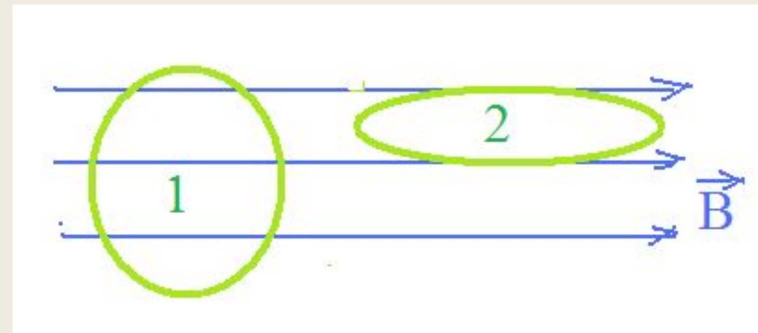
Магнитостатическое поле в вакууме. Часть 3.

Потенциальная энергия контура с током в магнитном поле

Работа сил поля по перемещению контура с постоянным током в магнитостатическом поле:

$$\delta A = I d\Phi$$

$$A_{12} = I\int_1^2 \delta A = I\int_1^2 d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$



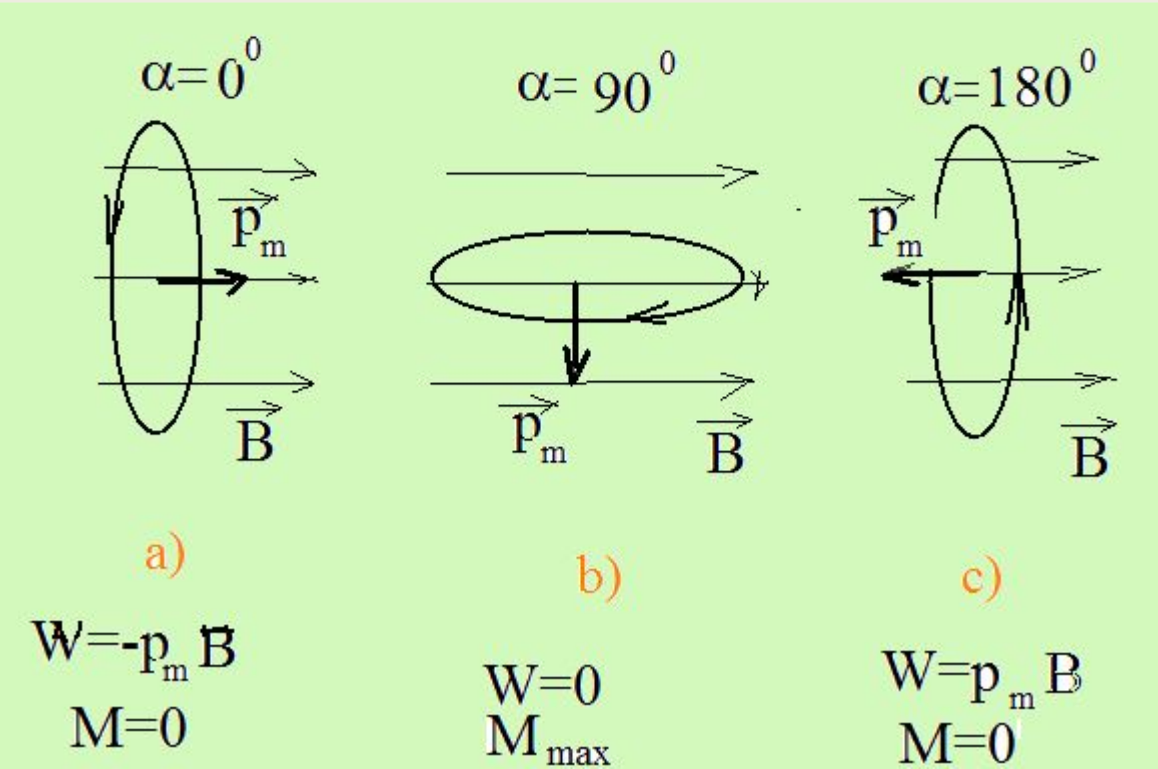
Работа по перемещению контура (проводника) с постоянным током в постоянном магнитном поле не зависит от формы перемещения контура, а определяется только начальным и конечным положениями контура в магнитном поле. В таком поле можно ввести понятие потенциальной энергии.

Величина **механической работы определяется убылью потенциальной энергии контура с током в постоянном магнитном поле.**

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = -\Delta W$$

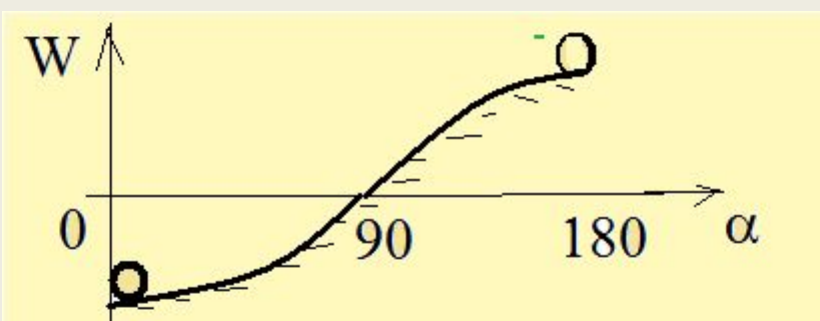
$$W = const +$$

$$W = -IBS\cos\alpha = -p_m B\cos\alpha \qquad \alpha = (\widehat{\vec{p}_m \vec{B}})$$



$$\boxed{W = -(\vec{p}_m \vec{B})}$$

$$M = p_m B\sin\alpha$$



$$W = -p_m B \cos\alpha$$

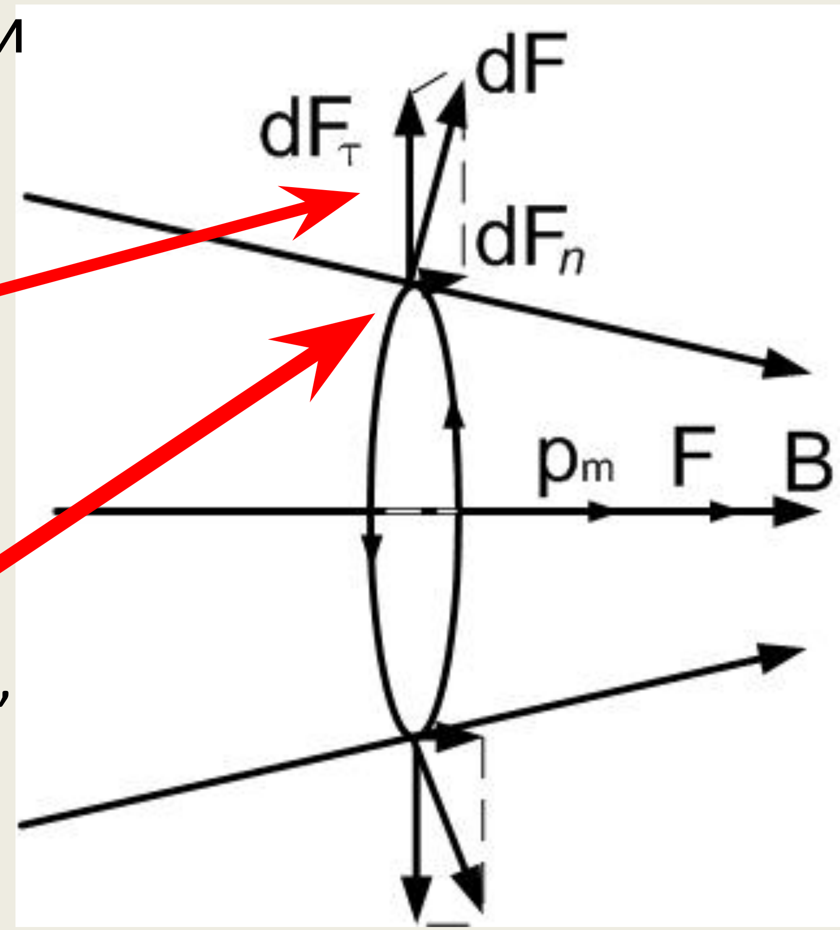
$$= -(\vec{p}_m \vec{B})$$

Положение контура $\alpha = 0$ $\vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B}$

соответствует минимуму его потенциальной энергии, т. е. состоянию устойчивого равновесия.

Контур с током в неоднородном поле

Линии индукции не параллельны и силы, действующие на виток, составляют некоторый угол с плоскостью витка.



Силы, параллельные витку, растягивают или сжимают виток

Силы, перпендикулярные витку, стремятся переместить виток во внешнем поле

$\vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B}$ **Виток втягивается в область более сильного поля**

$\vec{p}_m \downarrow\uparrow \vec{B}$ **Виток выталкивается из области сильного поля**

Результирующая сила, действующая на виток, не равна нулю.

Пусть виток смещается в направлении $\vec{p}_m$

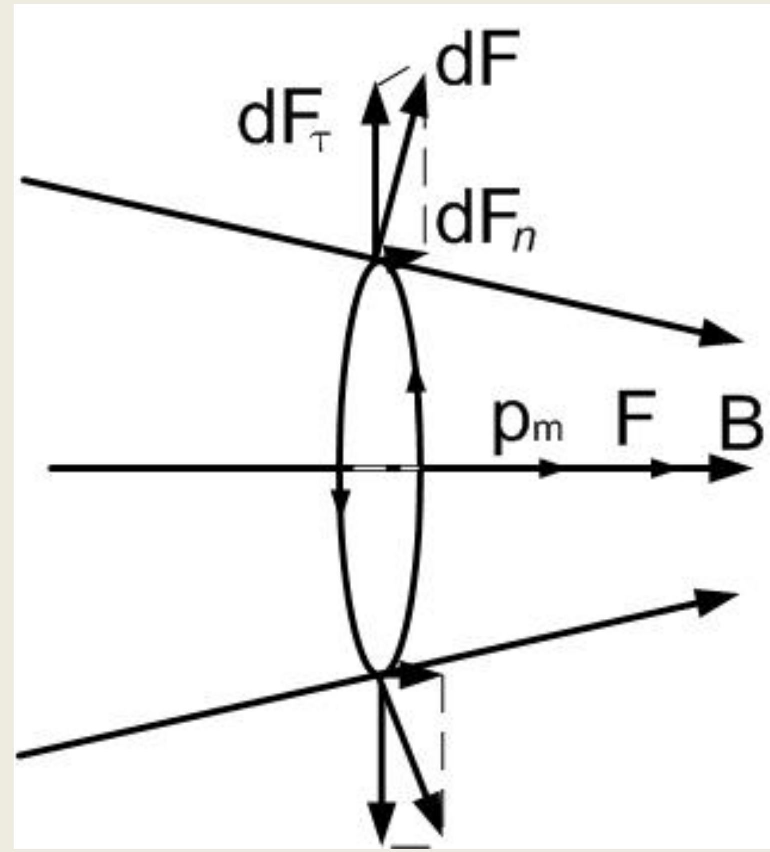
на малый отрезок dx

$$\delta A = Fdx \qquad \delta A = Id\Phi$$

$$d\Phi = SdB\cos\alpha$$

$$Fdx = ISdB\cos\alpha$$

$$\boxed{F = p_m \frac{dB}{dx}\cos\alpha}$$



Связь силы с потенциальной эн

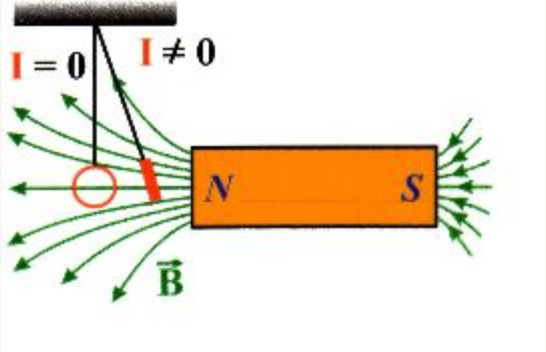
$$F = F_x = -\frac{d(-p_m B\cos\alpha)}{dx} = -\frac{dU}{dx}$$

В случае поля произвольной конфигурации:

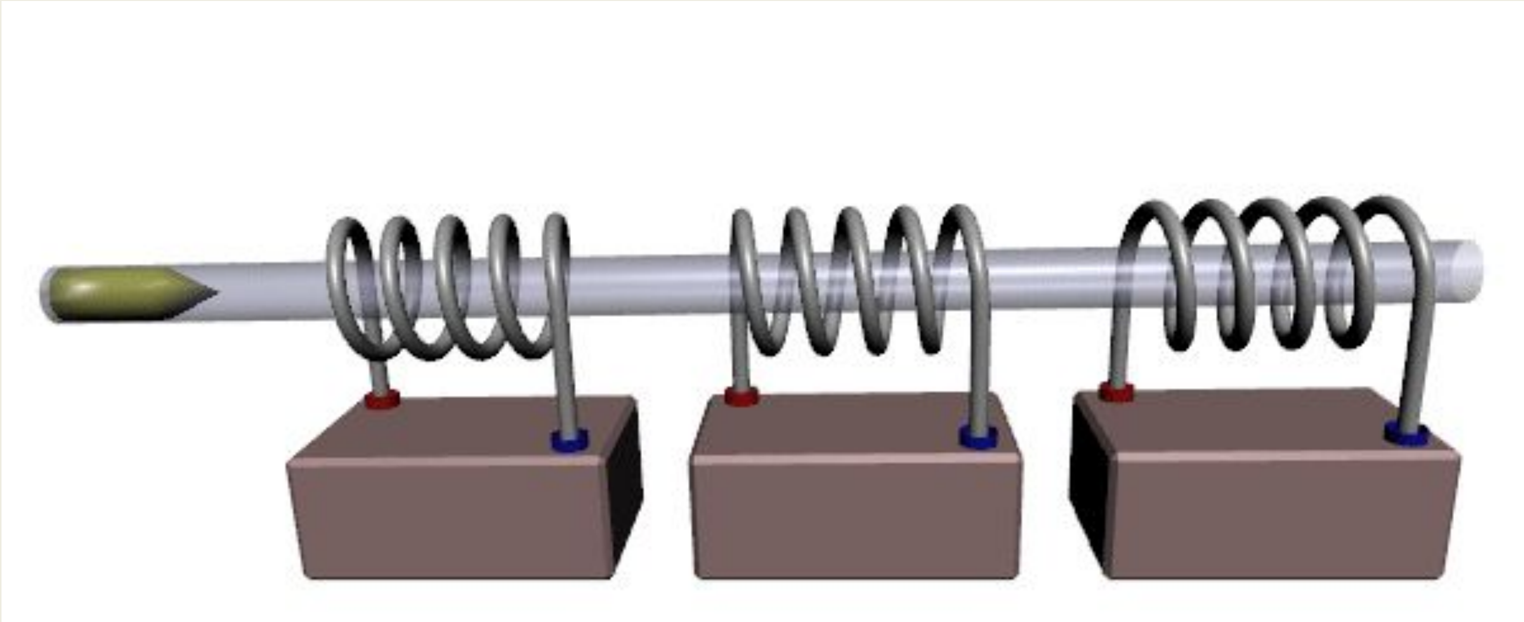
$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right) = -grad\ U$$

$$\boxed{\vec{F} = -grad\ U}$$

контур с током втягивается в область более
сильного поля :



ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ РУЖЬЕ



Основные уравнения магнитостатического поля в вакууме

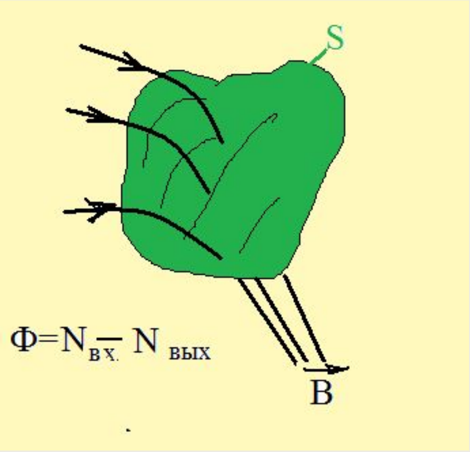
1. Теорема Гаусса для магнитного поля в вакууме

Линии магнитной индукции всегда замкнуты, т.е. не имеют ни начала, ни конца.

Отсутствие в природе магнитных зарядов приводит к тому, что ***для произвольной замкнутой поверхности, расположенной в магнитном поле, поток вектора $\vec{B}$ сквозь нее всегда равен нулю.***

$$\Phi_B = \oint_S (\vec{B}d\vec{S}) = 0$$

-интегральная форма записи теоремы Гаусса.

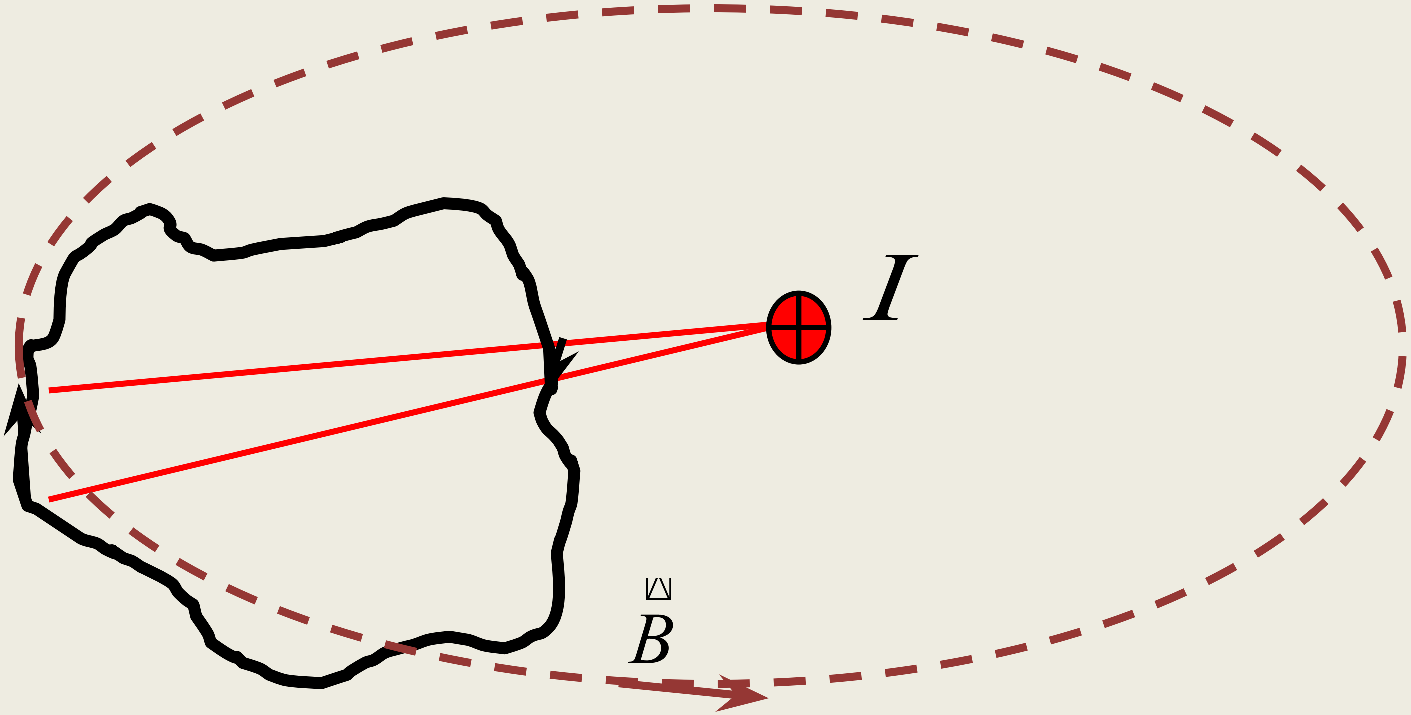


2. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля.

Эксперимен
т:

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k$$

Циркуляция вектора индукции магнитного поля в вакууме по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых данным контуром, умноженной на магнитную постоянную .



1. Контур совпадает с силовой линией поля:

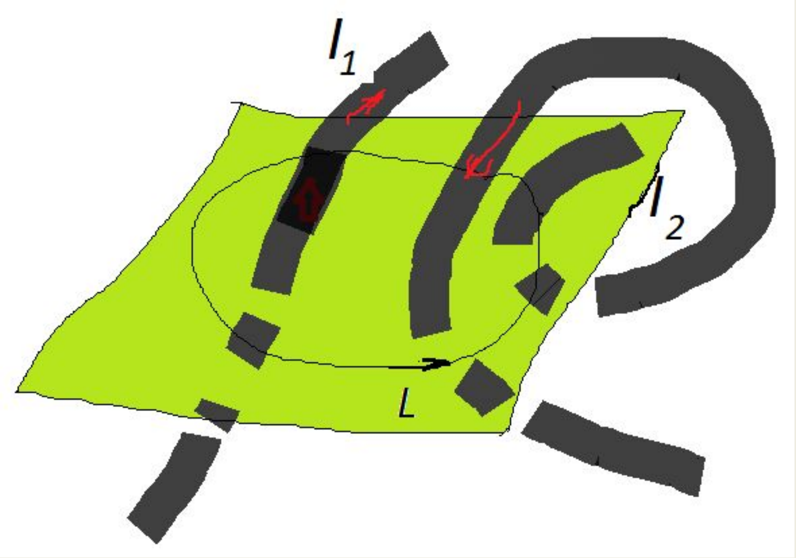
$$\oint \left(\vec{B} d\vec{l}\right) = B 2\pi R = \mu_0 I \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

2. Контур ток не охватывает:

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = 0$$

3. Контур охватывает несколько токов:

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k$$



Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Знак тока ± определяется *правилом*

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = ?$$

$$\oint_L (\vec{B}\,d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k$$

-интегральная форма записи теоремы о циркуляции вектора $\vec{B}$.

Циркуляция вектора индукции магнитного поля в вакууме по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых данным контуром, умноженной на магнитную постоянную .

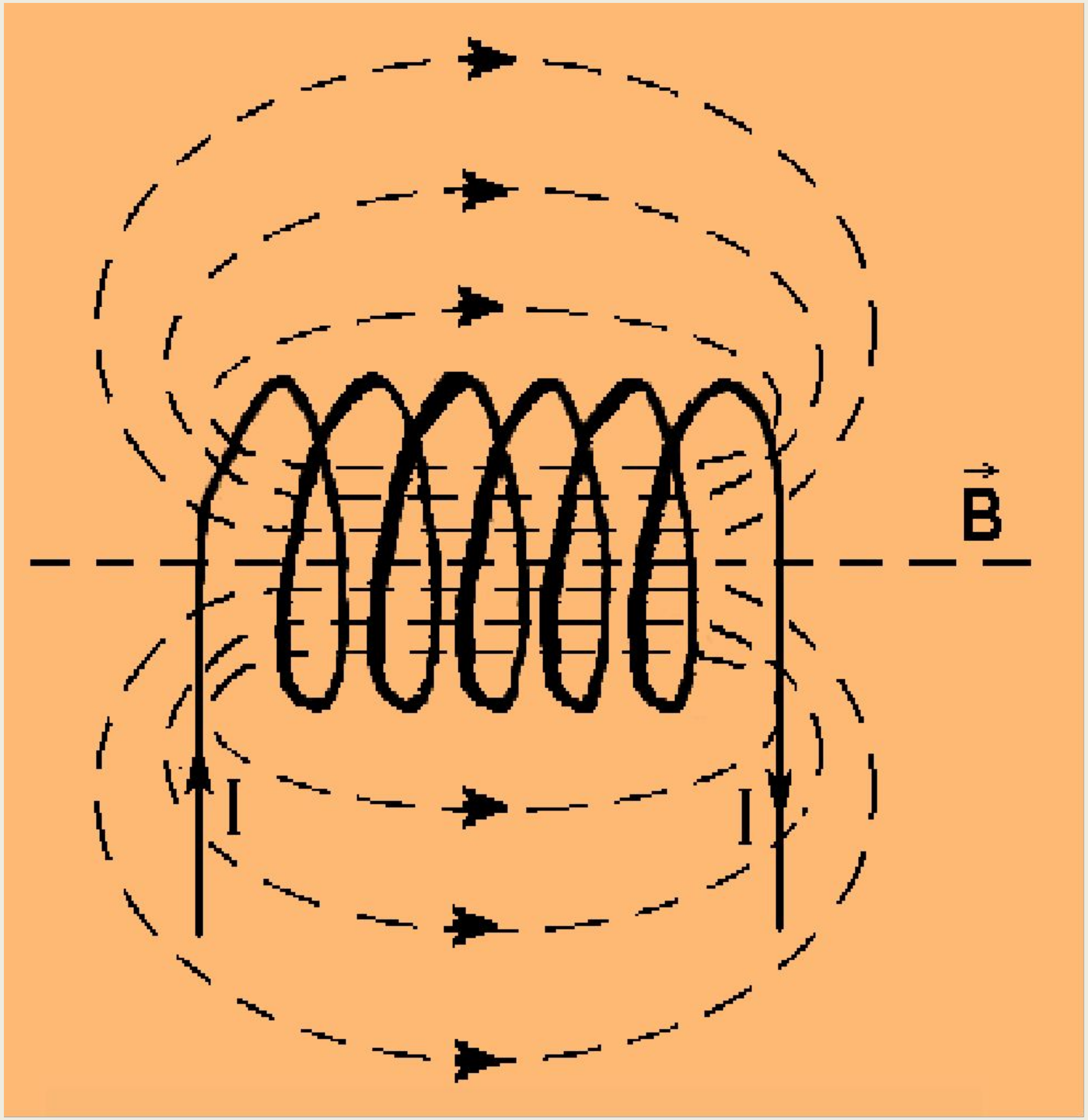
Отсюда следует, что источниками стационарного магнитного поля являются постоянные токи проводимости.

$$\oint_L (\vec{B}d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k$$

Справка из векторной алгебры: векторное поле, в котором циркуляция вектора по замкнутому контуру не равна нулю, является вихревым.

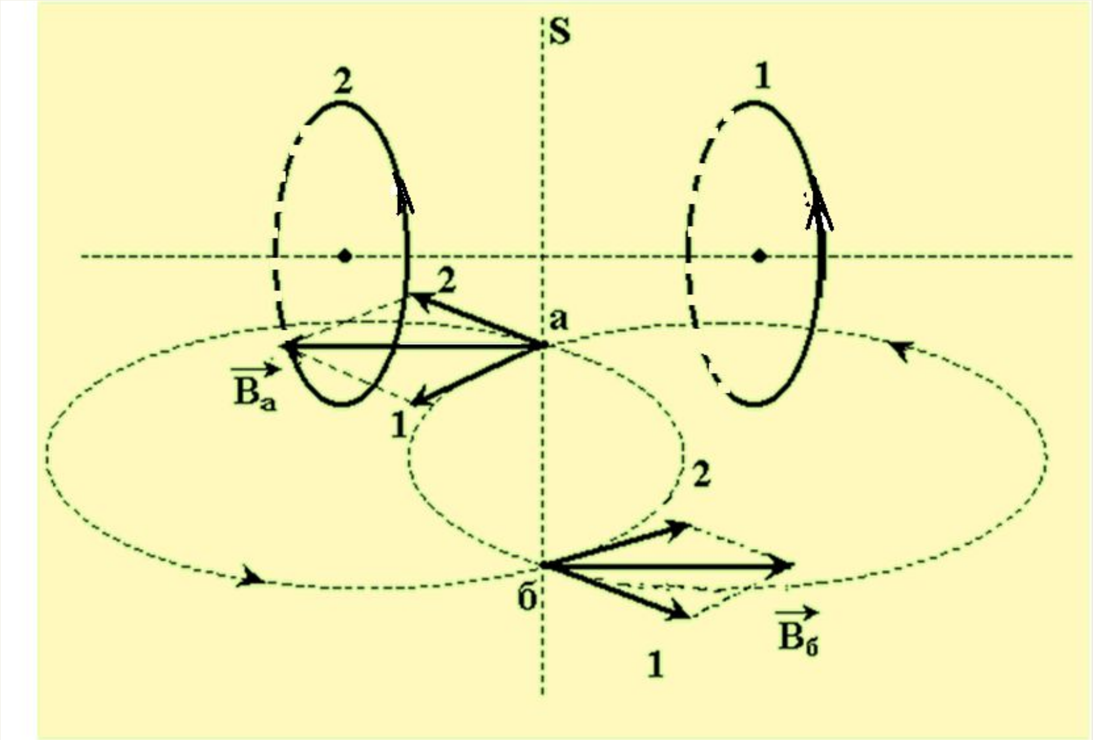
Стационарное магнитное поле является <u>вихревым.</u>

Магнитное поле соленоида



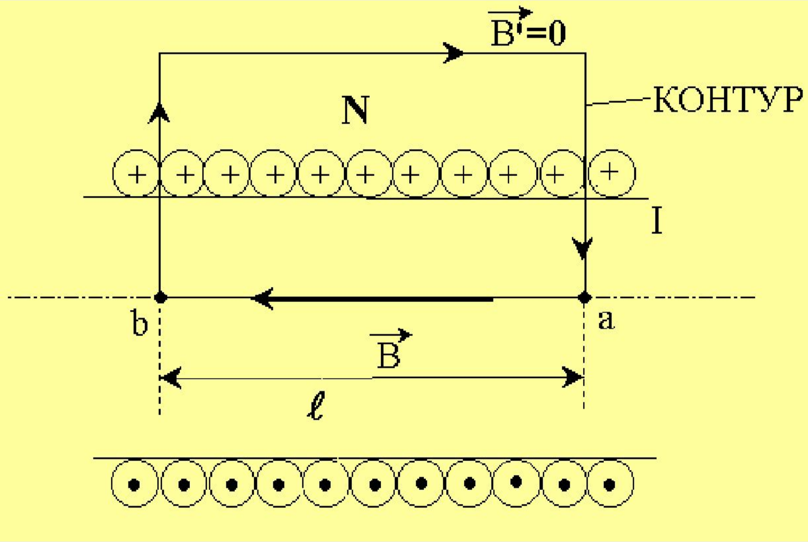
Рассмотрим однородный соленоид бесконечной длины

Выделим симметрично какой-либо поперечной плоскости S два кольцевых тока, в любой точке плоскости S индукция магнитного поля, создаваемого каждой парой симметричных витков, а значит, и ***результирующая индукция может быть только параллельна оси соленоида.*** *В*нутри соленоида (точка а) и вне его (точка б) направления векторов магнитной индукции ***противоположны.***



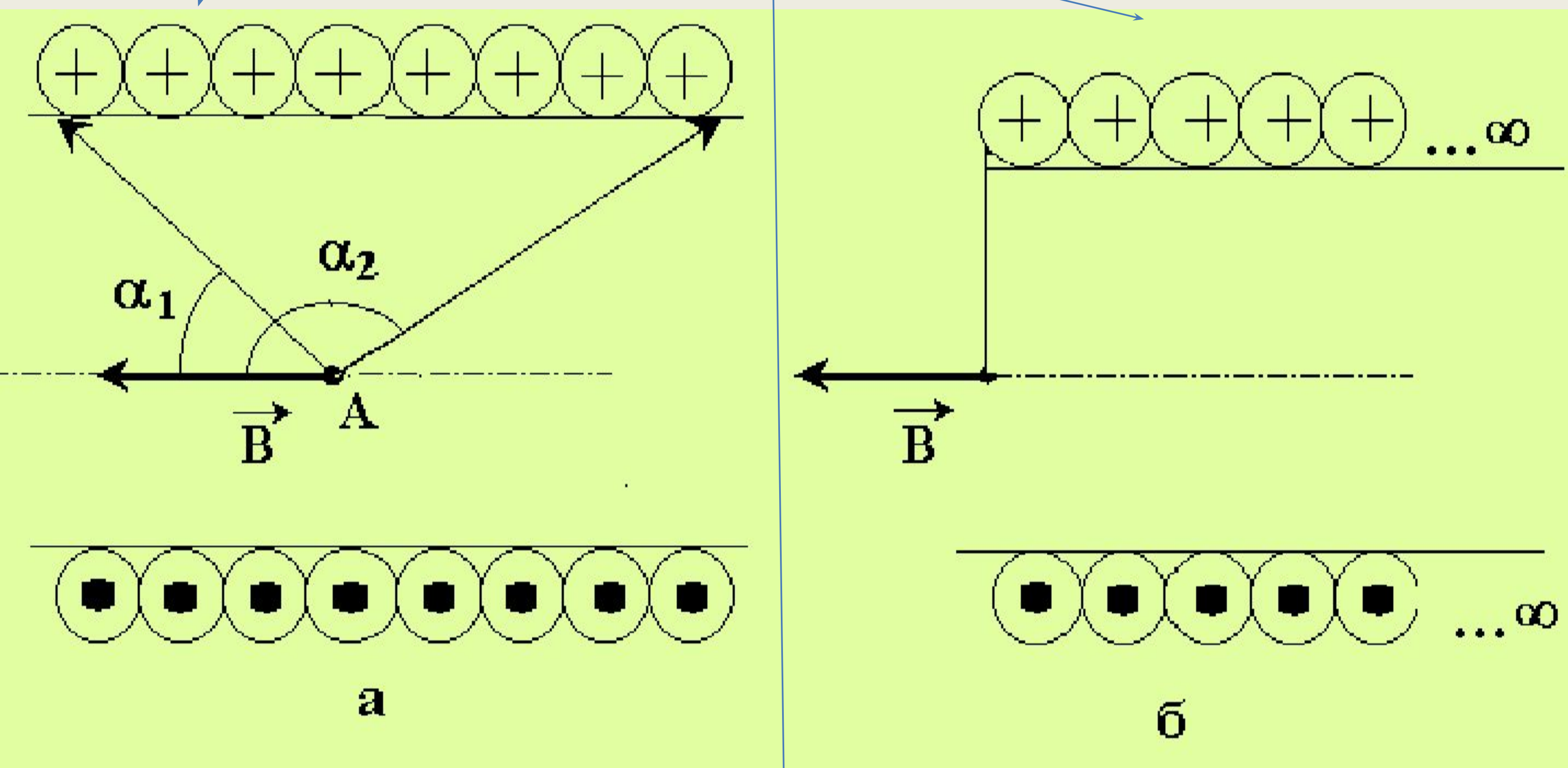
Магнитное поле бесконечного соленоида *однородно и полностью сосредоточено в объеме соленоида.*

Величина индукции магнитного поля внутри бесконечно длинного соленоида:



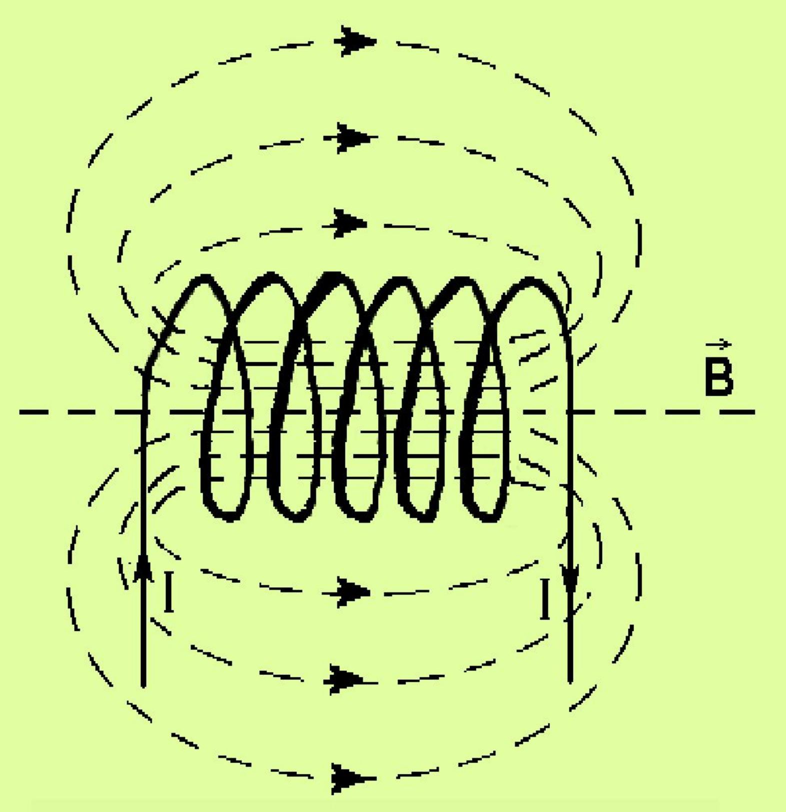
$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$$

Индукции магнитного поля внутри конечного и полубесконечного соленоидов



$$B = \mu_0 \frac{nI}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

$$B = \mu_0 \frac{nI}{2}$$



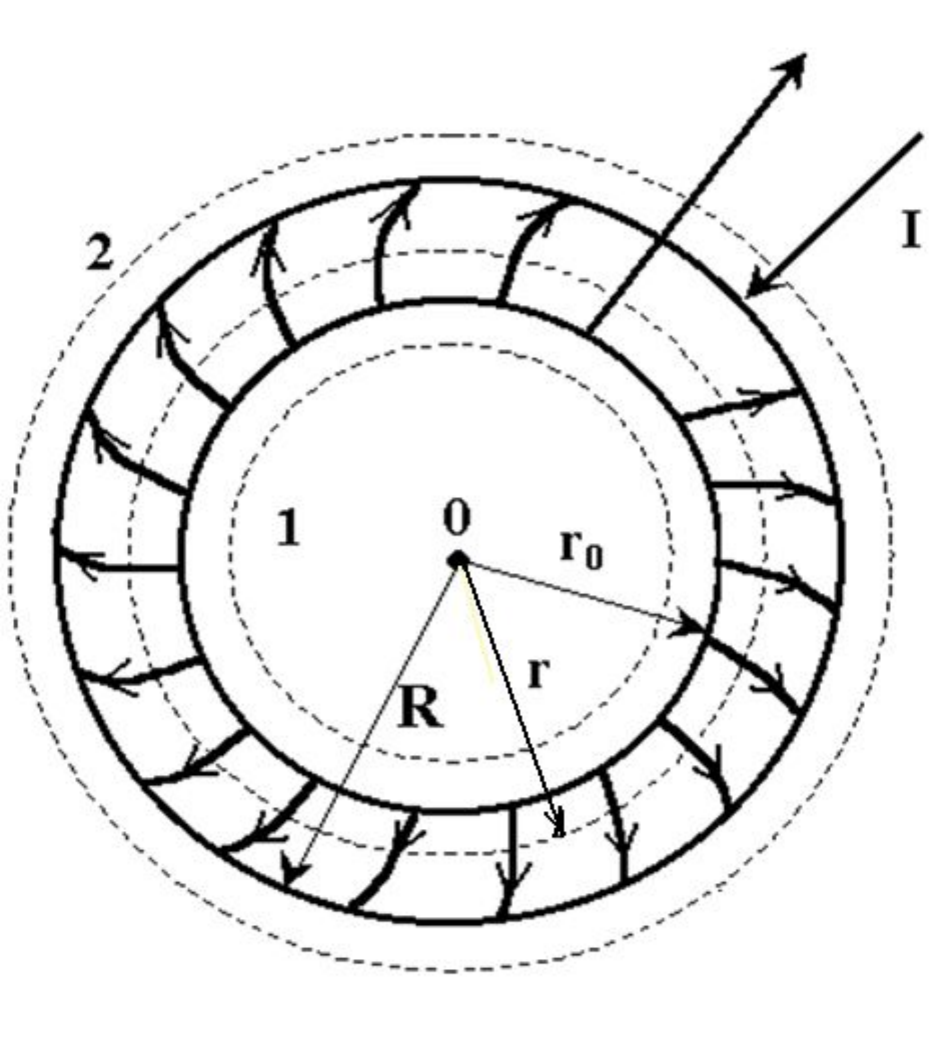
Магнитное поле реального соленоида имеет сложную структуру и существует как внутри, так и вне его.

Поле идеального бесконечного соленоида однородно и полностью сосредоточено внутри его объема.

Направление индукции поля $\vec{B}$ внутри соленоида связано с направлением тока в обмотке правилом правого винта.

Магнитное поле тороида

Магнитное поле тороида (в пренебрежении кольцевым током) полностью сосредоточено в его собственном объеме.



$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = B 2\pi r = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r}$$

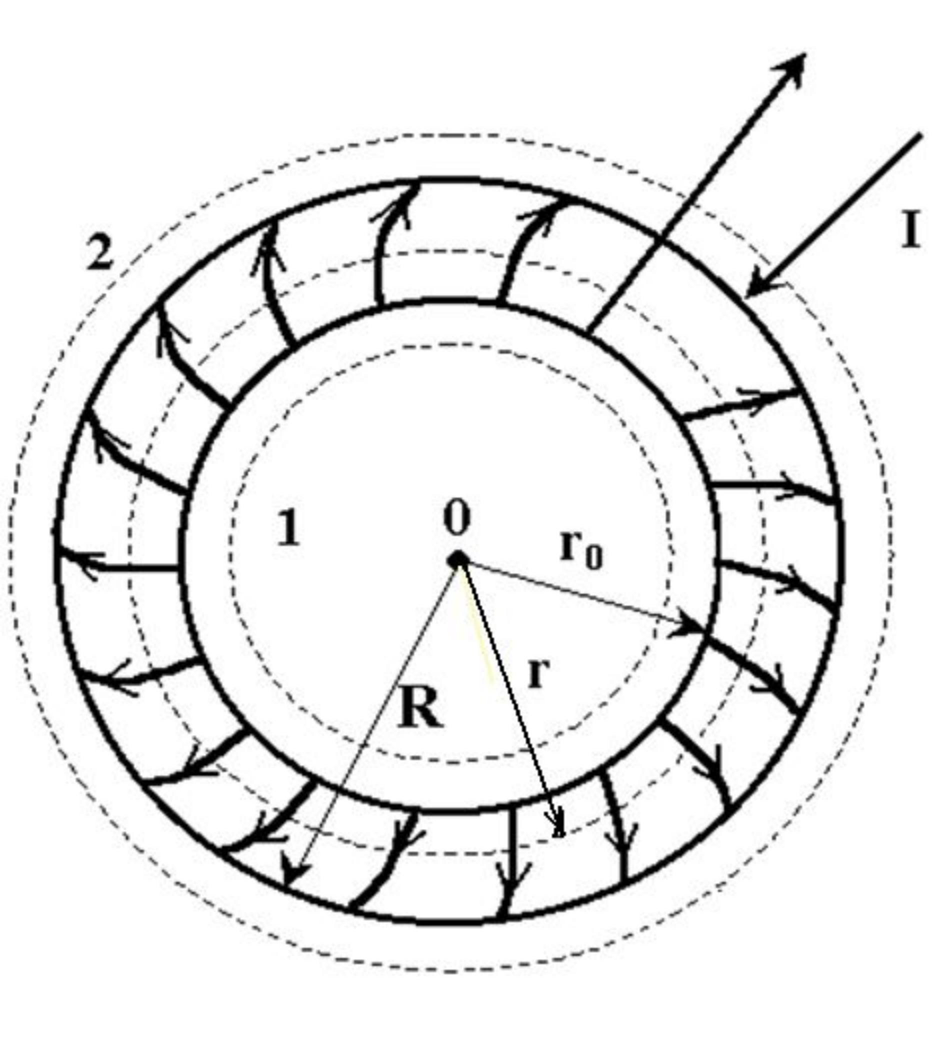
$$r_0 \le r \le R$$

$$B_{\min} = \mu_0 \frac{NI}{2\pi R} \le B \le \mu_0 \frac{NI}{2\pi r_0} = B_{\max}$$

$$B_{cp} = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r_{cp}} = \mu_0 nI$$

$$r_{cp} = \frac{R + r_0}{2}$$

$$B = \mu_0 nI \frac{r_{cp}}{r} = B_{cp} \frac{r_{cp}}{r}$$



Для тонкого тороида $r \approx r_{ср}$

$$B \approx B_{cp} = \mu_0 n I$$

Для тонкого тороида индукция может вычисляться по такой же формуле, что и для бесконечного соленоида.

Резюме по теме **«Магнитостатическое поле в вакууме»**

Любое **магнитостатическое поле в вакууме** можно описать двумя уравнениями.

1. Теорема Гаусса для вектора $\vec{B}$:

$$\oint_S (\vec{B} d\vec{S}) = 0$$

Из нее следует, что линии магнитной индукции всегда замкнуты или уходят на бесконечность, т.е. в природе отсутствуют магнитные заряды, на которых обрывались бы эти линии .

2. Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$, которая является обобщением закона Био-Савара_Лапласа:

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k$$

Из нее следует, что источниками стационарного магнитного поля являются постоянные токи проводимости.