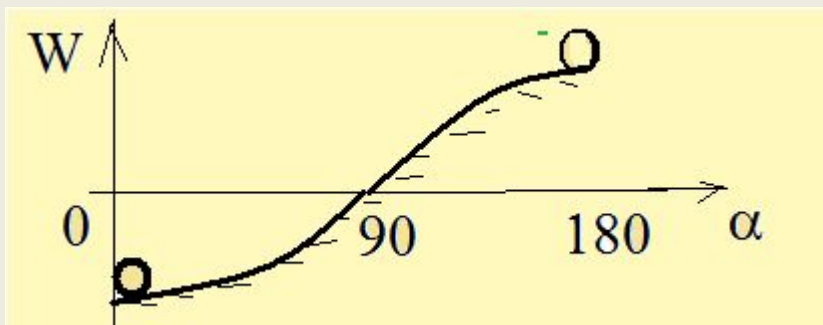
$$W = 0$$

$$M_{max}$$

$$W = p_m B$$

$$M = 0$$

$$M = p_m B sin\alpha$$



$$W = -p_m B \cos \alpha$$

$$= -(\overset{\boxtimes}{p_m} \overset{\boxtimes}{B})$$

Положение контура $\alpha = 0$ $\overset{\boxtimes}{p_m} \uparrow \uparrow \overset{\boxtimes}{B}$

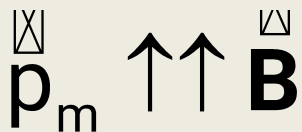
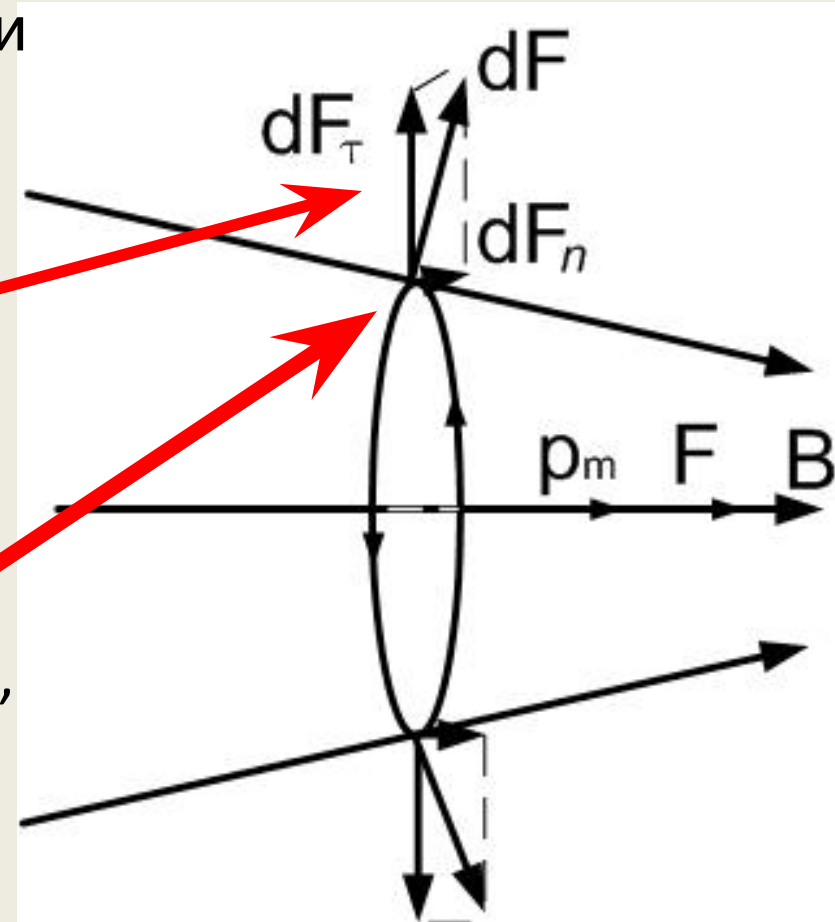
соответствует минимуму его потенциальной энергии, т. е. состоянию устойчивого равновесия.

Контур с током в неоднородном поле

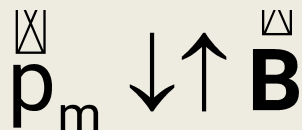
поле
Линии индукции не параллельны и силы, действующие на виток, составляют некоторый угол с плоскостью витка.

Силы, параллельные витку, растягивают или сжимают виток

Силы, перпендикулярные витку, стремятся переместить виток во внешнем поле



Виток втягивается в область более сильного поля



Виток выталкивается из области сильного поля

Результирующая сила, действующая на виток, не равна нулю.

Пусть виток смещается в направлении на малый отрезок dx

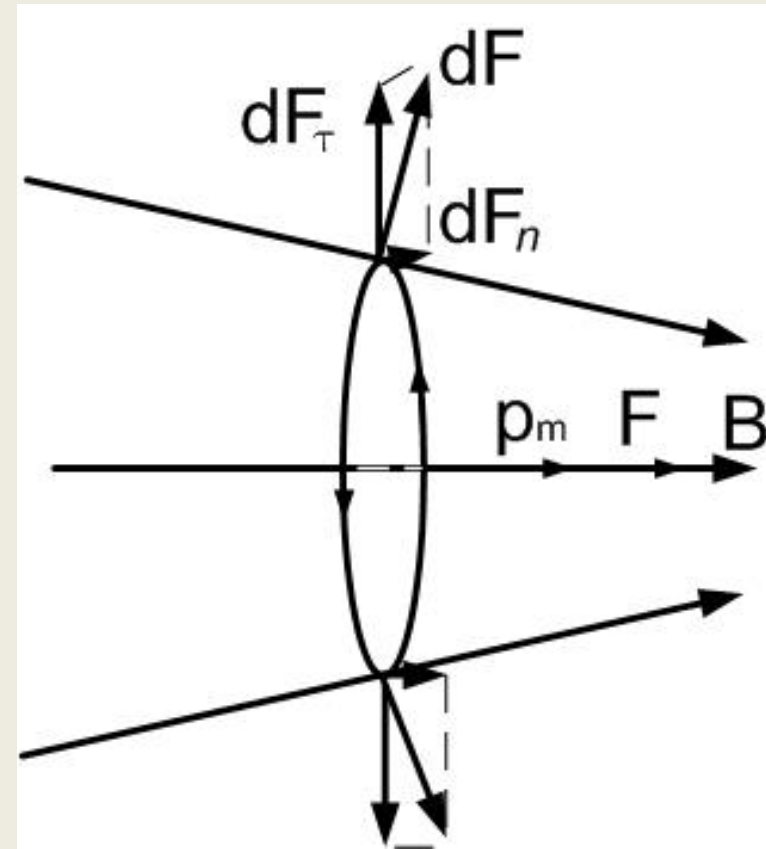
$$\delta A = F dx \quad \delta A = Id\Phi$$

$$d\Phi = SdB\cos\alpha$$

$$F dx = ISdB\cos\alpha$$

$$F = p_m \frac{dB}{dx} \cos\alpha$$

p_m



Связь силы с потенциальной

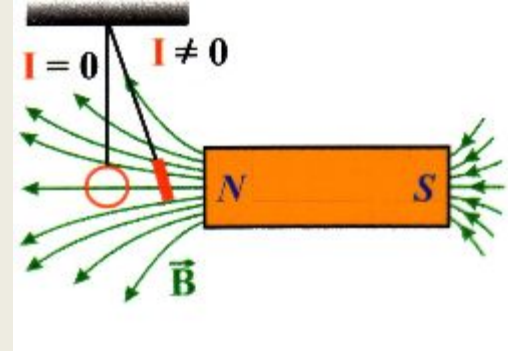
$$F = F_x = -\frac{d(-p_m B \cos\alpha)}{dx} = -\frac{dU}{dx}$$

В случае поля произвольной конфигурации:

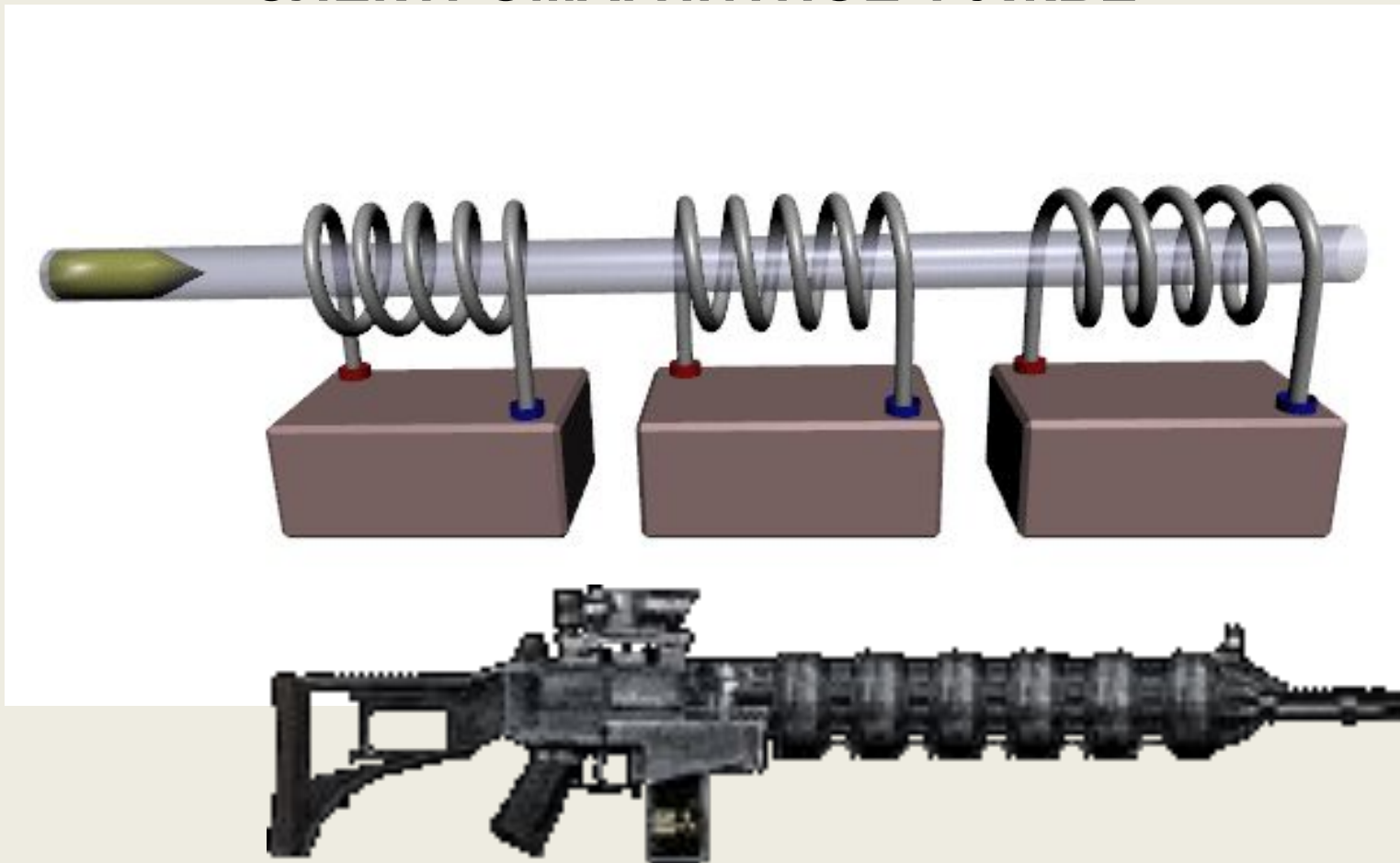
$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k}\right) = -\text{grad } U$$

$$\vec{F} = -\text{grad } U$$

контур с током втягивается в область
более
сильного поля :



ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ РУЖЬЕ



Основные уравнения магнитостатического поля в вакууме

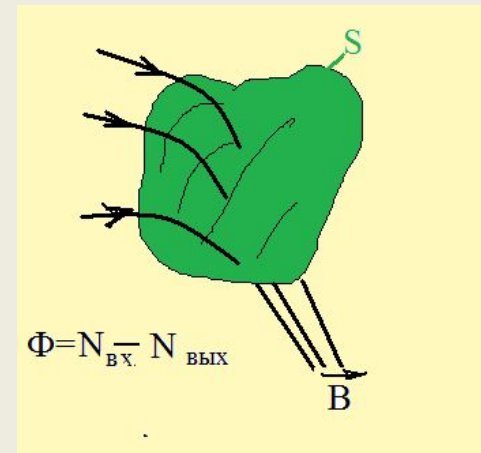
1. Теорема Гаусса для магнитного поля в вакууме

Линии магнитной индукции всегда замкнуты, т.е. не имеют ни начала, ни конца.

Отсутствие в природе магнитных зарядов приводит к тому, что для произвольной замкнутой поверхности, расположенной в магнитном поле, поток вектора \vec{B} сквозь нее всегда равен нулю.

$$\Phi_B = \oint_S (\vec{B} d\vec{S}) = 0$$

-интегральная форма записи теоремы Гаусса.

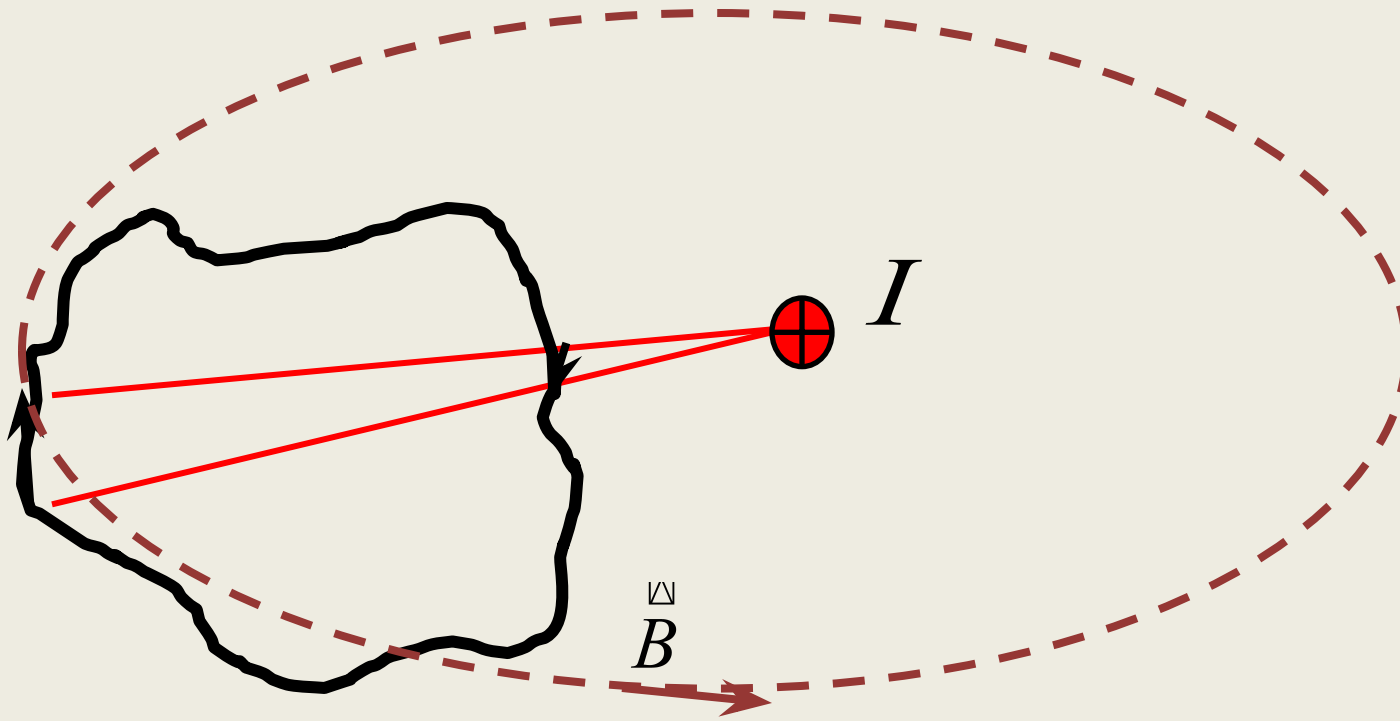


2. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля.

Эксперимент:

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k$$

Циркуляция вектора индукции магнитного поля в вакууме по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых данным контуром, умноженной на магнитную постоянную .



1. Контур совпадает с силовой линией

поля:

$$\oint (B dl) = B 2\pi R = \mu_0 I \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

2. Контур ток не охватывает:

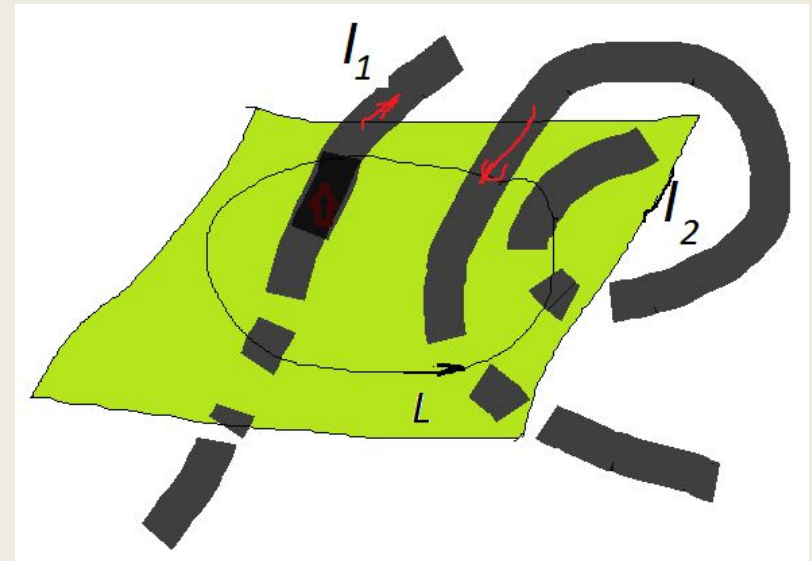
$$\oint_L (B dl) = 0$$

3. Контур охватывает несколько
ТОКОВ:

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k$$

Каждый ток
учитывается
столько раз,
сколько раз он
охватывается
контуром.

Знак тока \pm
определяется
правилом



$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = ?$$

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k$$

-интегральная форма записи теоремы о циркуляции вектора \vec{B} .

Циркуляция вектора индукции магнитного поля в вакууме по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых данным контуром, умноженной на магнитную постоянную.

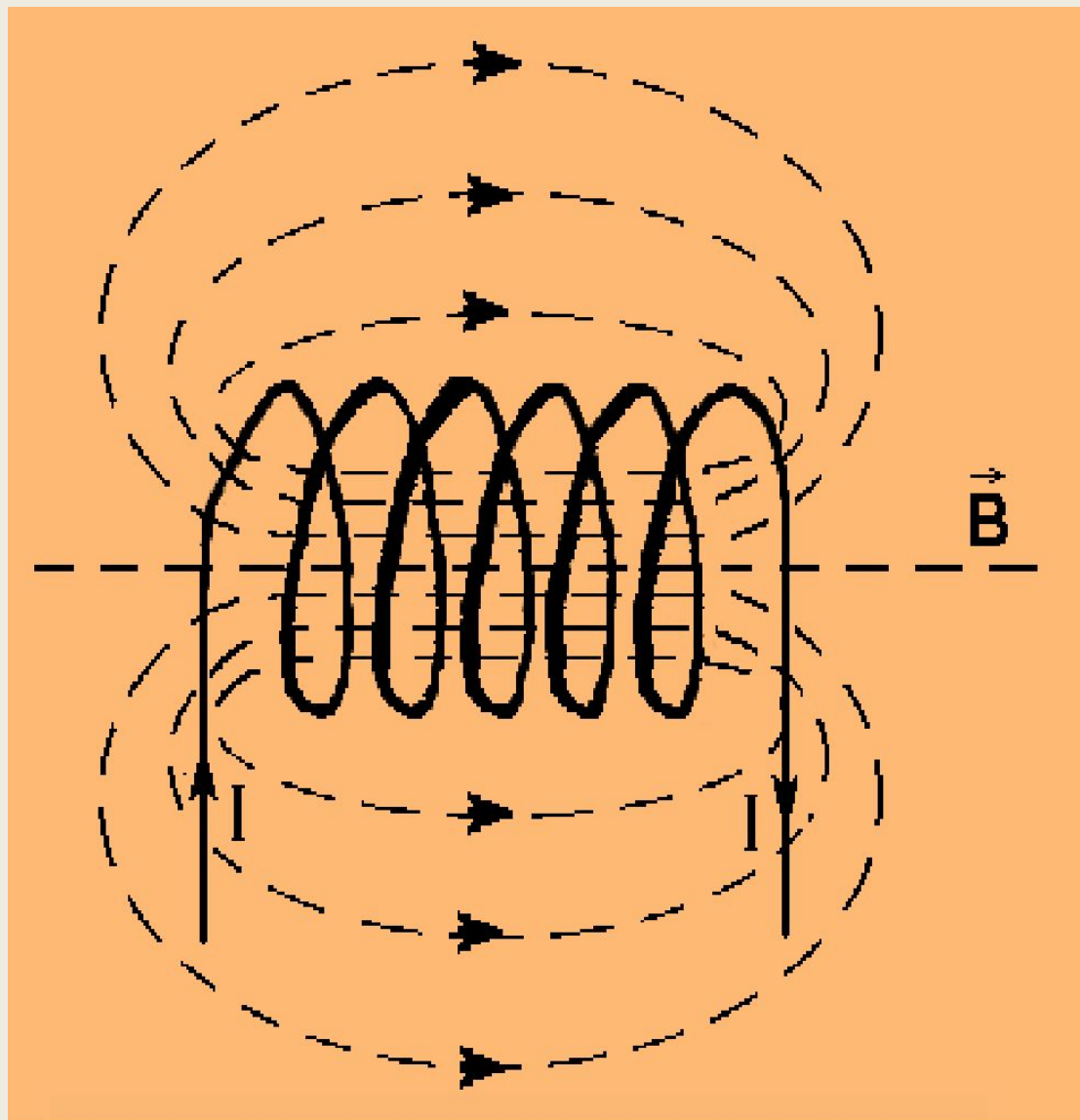
Отсюда следует, что источниками стационарного магнитного поля являются постоянные токи проводимости.

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k$$

Справка из векторной алгебры: векторное поле, в котором циркуляция вектора по замкнутому контуру не равна нулю, является вихревым.

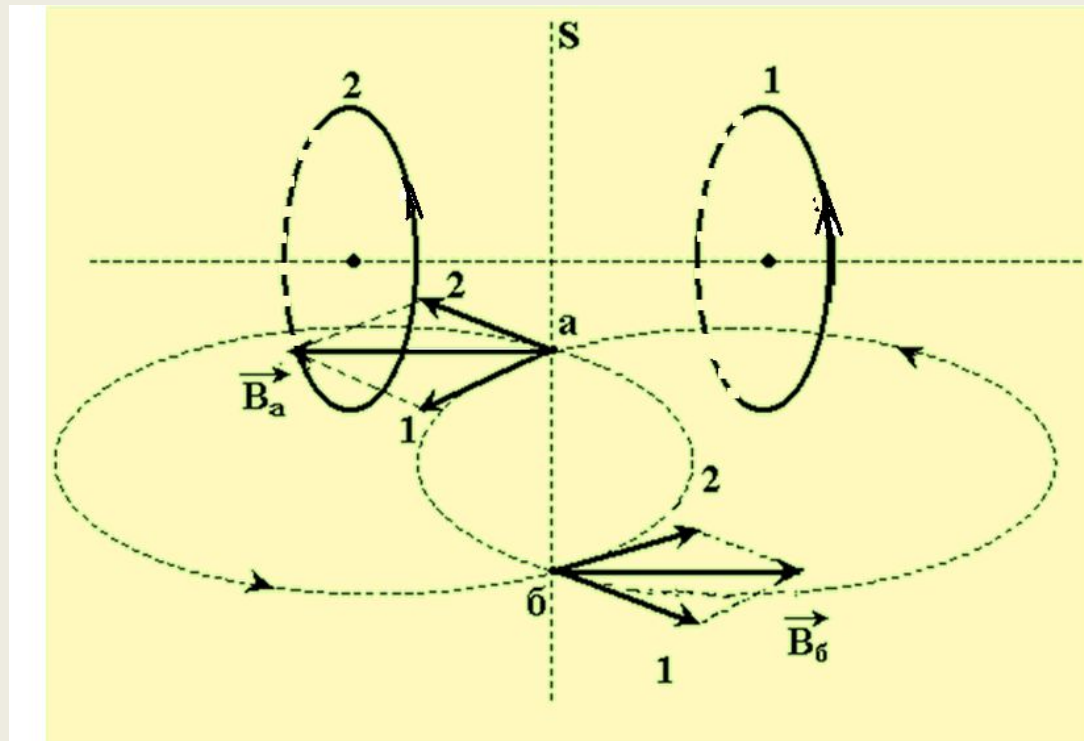
Стационарное магнитное поле является вихревым.

Магнитное поле соленооида



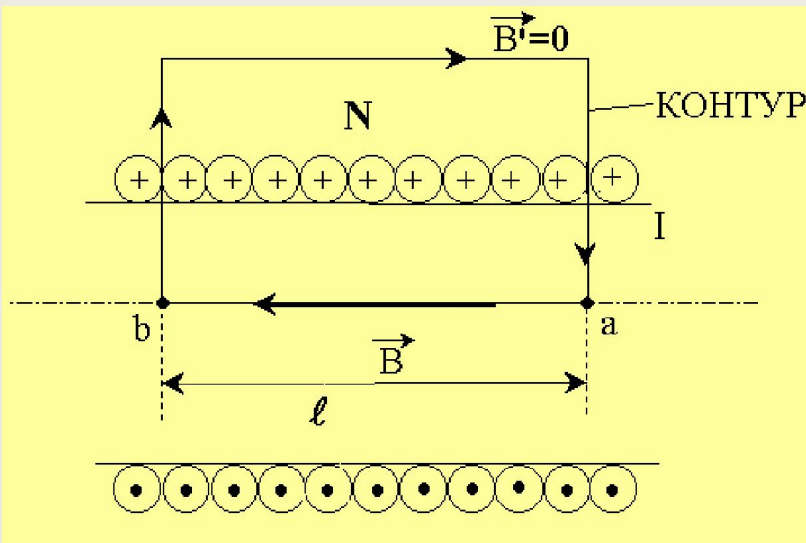
Рассмотрим однородный соленоид бесконечной длины

Выделим симметрично какой-либо поперечной плоскости S два кольцевых тока, в любой точке плоскости S индукция магнитного поля, создаваемого каждой парой симметричных витков, а значит, и **результатирующая индукция может быть только параллельна оси соленоида**. Внутри соленоида (точка a) и вне его (точка b) направления векторов магнитной индукции **противоположны**.



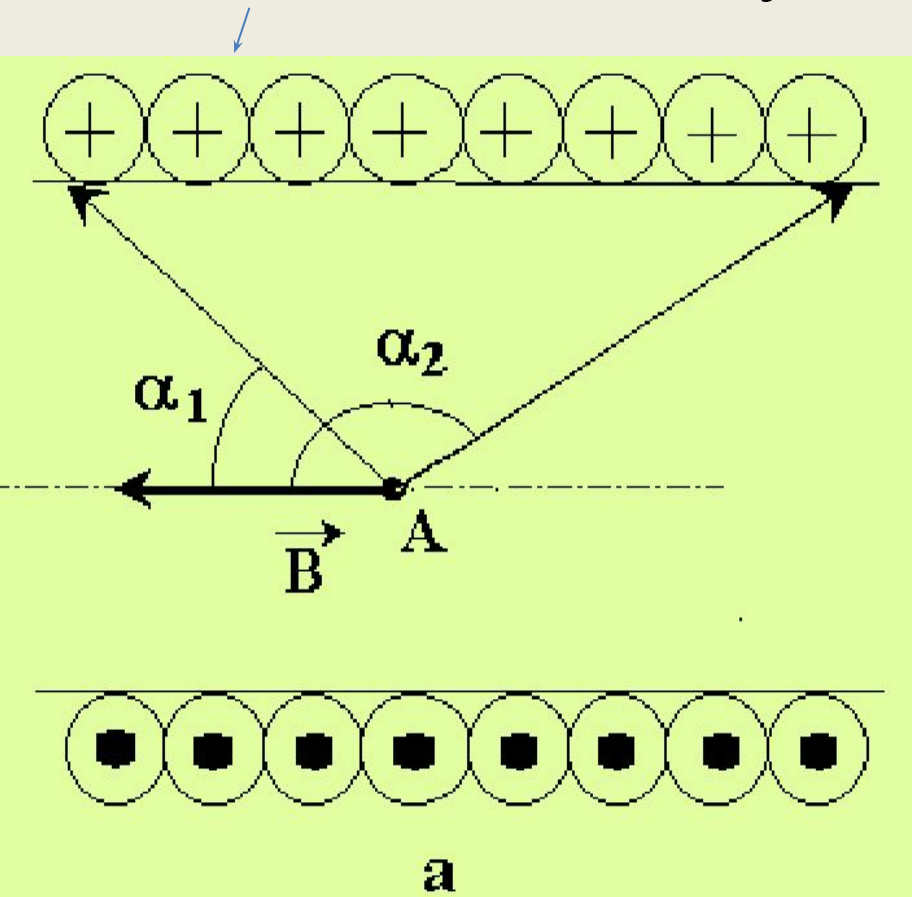
Магнитное поле бесконечного соленоида
*однородно и полностью сосредоточено в объеме
соленоида.*

Величина индукции магнитного поля внутри
бесконечно длинного соленоида:

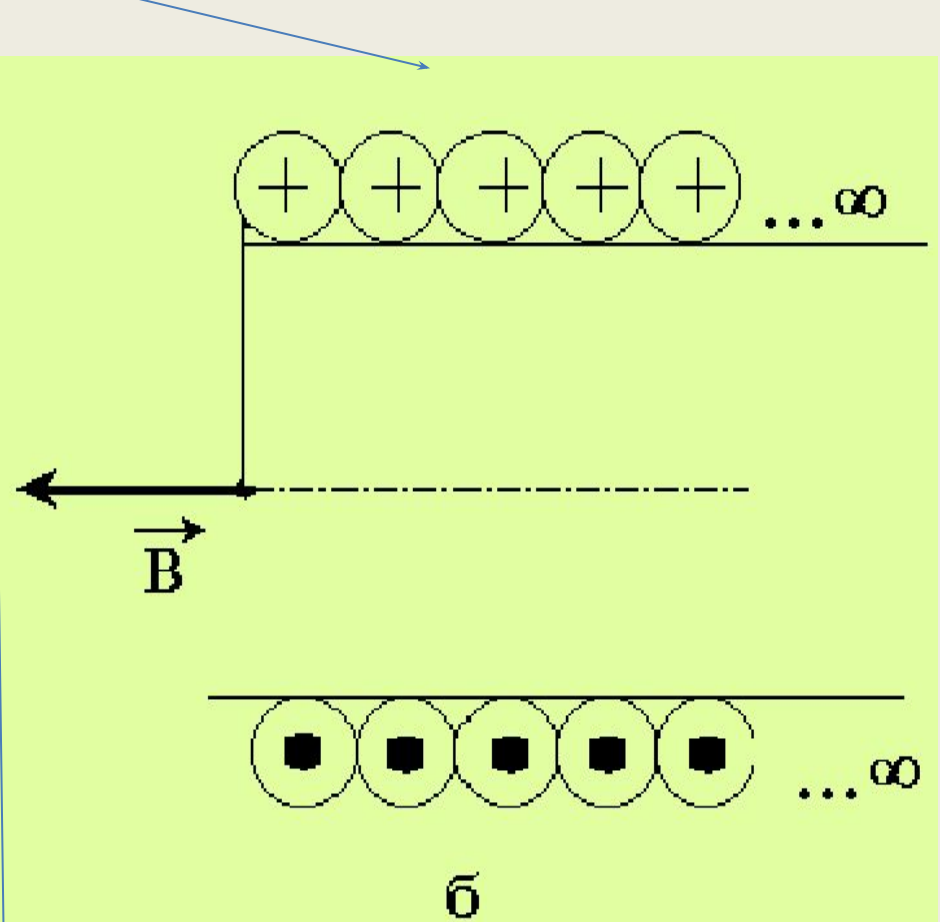


$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$$

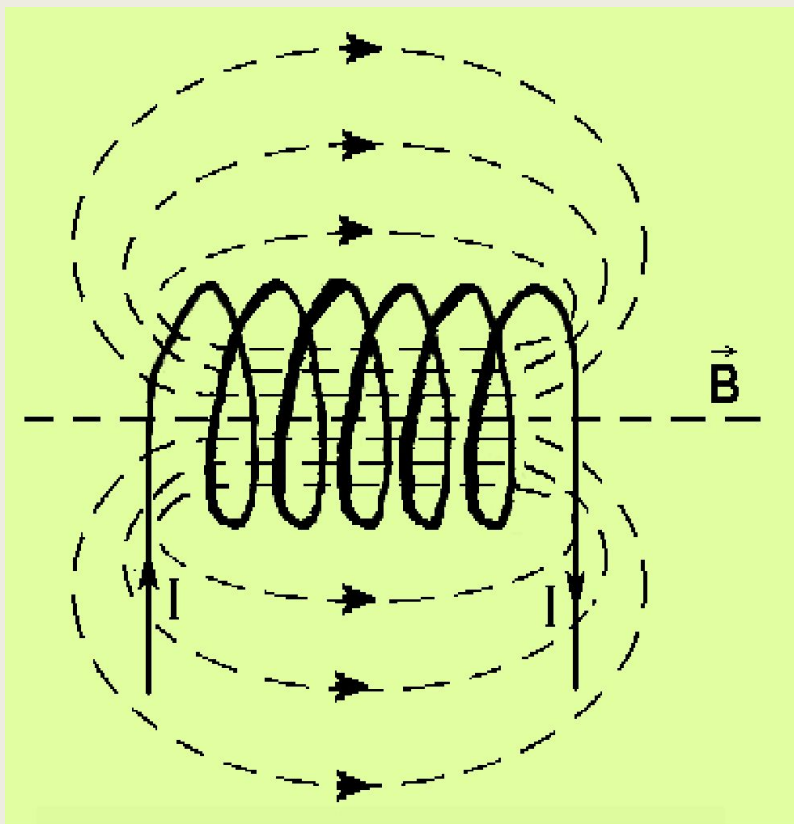
Индукции магнитного поля внутри конечного и полубесконечного соленоидов



$$B = \mu_0 \frac{nI}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$



$$B = \mu_0 \frac{nI}{2}$$



Магнитное поле реального соленоида имеет сложную структуру и существует как внутри, так и вне его.

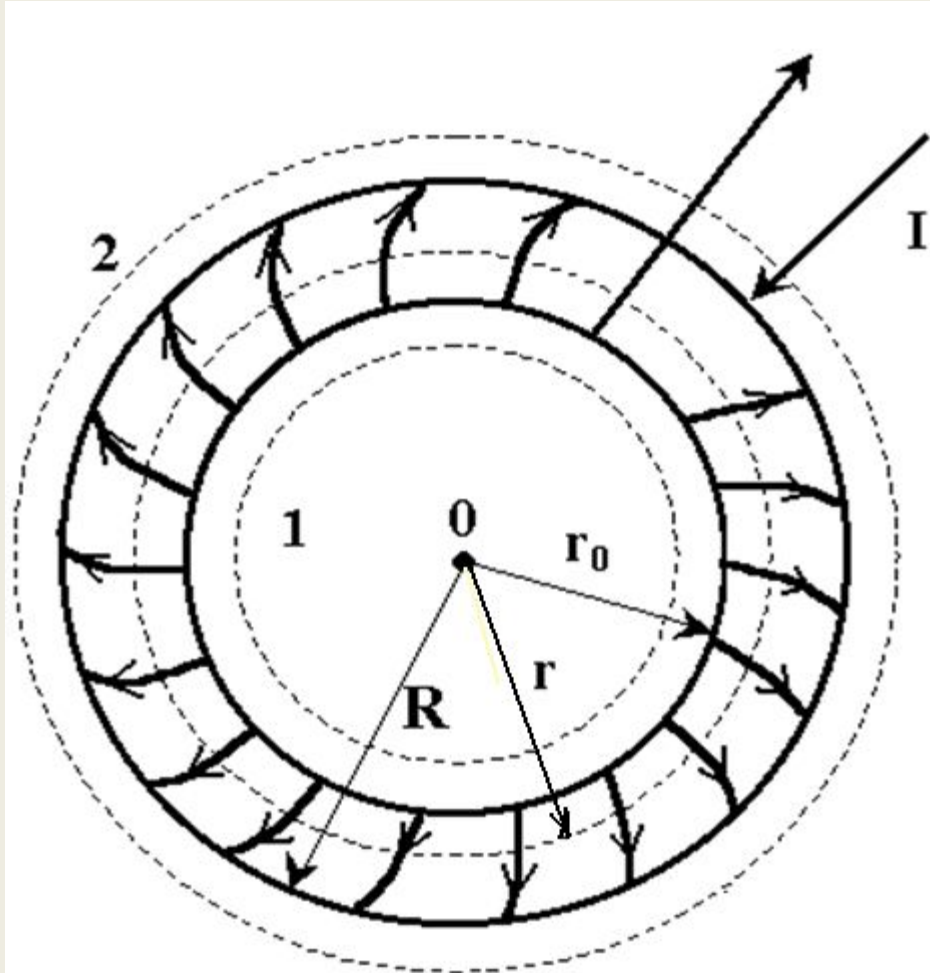
Поле идеального бесконечного соленоида однородно и полностью сосредоточено внутри его объема.

Направление индукции поля \vec{B} внутри соленоида связано с направлением тока в обмотке правилом правого винта.

Магнитное поле

тороида

Магнитное поле **тороида** (в пренебрежении кольцевым током) полностью сосредоточено в его собственном объеме.



$$\oint_L (\overset{\nabla}{B} d\overset{\nabla}{l}) = B 2\pi r = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r}$$

$$r_0 \leq r \leq R$$

$$B_{\min} = \mu_0 \frac{NI}{2\pi R} \leq B \leq \mu_0 \frac{NI}{2\pi r_0} = B_{\max}$$

$$B_{cp} = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r_{cp}} = \mu_0 nI$$

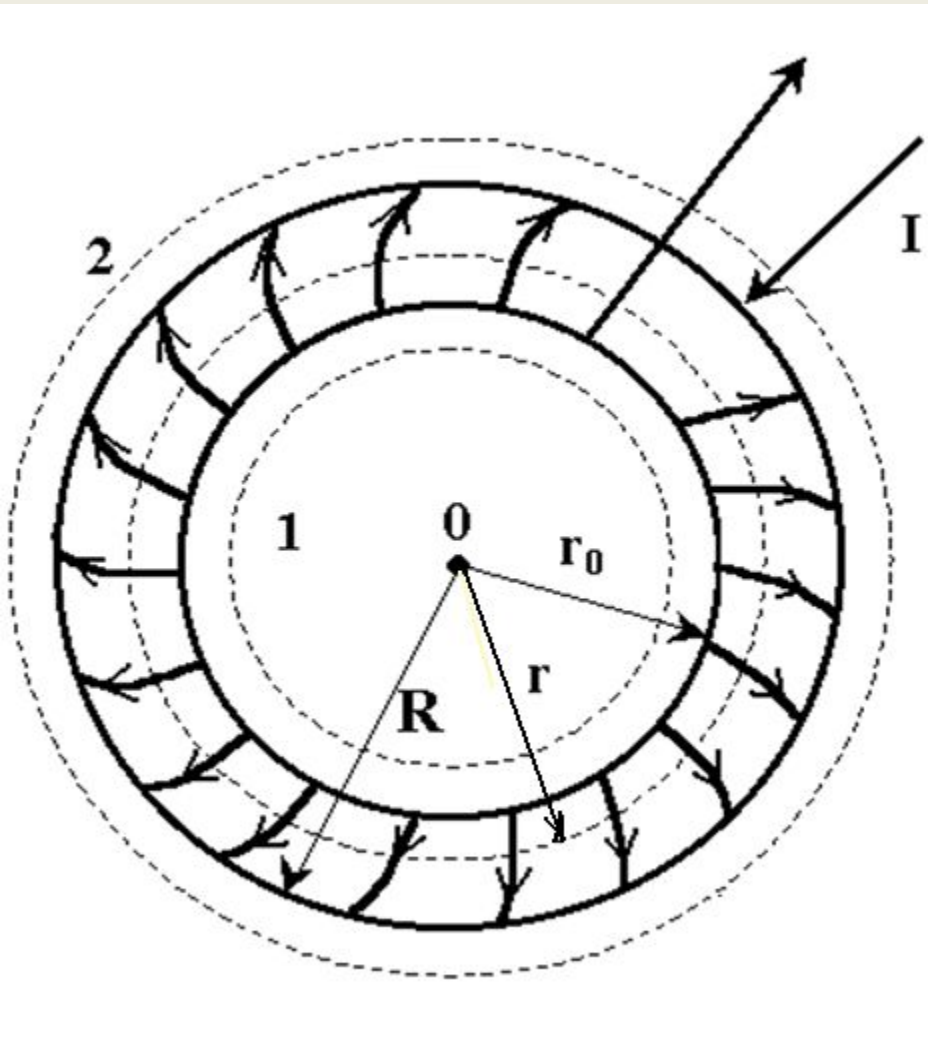
$$r_{cp} = \frac{R + r_0}{2}$$

$$B = \mu_0 nI \frac{r_{cp}}{r} = B_{cp} \frac{r_{cp}}{r}$$

Для тонкого
тороида $r \approx r_{cp}$

$$B \approx B_{cp} = \mu_0 n I$$

*Для тонкого тороида
индукция может
вычисляться по такой
же формуле, что и для
бесконечного соленоида.*



Резюме по теме «**Магнитостатическое поле в вакууме**»
Любое магнитостатическое поле в вакууме можно описать двумя уравнениями.

1. Теорема Гаусса для вектора \vec{B} :

$$\oiint_S (\vec{B} d\vec{S}) = 0$$

Из нее следует, что линии магнитной индукции всегда замкнуты или уходят на бесконечность, т.е. в природе отсутствуют магнитные заряды, на которых обрывались бы эти линии .

2. Теорема о циркуляции вектора \vec{B} , которая является обобщением закона Био-Савара_Лапласа:

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k$$

Из нее следует, что источниками стационарного магнитного поля являются постоянные токи проводимости.