

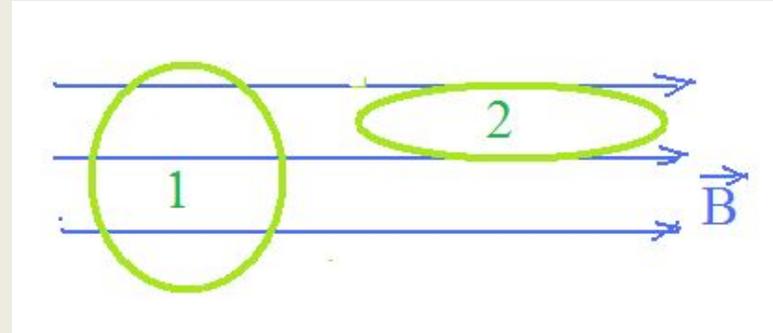
# **Магнитостатическое поле в вакууме. Часть 3.**

# Потенциальная энергия контура с ТОКОМ

## В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Работа сил поля по перемещению контура с постоянным током в магнитостатическом поле:

$$\delta \Phi = Id$$
$$\Phi_{12} = I \int_1^2 \Phi A = \Phi \int_1^2 d = (\Phi_2 - \Phi_1)$$



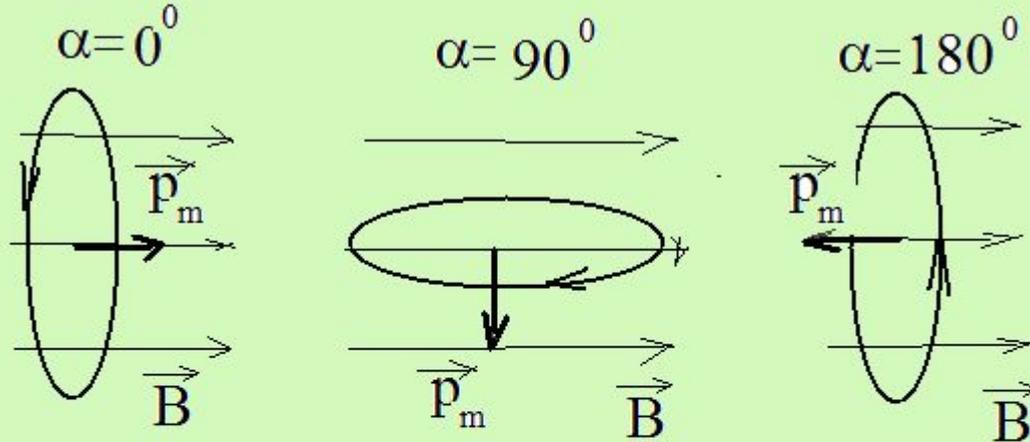
**Работа по перемещению контура (проводника) с постоянным током в постоянном магнитном поле не зависит от формы перемещения контура, а определяется только начальным и конечным положениями контура в магнитном поле. В таком поле можно ввести понятие потенциальной энергии. Величина механической работы определяется убылью потенциальной энергии контура с током в постоянном магнитном поле.**

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = -\Delta W$$

$$\mathcal{W} = c\epsilon_0 h s t +$$

$$W = -IBScos\alpha = -p_m B cos\alpha \quad \alpha = (\vec{p}_m \vec{B})$$

$$W = -(\vec{p}_m \vec{B})$$



a)

b)

c)

$$W = -p_m B$$

$$M = 0$$

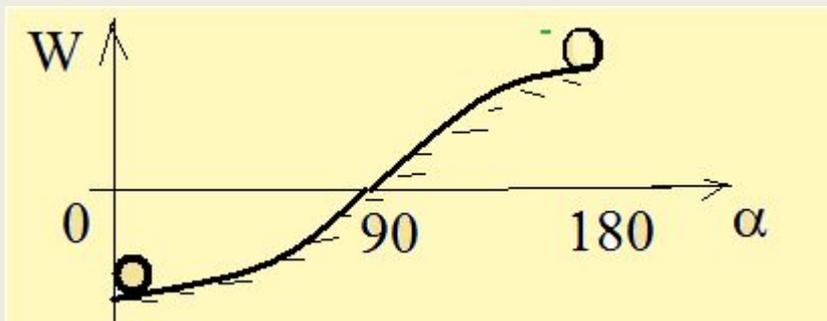
$$W = 0$$

$$M_{max}$$

$$W = p_m B$$

$$M = 0$$

$$M = p_m B sin\alpha$$



$$W = -p_m B \cos \alpha$$

$$= -(\overset{\boxtimes}{p_m} \overset{\boxtimes}{B})$$

Положение контура  $\alpha = 0$   $\overset{\boxtimes}{p_m} \uparrow \uparrow \overset{\boxtimes}{B}$

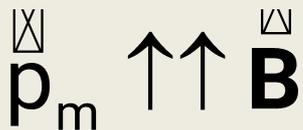
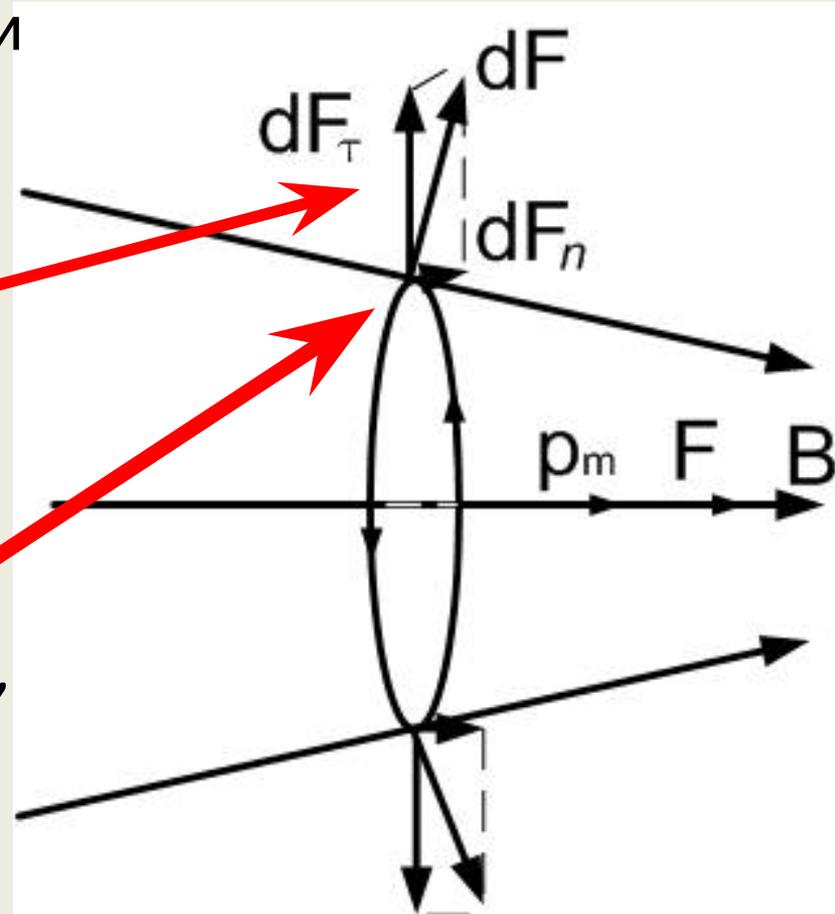
соответствует минимуму его потенциальной энергии, т. е. состоянию устойчивого равновесия.

# Контур с током в неоднородном поле

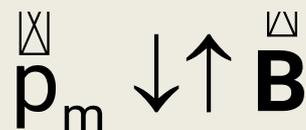
**поле**  
Линии индукции не параллельны и силы, действующие на виток, составляют некоторый угол с плоскостью витка.

Силы, параллельные витку, растягивают или сжимают виток

Силы, перпендикулярные витку, стремятся переместить виток во внешнем поле



**Виток втягивается в область более сильного поля**



**Виток выталкивается из области сильного поля**

Результирующая сила, действующая на виток, не равна нулю.

Пусть виток смещается в направлении на малый отрезок  $dx$

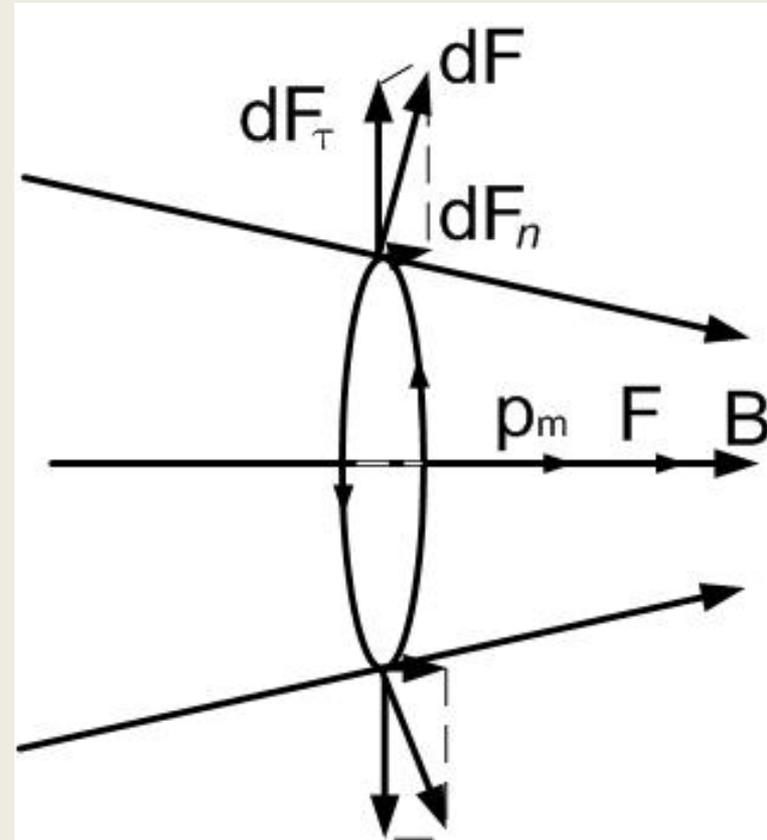
$$\delta A = F dx \quad \delta A = Id\Phi$$

$$d\Phi = SdB\cos\alpha$$

$$F dx = ISdB\cos\alpha$$

$$F = p_m \frac{dB}{dx} \cos\alpha$$

$p_m$



Связь силы с потенциальной

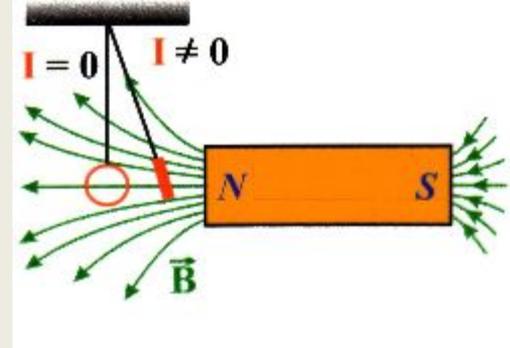
$$F = F_x = -\frac{d(-p_m B \cos\alpha)}{dx} = -\frac{dU}{dx}$$

В случае поля произвольной конфигурации:

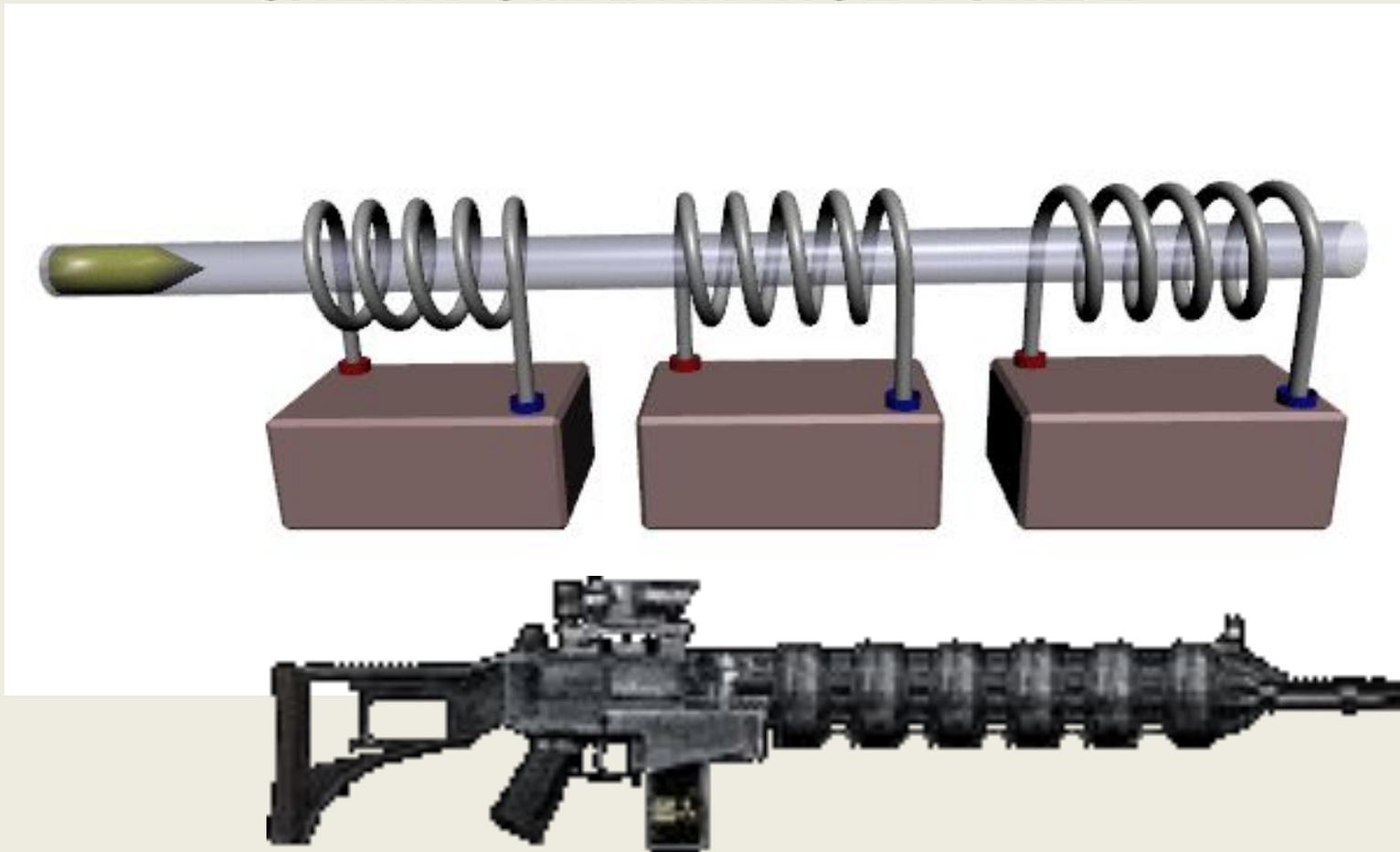
$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k}\right) = -\text{grad } U$$

$$\vec{F} = -\text{grad } U$$

контур с током втягивается в область  
более  
сильного поля :



## ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ РУЖЬЕ



# Основные уравнения магнитостатического поля в вакууме

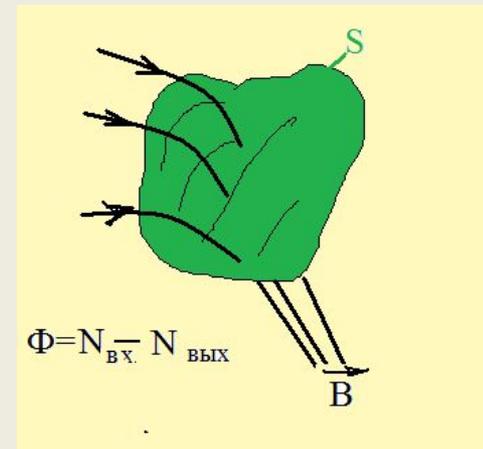
## 1. Теорема Гаусса для магнитного поля в вакууме

Линии магнитной индукции всегда замкнуты, т.е. не имеют ни начала, ни конца.

*Отсутствие в природе магнитных зарядов приводит к тому, что для произвольной замкнутой поверхности, расположенной в магнитном поле, поток вектора  $\vec{B}$  сквозь нее всегда равен нулю.*

$$\Phi_B = \oint_S (\vec{B} d\vec{S}) = 0$$

*-интегральная форма записи теоремы Гаусса.*

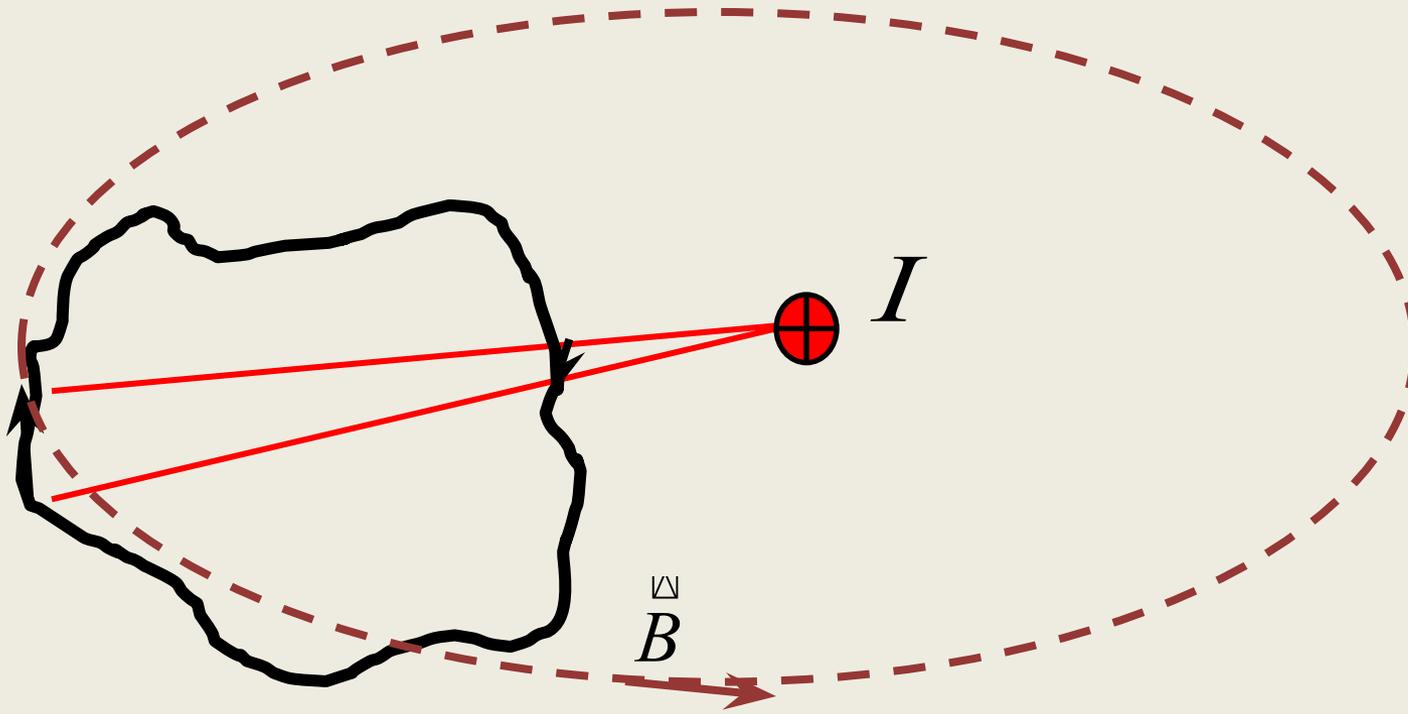


## 2. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля.

Эксперимент:

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k$$

*Циркуляция вектора индукции магнитного поля в вакууме по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых данным контуром, умноженной на магнитную постоянную.*



1. Контур совпадает с силовой линией

поля:

$$\oint (B dl) = B 2\pi R = \mu_0 I \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

2. Контур ток не охватывает:

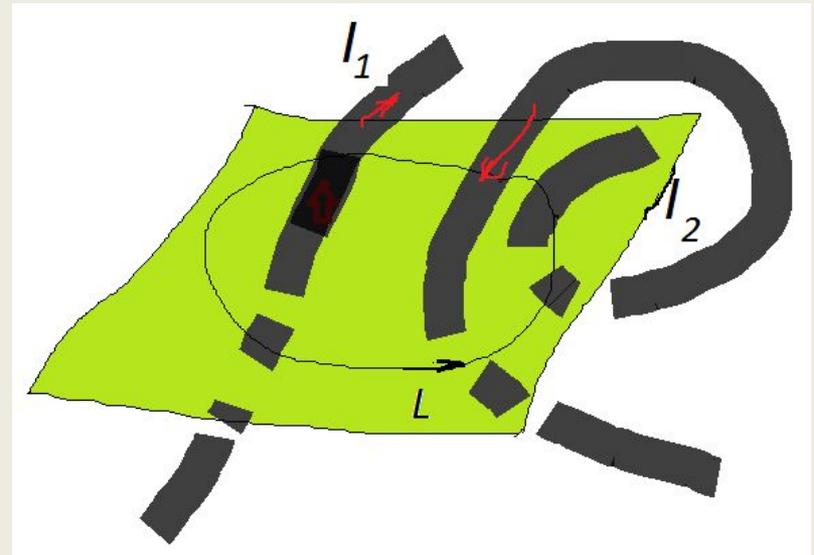
$$\oint_L (B dl) = 0$$

3. Контур охватывает несколько  
ТОКОВ:

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k$$

Каждый ток  
учитывается  
столько раз,  
сколько раз он  
охватывается  
контуром.

Знак тока  $\pm$   
определяется  
правилом



$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = ?$$

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k$$

-интегральная форма записи теоремы о циркуляции вектора  $\vec{B}$ .

**Циркуляция вектора индукции магнитного поля в вакууме по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых данным контуром, умноженной на магнитную постоянную.**

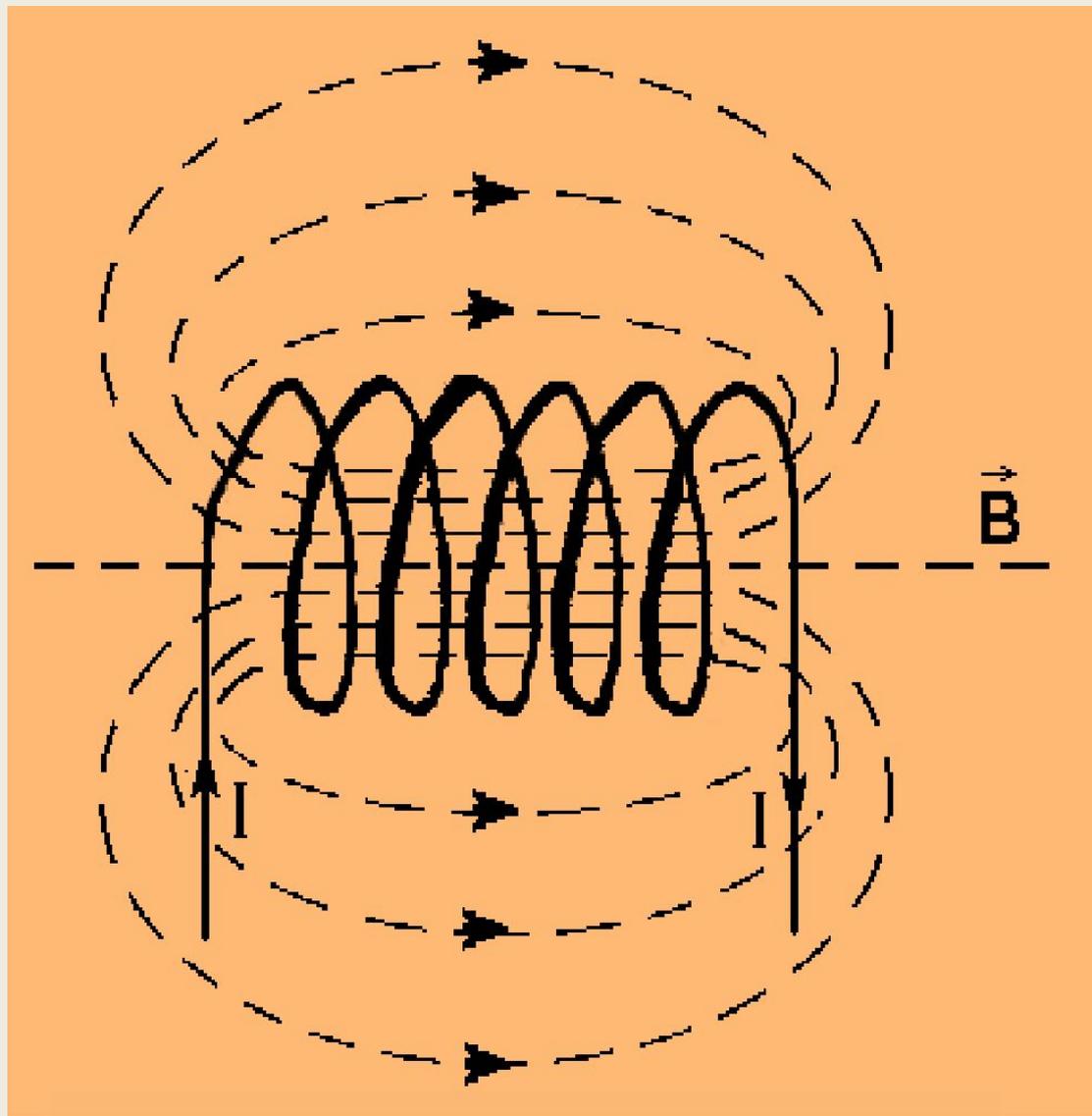
Отсюда следует, что источниками стационарного магнитного поля являются постоянные токи проводимости.

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k$$

**Справка из векторной алгебры: векторное поле, в котором циркуляция вектора по замкнутому контуру не равна нулю, является вихревым.**

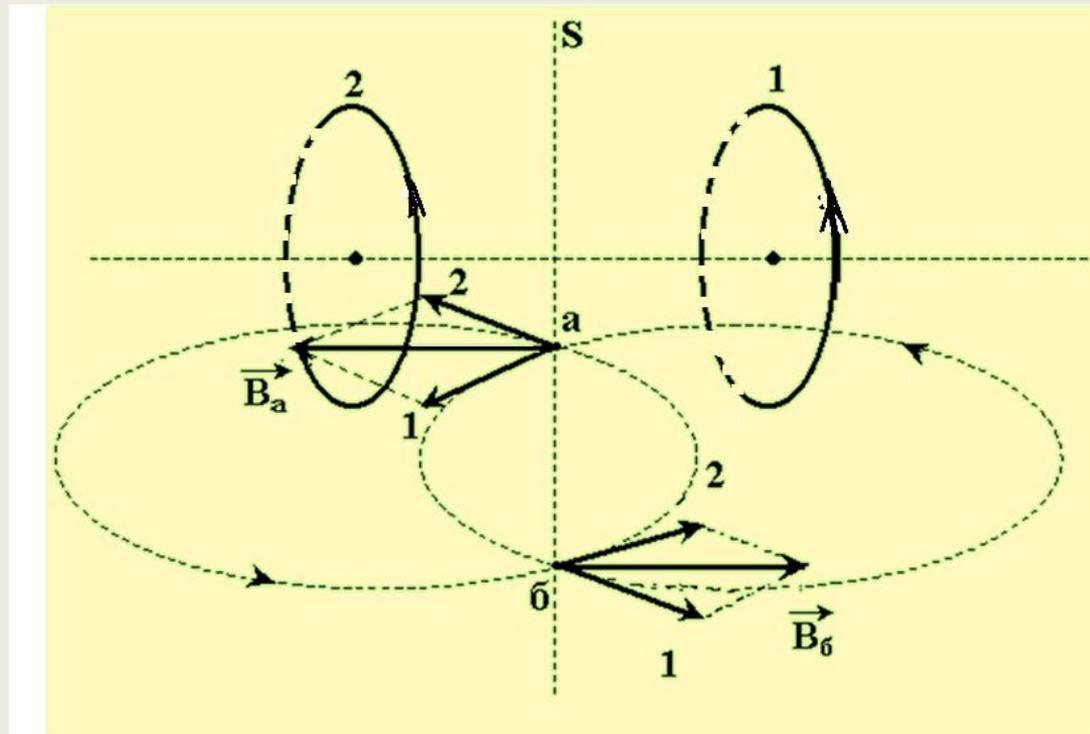
**Стационарное магнитное поле является вихревым.**

# Магнитное поле соленооида



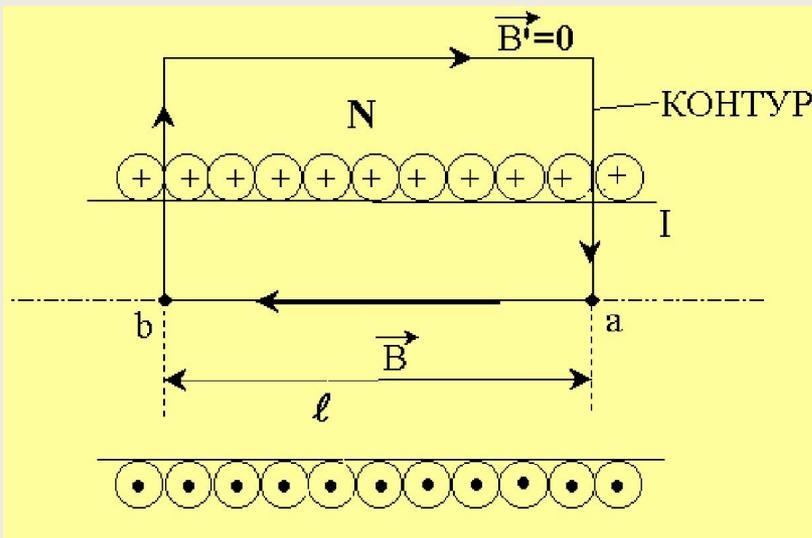
## Рассмотрим однородный соленоид бесконечной длины

Выделим симметрично какой-либо поперечной плоскости  $S$  два кольцевых тока, в любой точке плоскости  $S$  индукция магнитного поля, создаваемого каждой парой симметричных витков, а значит, и **результатирующая индукция может быть только параллельна оси соленоида**. Внутри соленоида (точка  $a$ ) и вне его (точка  $b$ ) направления векторов магнитной индукции **противоположны**.



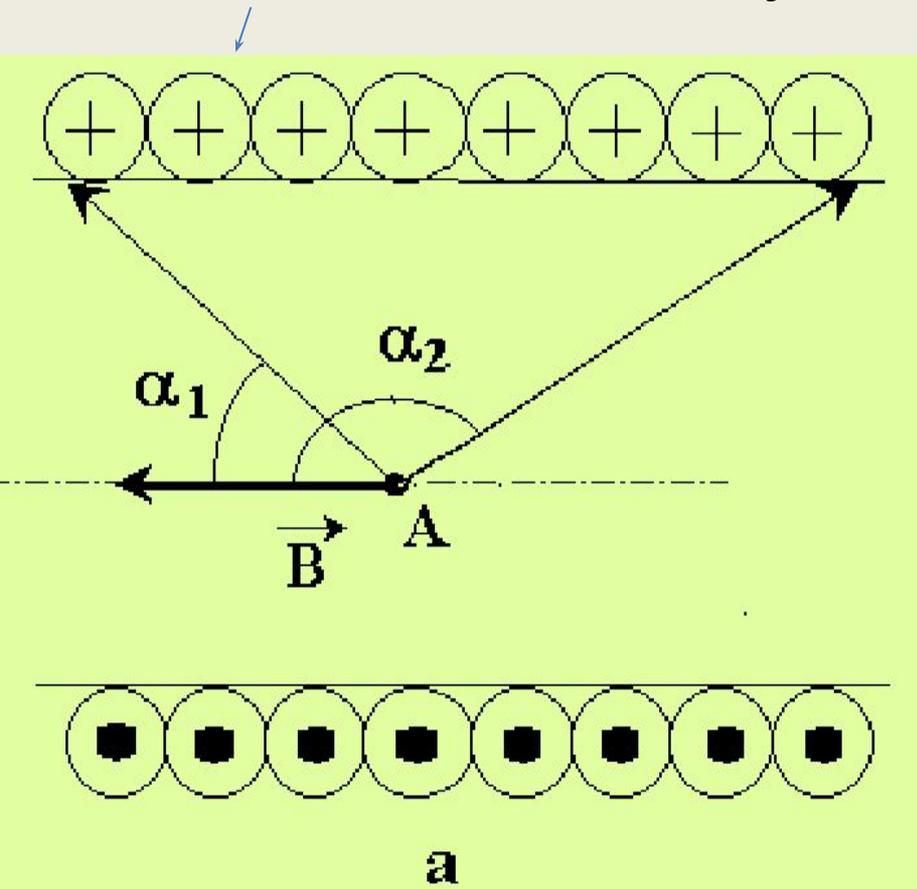
Магнитное поле бесконечного соленоида  
*однородно и полностью сосредоточено в объеме  
соленоида.*

Величина индукции магнитного поля внутри  
бесконечно длинного соленоида:

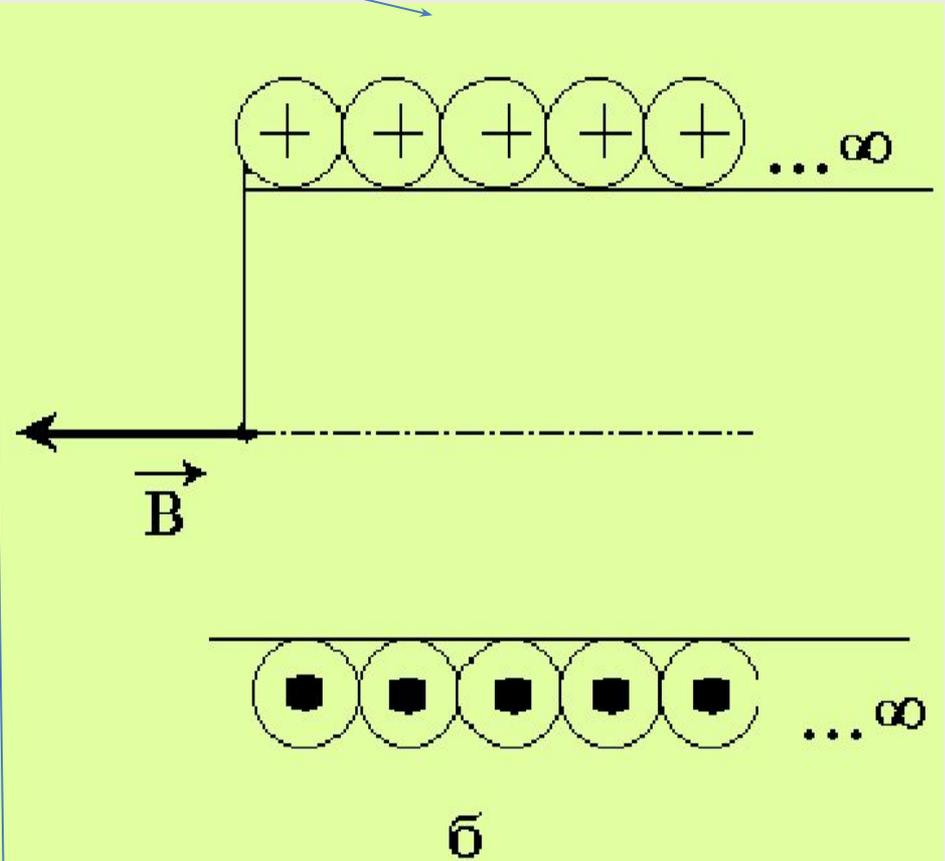


$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$$

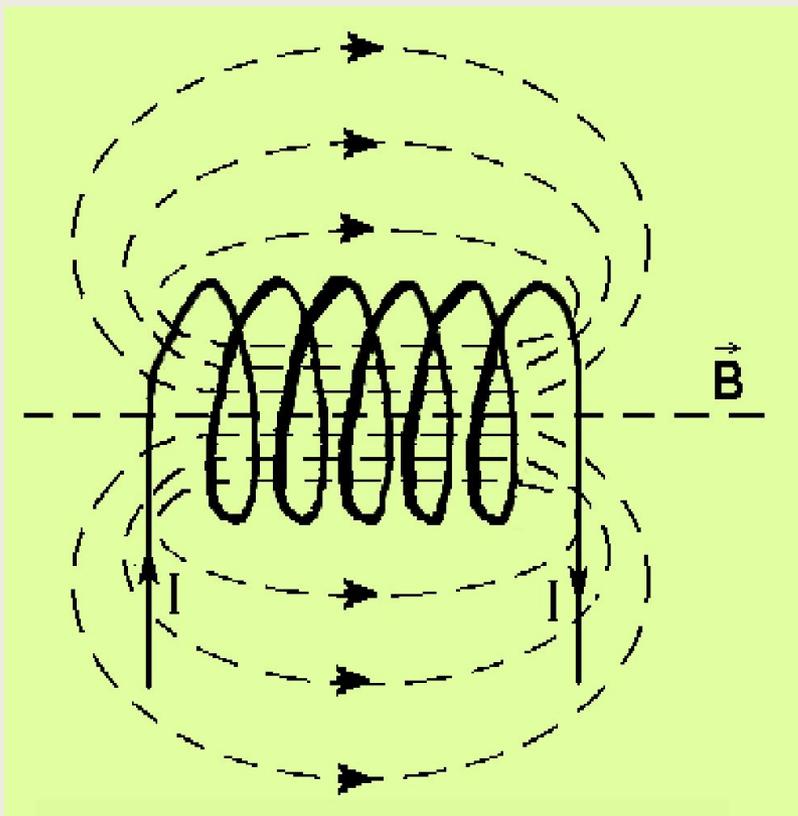
# Индукции магнитного поля внутри конечного и полубесконечного соленоидов



$$B = \mu_0 \frac{nI}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$



$$B = \mu_0 \frac{nI}{2}$$



**Магнитное поле реального соленоида имеет сложную структуру и существует как внутри, так и вне его.**

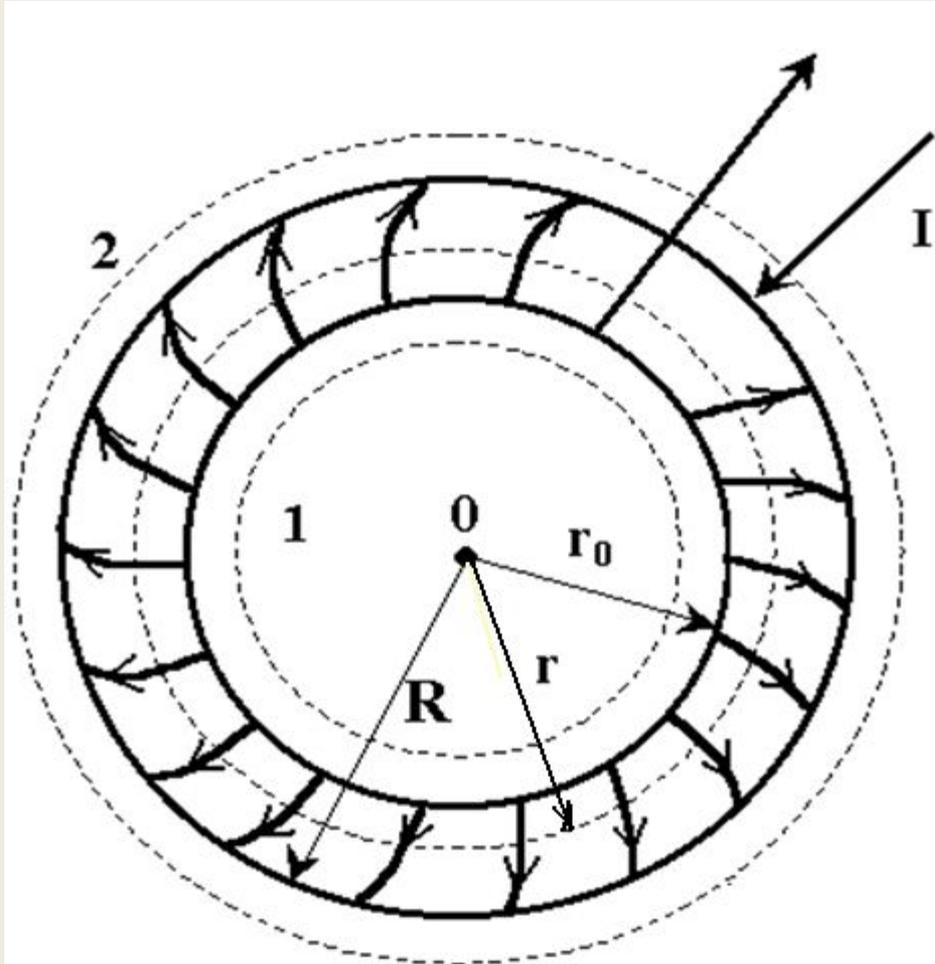
**Поле идеального бесконечного соленоида однородно и полностью сосредоточено внутри его объема.**

**Направление индукции поля  $\vec{B}$  внутри соленоида связано с направлением тока в обмотке правилом правого винта.**

# Магнитное поле

## тороида

Магнитное поле **тороида** (в пренебрежении кольцевым током) полностью сосредоточено в его собственном объеме.



$$\oint_L (\overset{\nabla}{B} d\overset{\nabla}{l}) = B 2\pi r = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r}$$

$$r_0 \leq r \leq R$$

$$B_{\min} = \mu_0 \frac{NI}{2\pi R} \leq B \leq \mu_0 \frac{NI}{2\pi r_0} = B_{\max}$$

$$B_{cp} = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r_{cp}} = \mu_0 nI$$

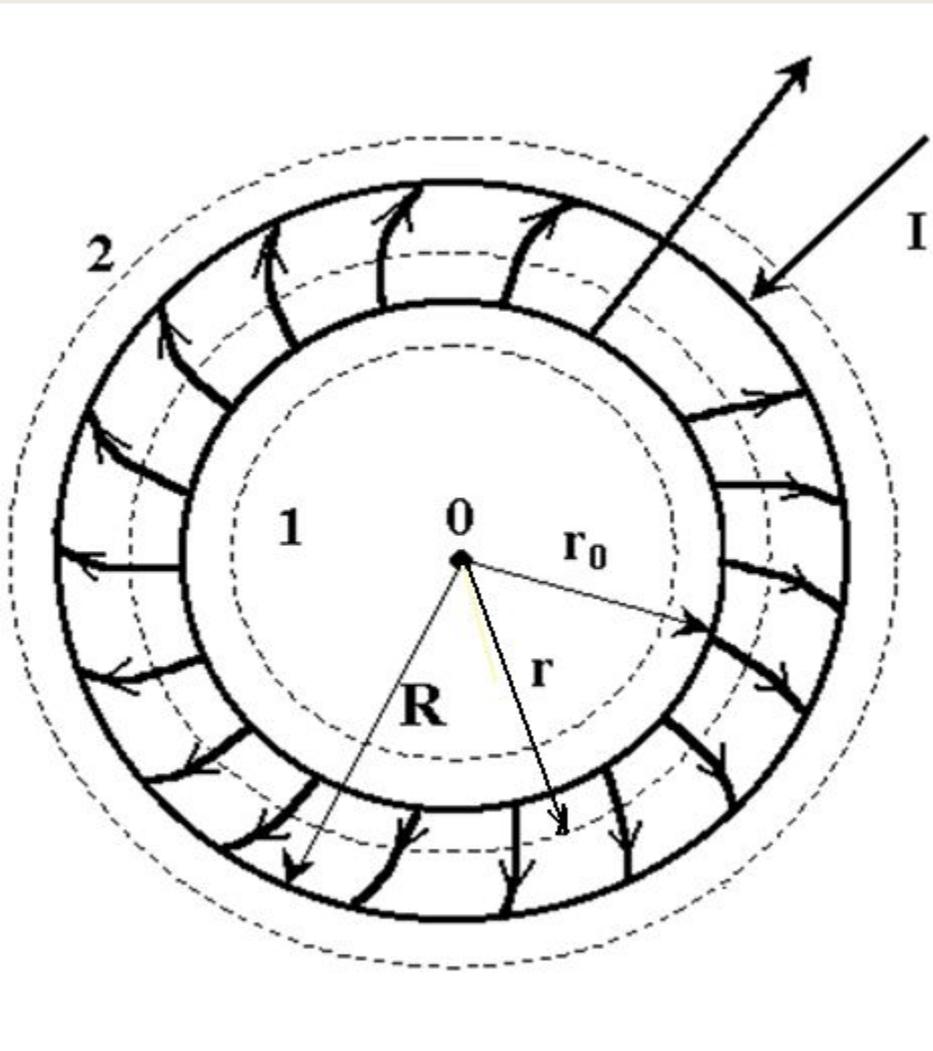
$$r_{cp} = \frac{R + r_0}{2}$$

$$B = \mu_0 nI \frac{r_{cp}}{r} = B_{cp} \frac{r_{cp}}{r}$$

Для тонкого  
тороида  $r \approx r_{cp}$

$$B \approx B_{cp} = \mu_0 n I$$

*Для тонкого тороида  
индукция может  
вычисляться по такой  
же формуле, что и для  
бесконечного соленоида.*



Резюме по теме «**Магнитостатическое поле в вакууме**»  
Любое магнитостатическое поле в вакууме можно описать двумя уравнениями.

1. Теорема Гаусса для вектора  $\vec{B}$  :

$$\oiint_S (\vec{B} d\vec{S}) = 0$$

Из нее следует, что линии магнитной индукции всегда замкнуты или уходят на бесконечность, т.е. в природе отсутствуют магнитные заряды, на которых обрывались бы эти линии .

2. Теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$  , которая является обобщением закона Био-Савара\_Лапласа:

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k$$

Из нее следует, что источниками стационарного магнитного поля являются постоянные токи проводимости.