

Понятие числовой последовательности

Задача 1.

На складе имеется 800 т угля, каждый день подвозят по 30 т. Сколько угля будет на складе в 1 день? 2 день? 3 день? 4 день?

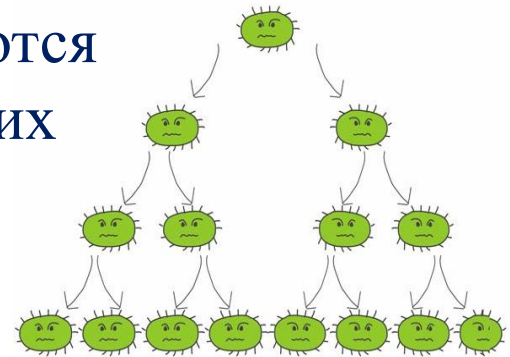


Задача 2.

В период интенсивного роста человек растёт в среднем на 5 см в год. Сейчас рост у ученика – 180 см. Какого роста он будет в 2020 году?

Задача 3.

В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на 2. Сколько бактерий будет в колонии, рожденной одной бактерией за 4 минуты?



Задача 4.

Ежедневно каждый болеющий гриппом человек может заразить 4 окружающих. Через сколько дней могут заболеть все воспитанницы нашего пансиона?

Понятие числовой последовательности

Что есть последовательность?

1. Какие **события** в нашей жизни происходят **последовательно**?

Приведите примеры таких явлений и событий.

- *дни недели,*
- *названия месяцев,*
- *возраст человека,*
- *номер счёта в банке,*
- *последовательно происходит смена дня и ночи,*
- *последовательно увеличивает скорость автомобиль, и т. д.*

2. Что такое последовательность?

Числовая последовательность – это функция, заданная на множестве натуральных чисел.



Вывод:

Числовая последовательность

1) *функция*

2) *ее область определения – множество N .*

Понятие числовой последовательности



Последовательность нечетных чисел: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...



Последовательность четных чисел: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

Последовательность считается заданной, если указан закон, по которому каждому **натуральному** числу n ставится в соответствие элемент x_n некоторого множества.



Примеры

числовых последовательностей

Последовательность квадратов чисел натурального ряда:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, ...

Последовательность простых чисел:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...

Последовательность чисел, обратных натуральным:

1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, ...

Последовательность степеней двойки:

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, ...

Последовательность десятичных приближений к числу π :

3,1; 3,14; 3,141; 3,1415; 3,14159; ...

Понятие числовой последовательности

Числа, образующие последовательность, называются членами последовательности.



Члены последовательности обозначают буквами с индексами, указывающими порядковый номер члена.

Пример: $(a_n) : a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$.



Читают: « a первое, a второе, a третье, a четвертое» и т.д.

a_n – член последовательности с номером n

читают: « n – й член последовательности».



Саму последовательность обозначают: (a_n)

Последовательности

Бесконечные

Конечные

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n \dots$

$(b_n) : b_1, b_2, b_3, b_4, \dots, b_n$

На примерах учимся



Самостоятельно

Какой член последовательности a_1, a_2, a_3, \dots :

а) следует за членом $a_{99}, a_{200}, a_n, a_{n-1}, a_{n+1}, a_{2n}$;

б) предшествует члену $a_{71}, a_{100}, a_{n-2}, a_{n+3}, a_{3n}$?

Самостоятельно

Перечислите члены последовательности (x_n) , которые расположены между:

а) x_{31} и x_{35} ; б) x_n и x_{n+6} ; в) x_{n-4} и x_n ;

г) x_{n-2} и x_{n+2} .

Способы задания числовой последовательности

- *Аналитический*
- *Рекуррентный*
- *Графический*
- *Описательный (словесный)*
- *Табличный*



Способы задания числовой последовательности

Аналитический

Последовательность задают с помощью формулы n – го члена последовательности.



Пример 1. Последовательность чётных чисел: $x_n = 2n$.
 $x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 6, x_4 = 8, x_{10} = 20, x_{100} = 200...$

Пример 2. Последовательность квадрата натуральных чисел: $y_n = n^2$.
 $y_1 = 1, y_2 = 4, y_3 = 9, y_4 = 16, y_{10} = 100, y_{100} = 10000...$

Пример 3. Стационарная последовательность: $c_n = C$.
 $c_1 = C, c_2 = C, c_3 = C, c_4 = C, c_{10} = C, c_{100} = C...$

Любой n -й член последовательности можно определить с помощью формулы.

На примерах учимся

Способы задания числовой последовательности



Найдите первые шесть членов последовательности, заданной формулой n -го члена:

а) $x_n = 2n - 1$;

Решение:

$$x_1 = 2 \cdot 1 - 1 = 2 - 1 = 1;$$

$$x_2 = 2 \cdot 2 - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$x_3 = 2 \cdot 3 - 1 = 6 - 1 = 5;$$

$$x_4 = 2 \cdot 4 - 1 = 8 - 1 = 7;$$

$$x_5 = 2 \cdot 5 - 1 = 10 - 1 = 9;$$

$$x_6 = 2 \cdot 6 - 1 = 12 - 1 = 11.$$

$(x_n): 1; 3; 5; 7; 9; 11 \dots$

б) $x_n = \frac{n}{n+1}$;

Решение:

$$x_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}; \quad x_4 = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5};$$

$$x_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}; \quad x_5 = \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6};$$

$$x_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}; \quad x_6 = \frac{6}{6+1} = \frac{6}{7}.$$

$(x_n): \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7} \dots$

Способы задания числовой последовательности



Рекуррентный

(от латинского слова *recurre* – возвращаться)

Задают несколько первых членов последовательности и правило, позволяющее вычислять каждый следующий член через предыдущий.



Пример 1

а) $a_1 = 6, a_{n+1} = a_n - 2.$

б) $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+1} = a_n + 1 + a_{n-1}, (n > 2).$

Способы задания числовой последовательности



Описательный

Правила задания последовательности описываются словами, без указания формул или когда закономерности между элементами нет.



Пример 1. Последовательность простых чисел:

$$(x_n): 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; \dots$$

Пример 2. Последовательность натуральных четных чисел:

$$(y_n): 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; \dots$$

Пример 3. Последовательность натуральных чисел, кратных 7:

$$(c_n): 7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; 56; 63; \dots$$

Способы задания числовой последовательности

Графический



Графиком последовательности как и функции, заданной на множестве натуральных чисел, являются отдельные, изолированные точки координатной плоскости.

