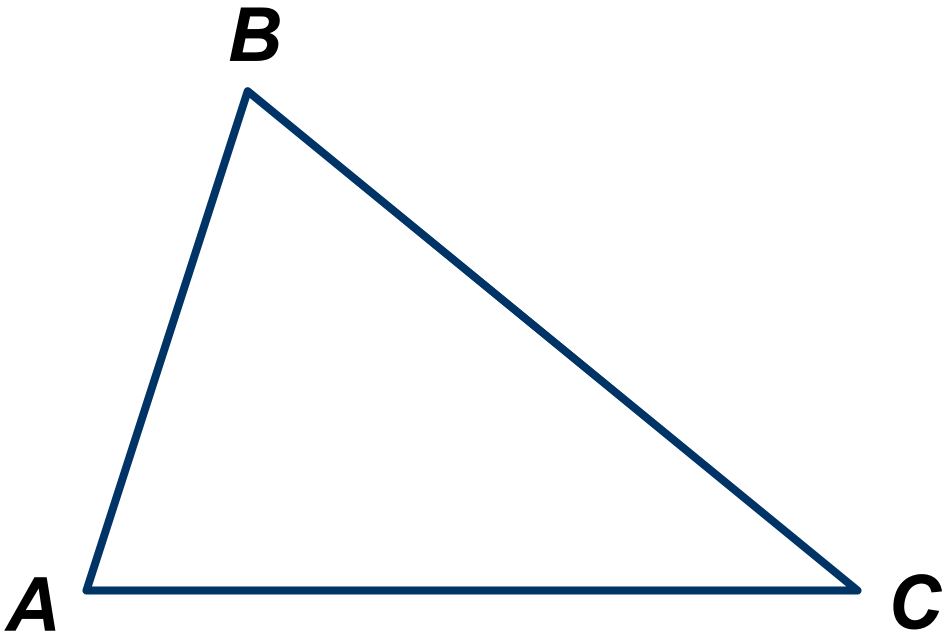
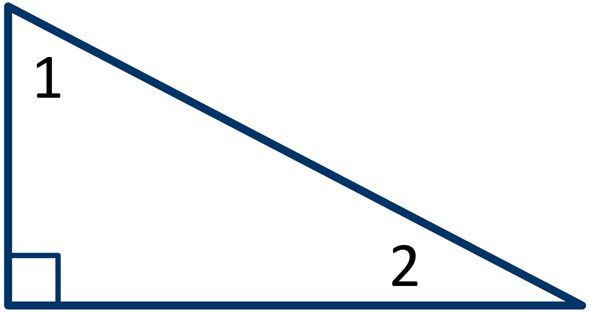
Остроугольный, прямоугольный и тупоугольный треугольники

Сумма углов треугольника равна 180°.

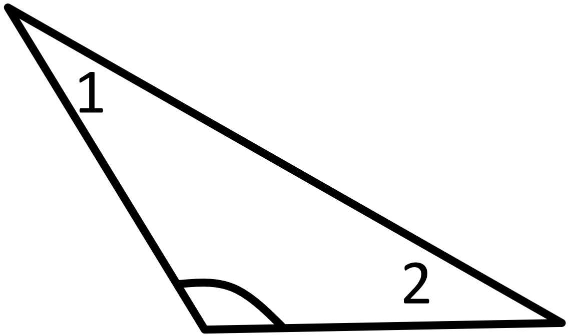


$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

Если в треугольнике один из углов является прямым или тупым, то сумма двух других углов данного треугольника не больше 90°, а следовательно, каждый из них острый.

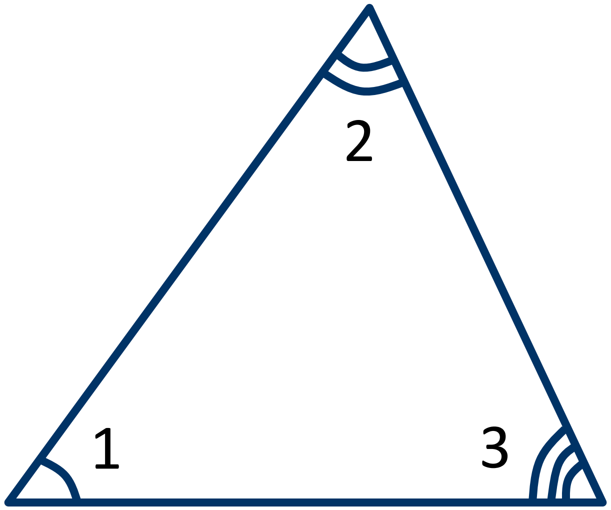


$\angle 1 + \angle 2 = 90°$, $\angle 1$, $\angle 2$ – острые



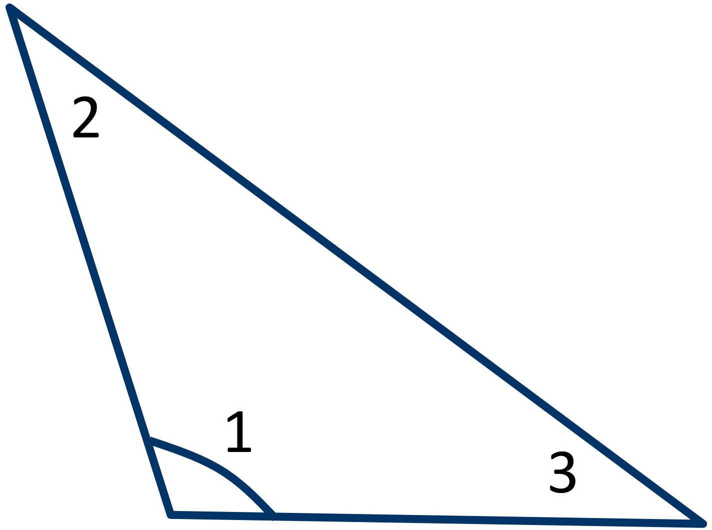
$\angle 1 + \angle 2 < 90°$, $\angle 1$, $\angle 2$ – острые

Остроугольный треугольник – это треугольник, у которого все три угла острые.



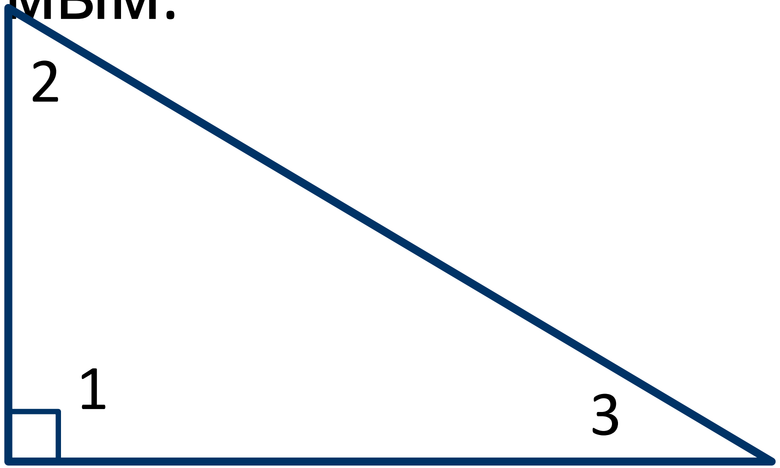
∠ 1, ∠ 2, ∠ 3 – острые углы

Тупоугольный треугольник – это треугольник, у которого один из углов тупой.

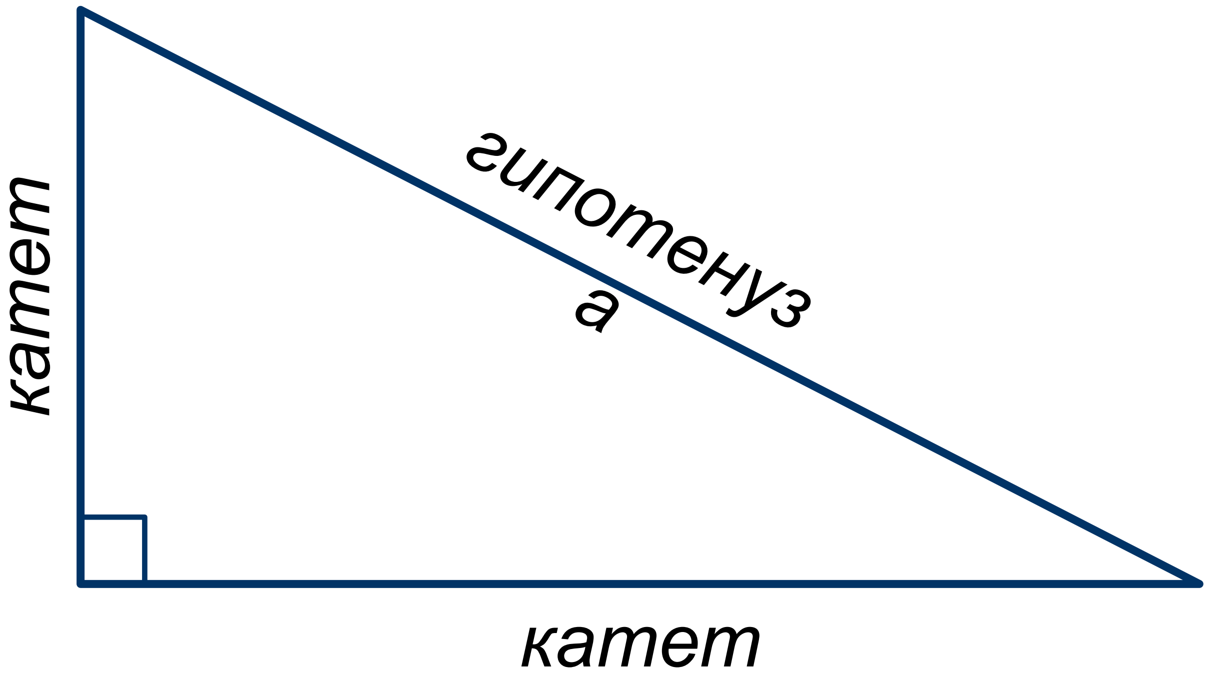


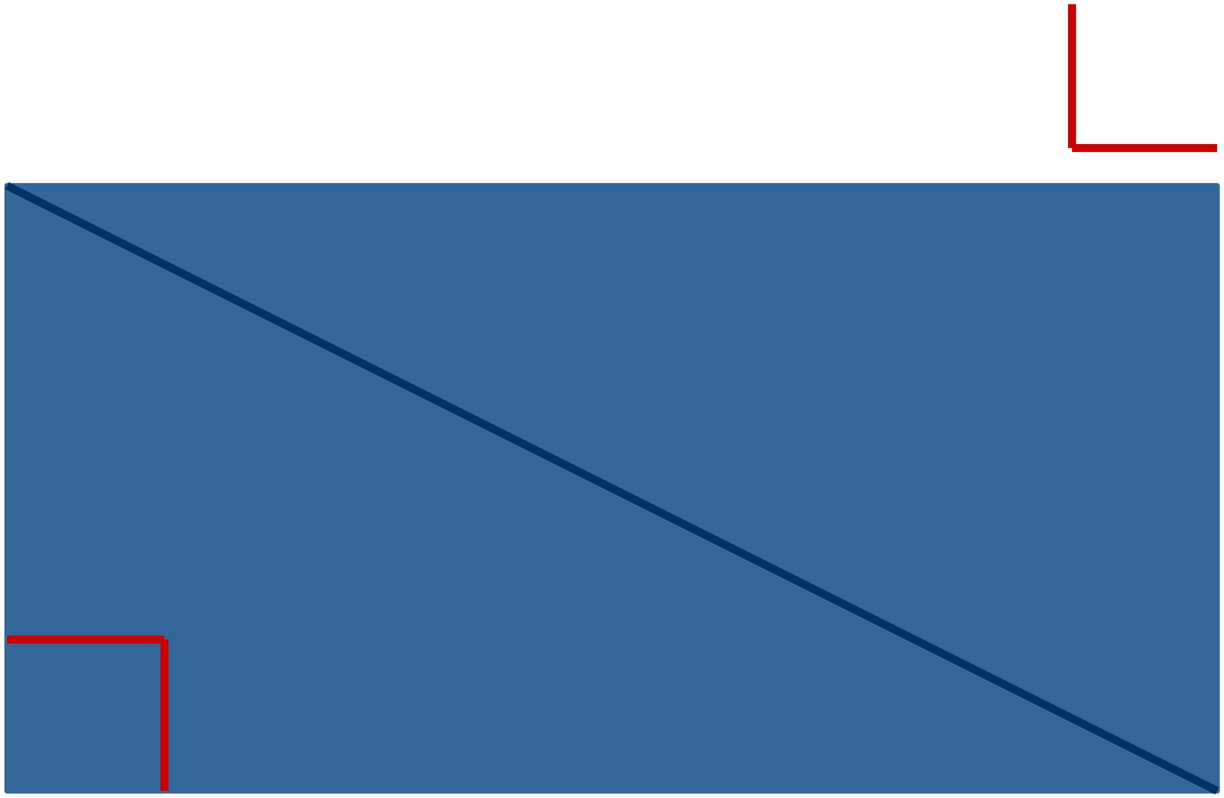
$\angle$ 1 – тупой угол

Прямоугольный треугольник – это треугольник, у которого один из его углов является прямым.



$\angle$ 1 – прямой угол


катет
гипотенуза
катет



Задача. Докажите, что угол с вершиной на окружности, опирающийся на диаметр, – прямой.

Доказательство.

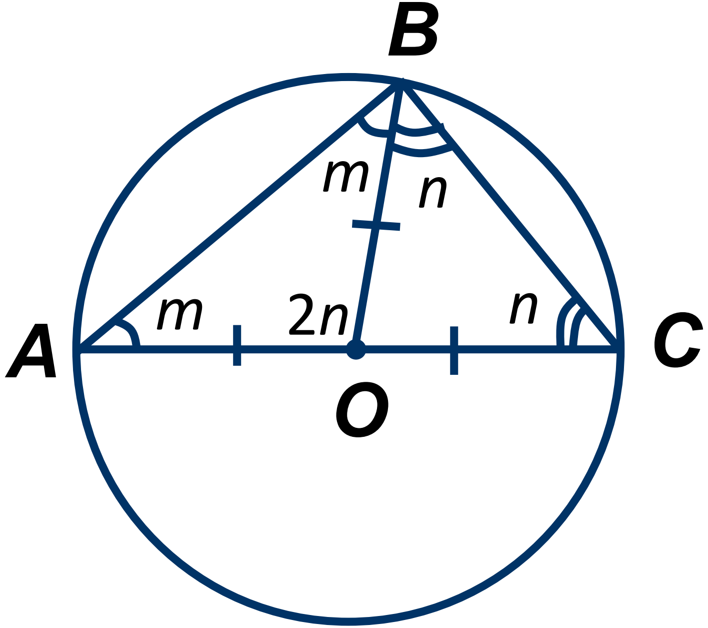
Так как $OA = OB = OC$, то $\Delta\ AOB$, $\Delta\ BOC$ – равнобедренные.

$\angle\ AOB = 2n$ (как внешний угол $\Delta\ BOC$; смежный с $\angle\ BOC$).

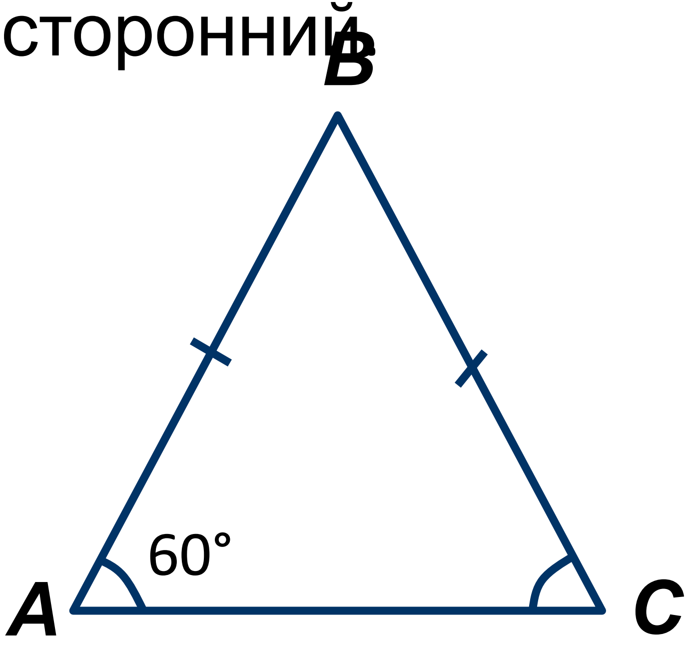
$\Delta\ AOB$: $m + m + 2n = 180°$,

тогда $m + n = 90°$,

То есть $\angle\ ABC = 90°$.



Задача. Докажите, что если в равнобедренном треугольнике *ABC* один из углов равен 60°, то он равносторонний.



Доказательство.

1) $\angle A = 60°$, то $\angle C = 60°$,

Так как $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$,

то $\angle B = 180° - \angle A - \angle C$,

$\angle B = 180° - 60° - 60°$,

$\angle B = 60°$.

Следовательно, ΔABC – равносторонний.

2) Пусть $\angle B = 60°$.

Тогда из $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

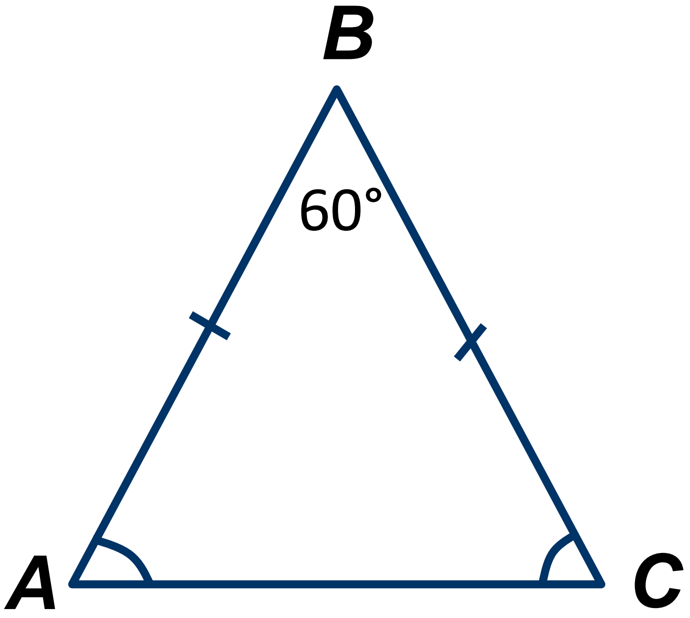
имеем $\angle A + \angle C = 180° - \angle B$,

$\angle A + \angle C = 120°$.

Так как $\angle A$, $\angle C$ – углы при основании равнобедренного ΔABC,

то $\angle A = \angle C = 60°$.

Следовательно, ΔABC – равносторонний.



Задача. Докажите, что в прямоугольном Δ ABC медиана, проведённая к гипотенузе AB, равна половине гипотенузы.

Доказательство.

$\angle 1 = \angle 2$, тогда ΔADC – равнобедренный, следовательно, $DA = DC$.

Так как $\angle C = 90°$, то $\angle 2 + \angle 3 = 90°$.

$\angle 1 + \angle 4 = 90°$, $\angle 1 + \angle 3 = 90°$.

Получаем, что $\angle 3 = \angle 4$.

Тогда ΔBCD – равнобедренный.

Следовательно, CD – медиана, $CD = \frac{1}{2}AB$.