ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Явление электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции (открыто М. Фарадеем в 1831 г.) состоит в том, что **при всяком изменении магнитного потока через проводящий контур, в нем возникает ЭДС индукции.**

Опыт показывает, что абсолютное значение ЭДС индукции равно модулю скорости изменения магнитного потока через проводящий контур. Если контур замкнут, то ЭДС индукции вызывает в нем индукционный ток. В незамкнутом контуре индукционный ток возникает, если магнитный поток через проводящий контур, изменяется с переменной скоростью, т. е. когда $\frac{d\Phi}{dt} \neq const.$ Изменение магнитного потока через проводящий контур может быть обусловлено изменением пронизывающего контур магнитного поля, изменением формы контура и изменением положения контура в магнитном поле.

Э. Х. Ленц установил правило, согласно которому **индукционный ток всегда имеет такое направление, что создаваемый им магнитный поток через замкнутый контур, противодействует изменению (увеличению или уменьшению) внешнего магнитного потока.** Таким образом, знаки ЭДС индукции и скорости изменения магнитного потока противоположны:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (1)$$

Самоиндукция

Ток, текущий в цепи, создает магнитное поле, магнитный поток которого через поверхность, опирающуюся на контур цепи, в неферромагнитной среде пропорционален этому току (это следует из закона Био-Савара-Лапласа и из определения магнитного потока):

$$\Phi = Li \qquad (2)$$

где L – коэффициент пропорциональности, называемый *индуктивностью цепи*.

Индуктивность зависит от формы, размеров цепи, магнитной проницаемости среды и не зависит (в отсутствие ферромагнетиков) от тока в цепи:

Индуктивность длинного соленоида (катушки с сердечником из ферромагнетикам) равна

$$L = \frac{\mu_0 \mu n^2 S}{l} \qquad (3)$$

Явление самоиндукции заключается в возникновении дополнительной ЭДС (ЭДС самоиндукции) и обусловленного ею тока (тока самоиндукции) в цепи при изменении основного тока в цепи.

ЭДС самоиндукции зависит от скорости изменения основного тока и, следовательно, от скорости изменения созданного им магнитного потока:

$$\varepsilon_{is} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Li) \tag{4}$$

При $L = const$ (контур цепи жесткий, отсутствуют ферромагнетики) и $i = i(t)$

$$\varepsilon_{is} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{d(i(t))}{dt} \tag{5}$$

Если одновременно изменяется и сила основного тока и индуктивность контура, то ЭДС самоиндукции равна

$$\varepsilon_{is} = -\left(L\frac{\partial i}{\partial t} + i\frac{\partial L}{\partial t}\right) \tag{6}$$

Самоиндукция в электромагнетизме играет такую же роль, как и инерция в механике. Вследствие самоиндукции установление и исчезновение тока в цепи, а также любое его изменение происходит не мгновенно, а постепенно.

Взаимная индукция

Рассмотрим два расположенных рядом проводящих контура *1* и *2* (рис. 1). При наличии тока в контуре *2* (i_2) и при соответствующем взаимном расположении контуров, контур *1* будет пронизываться некоторым магнитным потоком Φ_{12}, называемым *потокосцеплением взаимной индукции*.

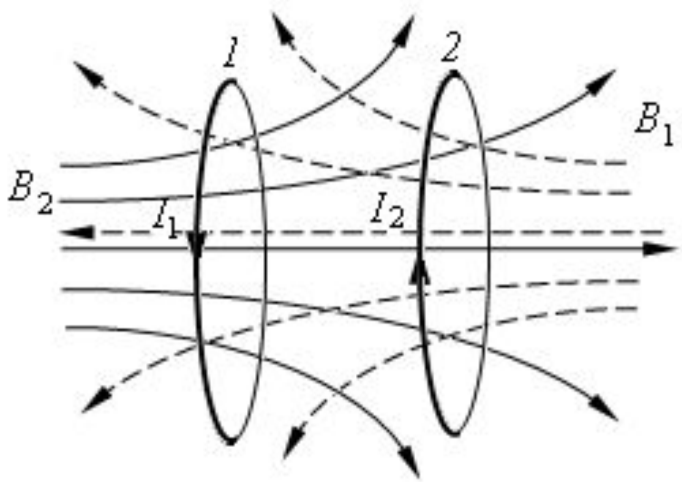


Рис. 1

Поле, создающее этот поток, изображено на рисунке пунктирными линиями. Поток тем больше, чем больше индукция B_2, создаваемая током i_2 в том месте, где находится контур *1*. В вакууме, а также в неферромагнитной среде $B_2 \sim i_2$.

Следовательно, поток вектора магнитной индукции через первый контур, созданный током i_2 второго контура

$$\Phi_{12} = L_{12} i_2 \tag{7}$$

Аналогично поток, создаваемый током i_1 и через поверхность контура *2*, пропорционален току i_1:

$$\Phi_{21} = L_{21} i_1 \tag{8}$$

Таким образом, **потокосцепление взаимной индукции – потокосцепление одного контура, обусловленное током в другом контуре**. Если потоки Φ_{12} и Φ_{21} существуют, то говорят, что между контурами существует магнитная связь. Коэффициенты пропорциональности L_{12} и L_{21} называются взаимной индуктивностью цепей.

Взаимная индуктивность – физическая величина, характеризующая свойство двух (или более) цепей образовывать общие потокосцепления, когда по одной из них течет ток. Взаимная индуктивность L_{21} численно равна магнитному потоку, сцепленному с контуром *2* при единичном токе в контуре *1*. Взаимная индуктивность L_{12} численно равна магнитному потоку, сцепленному с контуром *1* при единичном токе в цепи *2*. Взаимная индуктивность зависит от формы, размеров и относительного расположения контуров и магнитной проницаемости среды. Можно показать, что $L_{12} = L_{21}$.

Явление взаимной индукции заключается в возникновении ЭДС в контуре при изменении потокосцепления взаимной индукции этого контура.

Пусть в контуре *2* (см. рис. 1) течет ток. При наличии магнитной связи между контурами *1* и *2* с контуром *1* сцеплен магнитный поток взаимной индукции $\Phi_{12} = L_{12} i_2$. При изменении этого потока в контуре *1* возникает ЭДС:

$$\varepsilon_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -\frac{d}{dt} L_{12} i_2 \tag{9}$$

Изменение потока Φ_{12} может быть обусловлено изменением тока i_2 (при $L_{12} = const$), изменением взаимной индуктивности контуров L_{12} (при $i_2 = const$) и, наконец, одновременным изменением i_2 и L_{12}. В общем случае ЭДС взаимной индукции в контуре *1* равна:

$$\varepsilon_{i1} = -L_{12} \frac{\partial i_2}{\partial t} + i_2 \frac{L_{12}}{\partial t} \tag{10}$$

Аналогично при наличии в контуре *1* тока в контуре *2* возникает ЭДС, если этот ток изменяется или изменяется взаимная индуктивность.

Работа по перемещению контура с током в магнитном поле

При перемещении прямолинейного проводника длиной l с током I на расстояние dr в направлении, перпендикулярном к однородному магнитному полю (рис. 2), под действием силы $\vec{F}$ совершается работа, равная

$$dA = Fdr\cos 0 = IlBdr\cos 0 \qquad (11)$$

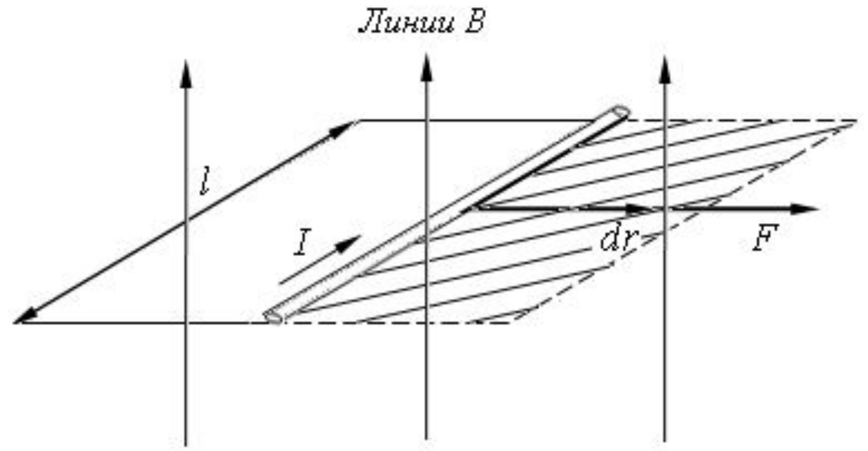


Рис. 2

Произведение $ldr = dS$ – площадь, которую «заметает» проводник при своем движении. Величина $BdS\cos 0 = d\Phi$ – магнитный поток, пронизывающий эту площадь. Следовательно,

$$dA = Id\Phi \qquad (12)$$

Таким образом, элементарная работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле, равна произведению тока в проводнике I на магнитный ток $d\Phi$, пронизывающий площадь, которую «заметает» проводник при своем движении. При перемещении проводника на конечное расстояние работа равна

$$A_{12} = \int I d\Phi = I\Delta\Phi \qquad (13)$$

Формулы (12) и (13) справедливы в самом общем случае, когда проводник не прямолинейный, а магнитное поле неоднородно. Работа, совершаемая силами магнитного поля при перемещении замкнутого контура с током, также равна произведению тока в контуре на приращение магнитного потока сквозь поверхность, опирающуюся на контур.

Магнитный момент кругового тока p_m равен произведению силы тока *I*, протекающему в контуре, на площадь *S* контура:

$$p_m = IS$$

Кроме силы тока I и площади S контур характеризуется также ориентацией в пространстве. Поэтому магнитному моменту p_m приписывают направление, совпадающее с направлением положительной нормали $\vec{n}$:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

Пусть магнитный момент тока в рамке $\vec{p}_m$ образует с направлением магнитного поля $\vec{B}$ угол α (рис. 3).

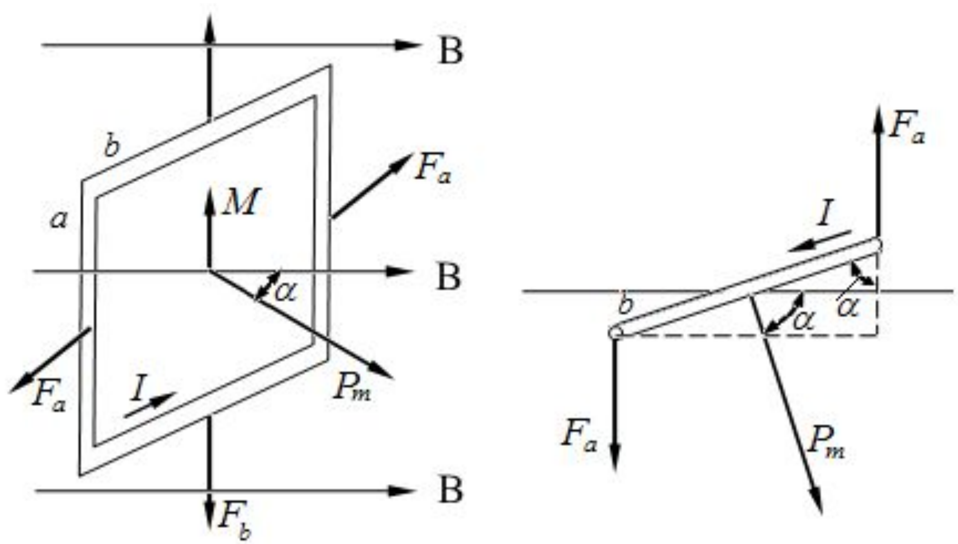


Рис. 3

Силы, действующие на стороны b рамки, равны по модулю, противоположны по направлению и лежат в плоскости рамки. Эти силы взаимно уравновешиваются. Силы, действующие на стороны a, образуют пару сил. Механический вращательный момент этой пары относительно оси, численно равен:

$$M = 2F_a \frac{b}{2} \sin \alpha$$

Согласно закону Ампера модуль силы F_a равен

$$F_a = IBa \sin 90^0$$

Следовательно,

$$M = IBab \sin \alpha$$

Здесь $ab = S$ – площадь рамки; IS — модуль магнитного момента p_m тока I.

Таким образом,

$$M = p_m B \sin\alpha$$

Учитывая взаимную ориентацию векторов $\vec{M}$, $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$, можно записать в векторном виде выражение для вращательного момента:

$$\vec{M} = (\vec{p}_m \times \vec{B})$$

Как видно вращательный момент $M = 0$ и рамка находится в равновесии, если магнитный момент тока в рамке параллелен или антипараллелен направлению внешнего магнитного поля $\vec{B}$ ($\alpha = 0$ соответствует устойчивому равновесию, $\alpha = \pi$ – неустойчивому). Можно показать, что это справедливо для плоского контура любой формы.

Энергия магнитного поля

Энергия магнитного поля W, созданного током i, текущим в цепи с индуктивностью L, равна

$$W = \frac{Li^2}{2} \tag{14}$$

Энергию магнитного поля можно выразить через его характеристики.

$$W = \frac{B^2 V}{2\mu_0 \mu} \tag{15}$$

Магнитное поле длинного соленоида однородно. Следовательно, *плотность энергии этого поля* ω (энергия единицы объема) равна

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \tag{16}$$

Формула (16) справедлива для любого поля: и однородного, и неоднородного. Если известна зависимость энергии от координат, то для нахождения энергии магнитного поля, распределенного в объеме V, нужно вычислить интеграл

$$W = \int \omega \, dV = \int \frac{B^2}{2\mu\mu_0} dV$$

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

Намагничивание вещества. Гипотеза Ампера

Все вещества, будучи внесенными в магнитное поле, намагничиваются – становятся источниками дополнительного магнитного поля. Магнитное поле $\vec{B}_0$, вызывающее процесс намагничивания данного вещества, будем называть *первичным, внешним, намагничивающим.*

Вещества, способные намагничиваться, называются магнетиками. Так как намагничиваются все без исключения вещества, то все вещества – магнетики.

Внесем какой–либо магнетик во внешнее магнитное поле $\vec{B}_0$. Под действием этого поля как внутри магнетика, так и вне его, возникает дополнительное, *вторичное собственное магнитное поле* вещества $\vec{B}'$. Результирующее поле в любой точке равно сумме полей $\vec{B}_0$ и $\vec{B}'$:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \qquad (17)$$

При намагничивании магнетика каждый его атом создает магнитное поле так, как если бы в атоме циркулировал некоторый замкнутый ток. Этот элементарный ток Ампер называл *молекулярным током*; мы его будем называть *микротоком*. Магнитное поле микротока можно охарактеризовать магнитным моменте $\vec{\rho}_m$

$$\vec{\rho}_m = i' \vec{S} \tag{18}$$

где i' – сила микротока; $\vec{S}$ – вектор, численно равный площади, охватываемой микротоком, и связанный с направлением микротока правилом правого буравчика.

Магнитные поля микротоков, складываясь, дают результирующее собственное поле вещества $\vec{B}'$, магнитные моменты этих токов дают некоторый результирующий магнитный момент. Интенсивность намагничивания вещества характеризует вектор намагниченности $\vec{J}$.

Вектор намагниченности $\vec{J}$ – физическая величина, равная магнитному моменту единицы объема вещества.

Если $\vec{J}$ всюду одинаков, намагниченность называется однородной, если различен – неоднородной. В случае однородной намагниченности

$$\vec{J} = \frac{\sum_{\Delta V} \vec{\rho}_m}{\Delta V} \qquad (19)$$

где $\vec{\rho}_m$ – магнитный момент отдельного атома; ΔV – объем, по которому производится суммирование всех $\vec{\rho}_m$. В случае неоднородной намагниченности

$$\vec{J} = \lim \frac{\sum_{\Delta V} \vec{\rho}_m}{\Delta V} \qquad (20)$$

Магнетик называется однородным, если его магнитные свойства одинаковы во всех его точках. В противном случае магнетик называется неоднородным.

Магнетик называется изотропным, если его магнитные свойства одинаковы по всем направлениям. В противном случае магнетик называется анизотропным.

Теория и опыт показывают, что в изотропных неферромагнитных магнетиках в не очень сильных полях и при не очень высоких частотах внешнего поля $\vec{B}_0$ вектор намагниченности $\vec{J}$ пропорционален $\vec{B}_0$:

$$\vec{J} = \chi \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} \qquad (21)$$

где μ_0 – магнитная постоянная; χ – безразмерный коэффициент пропорциональности, называемый объемной магнитной восприимчивостью вещества.

Теория и опыт показывают, что

$$\vec{B}' = \chi \vec{B}_0 \tag{22}$$

Тогда

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' = \vec{B}_0 + \chi \vec{B}_0 = (1 + \chi)\vec{B}_0 \tag{23}$$

Безразмерная величина

$$\mu = 1 + \chi \tag{24}$$

называется относительной магнитной проницаемостью вещества. Используя обозначение (23) и соотношение (24) можно записать:

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0 \tag{25}$$

Относительная магнитная проницаемость показывает, во сколько раз изменяется магнитное поле в веществе по сравнению с магнитным полем в вакууме:

$$\mu = \frac{B}{B_0} \tag{24}$$

Напряженность магнитного поля

Одним из фундаментальных положений электромагнетизма является положение о том, что магнитное поле создается любыми токами – как макроскопическими, так и микроскопическими. Следовательно, циркуляция вектора $\vec{B}$ в веществе пропорциональна сумме макро – $\left(\sum I_i\right)$ и микротоков $\sum i'$, охватываемых контуром, по которому берется циркуляция:

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i + \mu_0 \sum i' \qquad (25)$$

Для того чтобы найти циркуляцию вектора $\vec{B}$, нужно знать сумму микротоков, которая в свою очередь зависит от $\vec{B}$. Это затруднение можно обойти путем нахождения вспомогательной величины, циркуляция которой определяется лишь суммой микротоков.

Выберем внутри намагниченного вещества произвольный замкнутый контур L. При нахождении циркуляции $\vec{B}$ по этому контуру в сумму микротоков должны войти те микротоки, которые «нанизываются» на контур обхода (только эти токи пронизывают поверхность, ограниченную контуром L, один раз) и поэтому дают некоторый суммарный микроток. Все остальные микротоки, пересекающиеся с этой поверхностью, пронизывают ее дважды – один раз в одном направлении, другой раз в другом – и поэтому не дают вклада в I'.

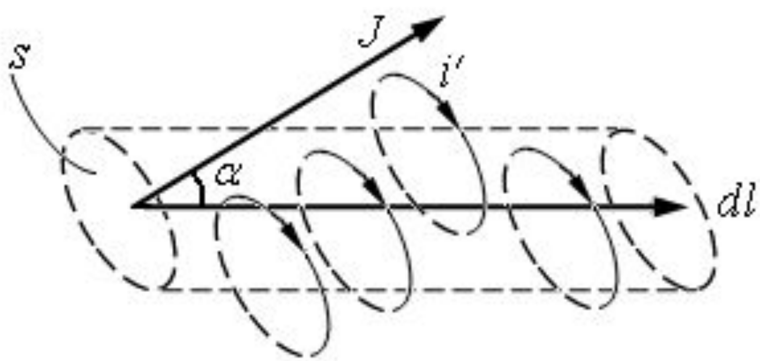


Рис. 4

Подсчитаем число микротоков, «нанизывающихся» на произвольный элемент dl контура L. Пусть i' – сила микротока, S – площадь, которую он охватывает, α – угол между dl и намагниченностью J.

Из рисунка 4 видно, что на вектор dl «нанизываются» все микротоки, центры которых лежат внутри наклонного цилиндра объемом $dV = Sdl \cos \alpha$. Если n – число микротоков в единице объема магнетика, то число микротоков, попадающих в этот цилиндр, равно

$$ndV = nSdl \cos \alpha$$

а суммарный ток, связанный с dl, равен $i' Sndl \cos \alpha$. Произведение $i' S$ есть модуль магнитного момента, создаваемого микротоком i'; произведение $i' Sn = J$ – модуль намагниченности J:

$$i' Sn = J$$

Следовательно, суммарный микроток, связанный с элементом dl контура обхода, равен

$$i' Sndl\ \cos\ \alpha = Jdl\ \cos\ \alpha = Jdl$$

Полный микроток i', охватываемый всем контуром L, равен

$$i' = \int_L Jdl \qquad (26)$$

Таким образом, ***суммарный микроток, охватываемый произвольным замкнутым контуром*** L***, равен циркуляции вектора намагниченности, взятой по этому же контуру.***

Подставим (26) в (25):

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum I + \mu_0 \oint_L \vec{J}d\vec{l}$$

Разделим обе части этого равенства на μ_0 и перенесем слагаемое $\oint_L \vec{J}d\vec{l}$ в левую часть:

$$\oint \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = \sum I \qquad (27)$$

Можно ввести еще одну характеристику магнитного поля

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \qquad (28)$$

Величина $\vec{H}$ **называется напряженностью магнитного поля**.

$$\oint_L \vec{\mathrm{H}} d\vec{l} = \sum I. \qquad (29)$$

Если макроскопические токи распределены в пространстве с переменной плотностью j, то сумма $\sum I$ заменяется интегралом $\oint_S \vec{j} d\vec{S}$, где S – произвольная поверхность, опирающаяся на контур, по которому берется циркуляция:

$$\oint_L \mathrm{H} dl = \oint_S j dS \qquad (30)$$

Таким образом, циркуляция вектора напряженности магнитного поля, созданного электрическими токами, равна полному макроскопическому току, протекающему через любую поверхность S, опирающуюся на контур интегрирования. Это утверждение носит название теоремы о циркуляции вектора $\vec{\mathrm{H}}$.

Поле $\vec{H}$ можно изобразить графически – с помощью линий вектора $\vec{H}$. Линии $\vec{H}$ строятся так же, как и линии вектора $\vec{B}$.

Итак, для описания магнитного поля вводятся индукция $\vec{B}$ и напряженность $\vec{H}$. Из этих двух характеристик важнейшей характеристикой является $\vec{B}$. Введение $\vec{H}$ связано с тем, что циркуляции $\vec{H}$ зависит только от *макротоков*, которые легко измерять. Однако из (29) не следует, что напряженность вообще не зависит от среды (т. е. напряженность в каждой точке поля при наличии среды такая же, как и в ее отсутствие). *От среды не зависит не сама напряженность, а ее интегральная функция – циркуляция* $\vec{H}$. Напряженность же в общем случае зависит от среды. Так, в неоднородной среде вектор $\vec{H}$ зависит от распределения магнитной проницаемости; в ограниченных телах, напряженность зависит от формы и размеров тел.

Только в двух весьма особых случаях $\vec{H}$ не зависит от среды:

– когда однородная изотропная среда заполняет все пространство, где имеется магнитное поле;

– когда такая среда заполняет область, границы которой нигде не пересекаются с линиями внешнего поля.

В качестве примера рассмотрим бесконечно длинный соленоид. Магнитное поле такого соленоида сосредоточено только внутри соленоида. Если сердечник в соленоиде отсутствует, то $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0}$. Заполним весь объем соленоида однородным изотропным магнетиком. Напряженность поля будет равна

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\vec{B}_0 + \vec{B}'}{\mu_0} - \vec{J}. \tag{31}$$

Но $\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}$. Подставив это выражение в (31), получим

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \vec{H}_0. \tag{32}$$

Если однородная изотропная среда заполняет все пространство, где имеется магнитное поле, то напряженность магнитного поля в этой среде $\vec{H}$ совпадает с напряженностью внешнего поля $\vec{H}_0$, т. е. напряженность такова, как если бы вещества вообще не было.

В случае безграничной изотропной неферромагнитной среды связь между индукцией и напряженностью выражается более простой формулой. В такой среде справедливо соотношение

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0. \tag{33}$$

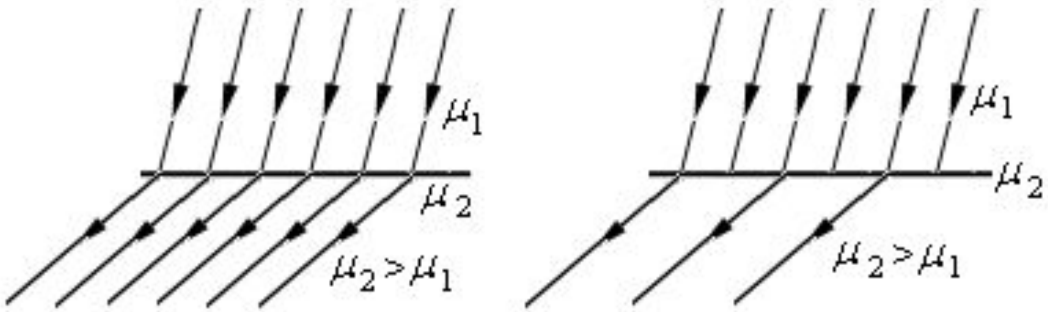
Следовательно

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}. \tag{34}$$

Граничные условия для магнитной индукции и напряженности

При наличии ограниченных магнетиков важное значение приобретают граничные условия, определяющие поведение векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$ на границах раздела магнетиков. Можно показать, что при переходе через границу раздела двух магнетиков нормальная составляющая вектора $\vec{B}$ и тангенциальная составляющая вектора $\vec{H}$ не изменяются; тангенциальная же составляющая вектора $\vec{B}$ и нормальная составляющая вектора $\vec{H}$ скачкообразно изменяются – испытывают разрыв. Так как одна из составляющих вектора $\vec{B}$ и вектора $\vec{H}$ изменяется, то оба вектора при переходе через границы скачкообразно изменяются и по модулю **и по** направлению, т. е. и $\vec{H}$ и $\vec{B}$ зависят от среды.

Из граничных условий для $\vec{B}$ и $\vec{H}$ следует, что на границах магнетиков линии $\vec{B}$ преломляются, но остаются непрерывными. Линии $\vec{H}$ – и преломляются и испытывают разрыв (рис. 5).



Линии B Линии H′

Рис. 5

Часть линий $\vec{H}$ либо заканчивается, либо начинается на границах магнетиков.