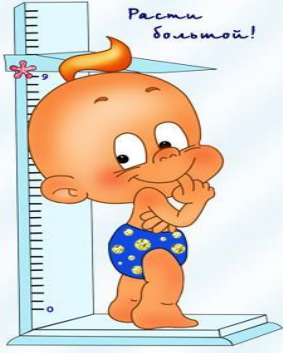


# Понятие числовой последовательности

## Задача 1.

На складе имеется 800 т угля, каждый день подвозят по 30 т. Сколько угля будет на складе в 1 день? 2 день? 3 день? 4 день?

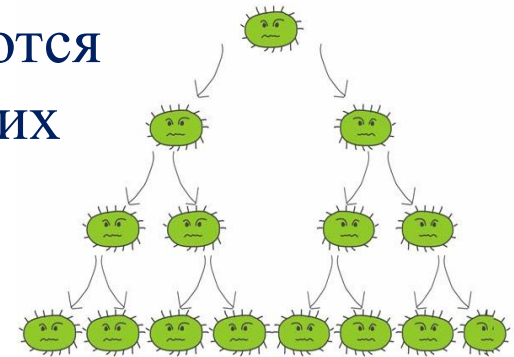


## Задача 2.

В период интенсивного роста человек растёт в среднем на 5 см в год. Сейчас рост у ученика – 180 см. Какого роста он будет в 2020 году?

## Задача 3.

В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на 2. Сколько бактерий будет в колонии, рожденной одной бактерией за 4 минуты?



## Задача 4.

Ежедневно каждый болеющий гриппом человек может заразить 4 окружающих. Через сколько дней могут заболеть все воспитанницы нашего пансиона?

# *Понятие числовой последовательности*

## *Что есть последовательность?*

1. Какие **события** в нашей жизни происходят **последовательно**?

Приведите примеры таких явлений и событий.

- *дни недели,*
- *названия месяцев,*
- *возраст человека,*
- *номер счёта в банке,*
- *последовательно происходит смена дня и ночи,*
- *последовательно увеличивает скорость автомобиль, и т. д.*

2. Что такое последовательность?

*Числовая последовательность* – это функция, заданная на множестве натуральных чисел.



**Вывод:**

*Числовая последовательность*

1) *функция*

2) *ее область определения – множество  $N$ .*

# Понятие числовой последовательности



Последовательность нечетных чисел: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...



Последовательность четных чисел: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

**Последовательность** считается заданной, если указан закон, по которому каждому **натуральному** числу  $n$  ставится в соответствие элемент  $x_n$  некоторого множества.



# **Примеры**

## **числовых последовательностей**

*Последовательность квадратов чисел натурального ряда:*

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, ...

*Последовательность простых чисел:*

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...

*Последовательность чисел, обратных натуральным:*

1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{6}$ , ...

*Последовательность степеней двойки:*

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, ...

*Последовательность десятичных приближений к числу  $\pi$ :*

3,1; 3,14; 3,141; 3,1415; 3,14159; ...

# Понятие числовой последовательности

Числа, образующие последовательность, называются **членами последовательности**.



Члены последовательности обозначают **буквами с индексами**, указывающими **порядковый номер** члена.

**Пример:**  $(a_n) : a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ .



**Читают:** «*a* первое, *a* второе, *a* третье, *a* четвертое» и т.д.

$a_n$  – член последовательности с номером *n*

**читают:** «*n* – й член последовательности».



Саму последовательность обозначают:  $(a_n)$

Последовательности

Бесконечные

Конечные

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n \dots$

$(b_n) : b_1, b_2, b_3, b_4, \dots, b_n$

# На примерах учимся



## Самостоятельно

Какой член последовательности  $a_1, a_2, a_3, \dots$ :

- а) следует за членом  $a_{99}, a_{200}, a_n, a_{n-1}, a_{n+1}, a_{2n}$ ;
- б) предшествует члену  $a_{71}, a_{100}, a_{n-2}, a_{n+3}, a_{3n}$ ?

## Самостоятельно

Перечислите члены последовательности  $(x_n)$ , которые расположены между:

- а)  $x_{31}$  и  $x_{35}$ ;
- б)  $x_n$  и  $x_{n+6}$ ;
- в)  $x_{n-4}$  и  $x_n$ ;
- г)  $x_{n-2}$  и  $x_{n+2}$ .

# *Способы задания числовой последовательности*

- *Аналитический*
- *Рекуррентный*
- *Графический*
- *Описательный (словесный)*
- *Табличный*



# Способы задания числовой последовательности

## Аналитический

Последовательность задают с помощью формулы  $n$  – го члена последовательности.



**Пример 1.** Последовательность чётных чисел:  $x_n = 2n$ .  
 $x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 6, x_4 = 8, x_{10} = 20, x_{100} = 200...$

**Пример 2.** Последовательность квадрата натуральных чисел:  $y_n = n^2$ .  
 $y_1 = 1, y_2 = 4, y_3 = 9, y_4 = 16, y_{10} = 100, y_{100} = 10000...$

**Пример 3.** Стационарная последовательность:  $c_n = C$ .  
 $c_1 = C, c_2 = C, c_3 = C, c_4 = C, c_{10} = C, c_{100} = C...$   
Любой  $n$ -й член последовательности можно определить с помощью формулы.



# На примерах учимся

## Способы задания числовой последовательности



Найдите первые шесть членов последовательности, заданной формулой  $n$ -го члена:

а)  $x_n = 2n - 1$ ;

Решение:

$$x_1 = 2 \cdot 1 - 1 = 2 - 1 = 1;$$

$$x_2 = 2 \cdot 2 - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$x_3 = 2 \cdot 3 - 1 = 6 - 1 = 5;$$

$$x_4 = 2 \cdot 4 - 1 = 8 - 1 = 7;$$

$$x_5 = 2 \cdot 5 - 1 = 10 - 1 = 9;$$

$$x_6 = 2 \cdot 6 - 1 = 12 - 1 = 11.$$

$(x_n): 1; 3; 5; 7; 9; 11 \dots$

б)  $x_n = \frac{n}{n+1}$ ;

Решение:

$$x_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}; \quad x_4 = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5};$$

$$x_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}; \quad x_5 = \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6};$$

$$x_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}; \quad x_6 = \frac{6}{6+1} = \frac{6}{7}.$$

$(x_n): \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7} \dots$

# Способы задания числовой последовательности



## Рекуррентный

(от латинского слова *recurre* – возвращаться)

Задают несколько первых членов последовательности и правило, позволяющее вычислять каждый следующий член через предыдущий.



### Пример 1

а)  $a_1 = 6, a_{n+1} = a_n - 2.$

б)  $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+1} = a_n + 1 + a_{n-1}, (n > 2).$

# Способы задания числовой последовательности



## Описательный

*Правила задания последовательности описываются словами, без указания формул или когда закономерности между элементами нет.*



**Пример 1.** Последовательность простых чисел:

$$(x_n): 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; \dots$$

**Пример 2.** Последовательность натуральных четных чисел:

$$(y_n): 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; \dots$$

**Пример 3.** Последовательность натуральных чисел,

кратных 7:  $(c_n): 7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; 56; 63; \dots$

# Способы задания числовой последовательности

## Графический



Графиком последовательности как и функции, заданной на множестве натуральных чисел, являются отдельные, изолированные точки координатной плоскости.

