# Вариант 2_1

Приводимые ниже дифференциальные уравнения описывают движение тела по орбите около двух много более тяжелых тел. Примером может быть капсула космического аппарата на орбите около Земли и Луны. Три тела определяют в пространстве плоскость и двумерную систему координат в этой плоскости. Начало находится в центре масс системы двух тяжелых тел, за ось $x$ берется прямая, проходящая через эти два тела, а расстояние между ними принимается за единицу. Таким образом, если $\mu$ - отношение массы Луны к массе Земли, то Луна и Земля размещаются в точках с координатами (1 - $\mu$ , 0) и ( - $\mu$,0). Масса аппарата пренебрежимо мала по сравнению с массами планет; положение его определяется координатами $x(t)$, $y(t)$ , которые удовлетворяют уравнениям

$$\ddot{x} = 2\dot{y} + x - \frac{\mu_*(x+\mu)}{r_1^3} - \frac{\mu(x-\mu_*)}{r_2^3},$$

$$\ddot{y} = -2\dot{x} + y - \frac{\mu_* y}{r_1^3} - \frac{\mu y}{r_2^3},$$

# Вариант 2 _2

$$r_1 = ((x+\mu)^2 + y^2)^{1/2}, \quad r_2 = ((x-\mu_*)^2 + y^2)^{1/2},$$
$$\mu_* = 1-\mu, \quad \mu = 1/82.45.$$

Начальные условия

$$x(0) = 1,2 \qquad \dot{x}(0) = 0,$$
$$y(0) = 0 \qquad \dot{y}(0) = -1,04935751$$

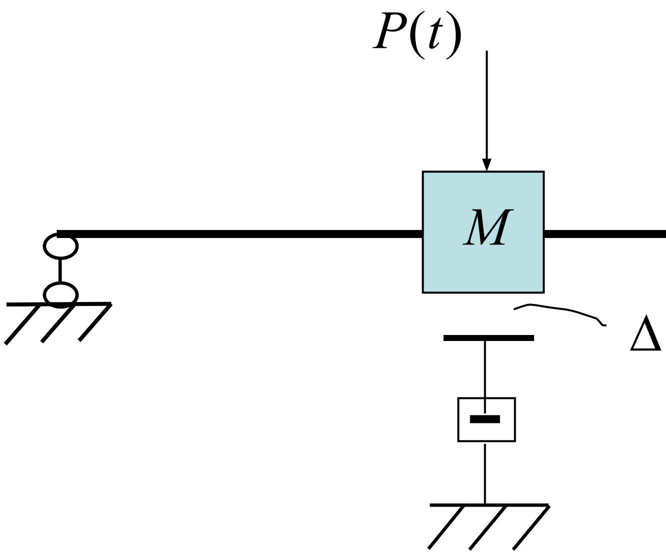
приводят к периодическому решению с периодом $T = 6,19216933.$

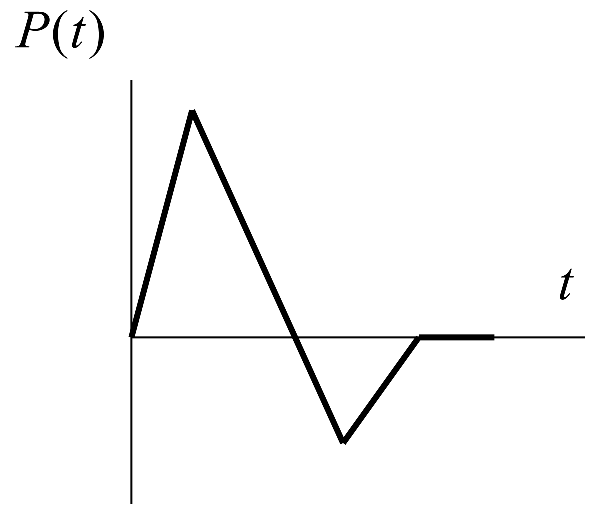
Анализ задачи сводится к следующему:

1) Вычислите решение с указанными начальными условиями и проверьте, что оно периодическое с приведенным выше периодом.
2) Постройте траекторию движения космического аппарата и установите, насколько близко он подходит на этой орбите к поверхности Земли?

В уравнениях расстояния измеряются от центров Земли и Луны. Считайте, что Луна находится на среднем расстоянии 384000 км от Земли, а Земля представляет собой шар радиусом 6370 км.

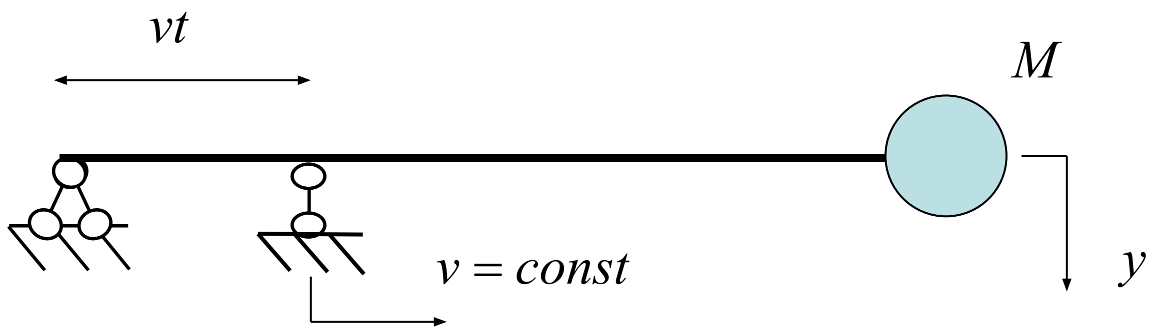
# Вариант 5




Исследуйте влияние начального зазора $\Delta$ на максимальное перемещение балки.

# Вариант 7

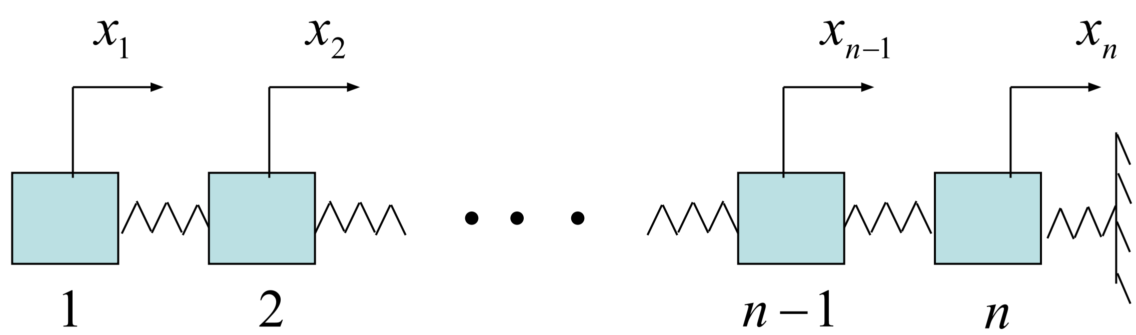



Правая опора перемещается с постоянной скоростью $v$.

Исследуйте влияние скорости $v$ на максимальное перемещение массы М при колебании из начального состояния

$$y(0) = y_0, \quad \dot{y}(0) = 0.$$

# Вариант 9

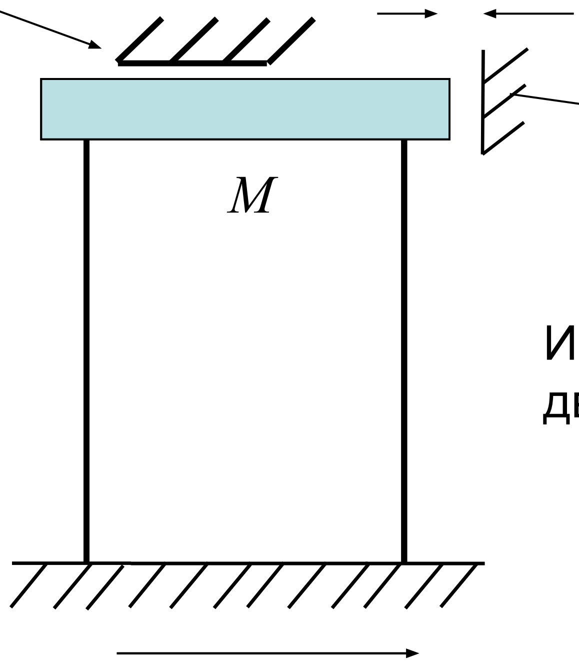



Система из $n$ одинаковых масс и $n$ одинаковых пружин подвергается мгновенному ударному воздействию. В момент $t = 0$ первая масса получает скорость $v$. При этом появляется волна сжатия, распространяющаяся вдоль цепочки масс и пружин. Принимая $n = 10$, определите момент времени $t_*$, при котором придет в движение последняя масса. Постройте график зависимости от времени усилия в последней пружине на интервале $0 \le t \le 2t_*$.

# Вариант 11

$f$ - коэффициент трения скольжения

$\Delta$ - начальный зазор




не вполне упругий ограничитель с коэффициентом восстановления скорости $k < 1$

Исследуйте влияние параметра $k$ на движение системы.

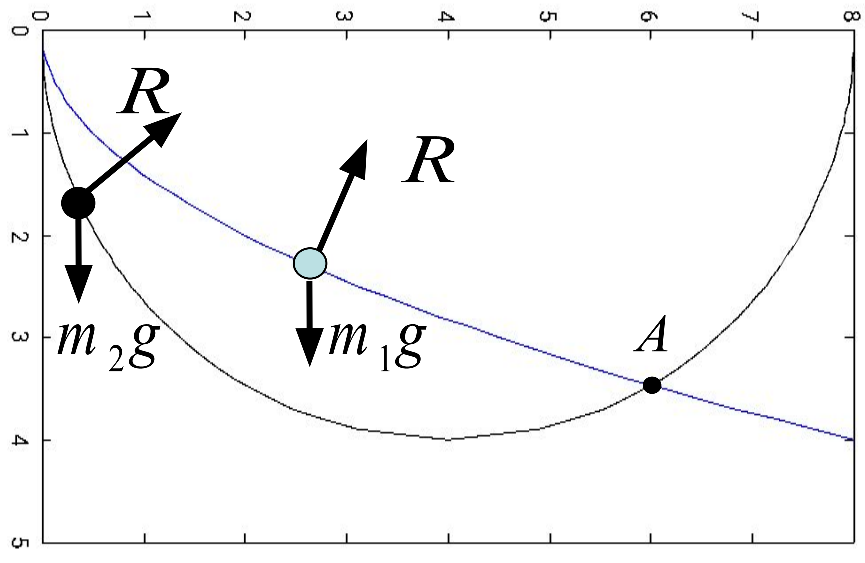
$$a(t) = Ae^{-\alpha t}\cos(\theta t)$$

$$\alpha > 0, \ \theta > 0.$$

# Вариант 38_1

## Несвободное движение материальной точки

Два колечка двигаются из состояния покоя без трения по проволокам, одна из которых имеет форму параболы, а другая - форму круга.



# Вариант 38_2

Задание:

1. Постройте зависимости координат колечек, их полных скоростей и реакций проволок от времени при $m_1 = m_2$ .

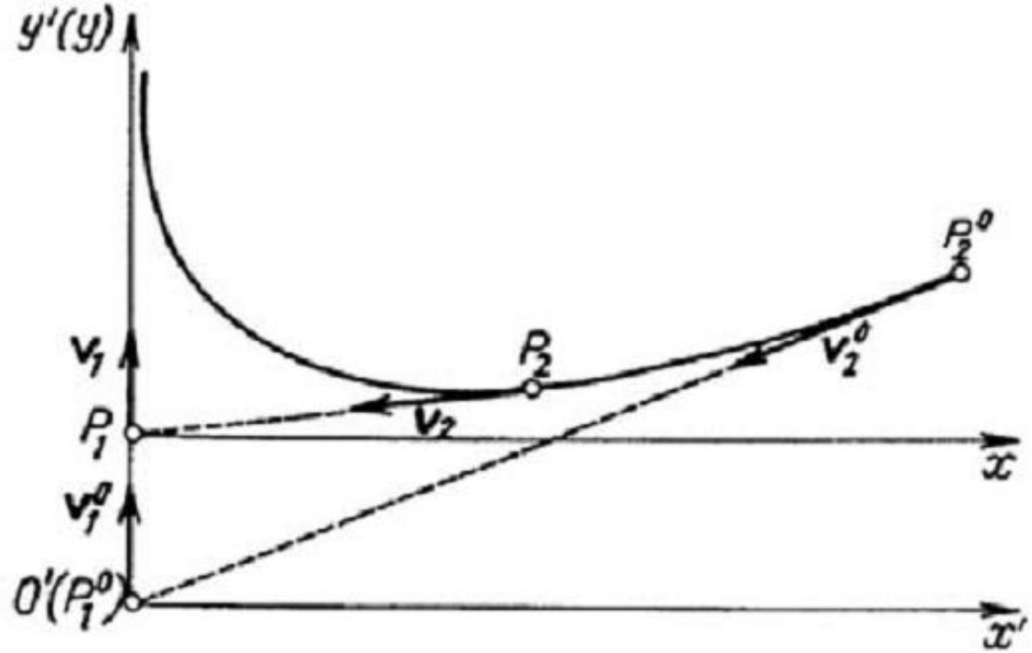
2. Как зависит время, необходимое каждому колечку, для достижения точки *A* от отношения их масс?

3. При каком условии колечки одновременно придут в точку *A*?

Теорию и пример см. в книге Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики, Т.2, М.: Наука, стр.117-120.

# Вариант 42_1

## Задача о встрече человека с собакой




**Условие задачи**. Человек идет вдоль линии $O'y'$ с постоянной скоростью $v_1$. В момент $t=0$ он, находясь в точке $O'(P_1^0)$, зовет свою собаку. Собака в тот же момент устремляется из точки $P_2^0$ с постоянной скоростью $v_2$, вектор которой направлен все время по касательной к траектории движения в сторону хозяина.

# Вариант 42_2

**Математическая модель.** Человек и собака представляются двумя частицами – $P_1$ и $P_2$. Траектория движения частицы $P_2$ задается в *подвижной* системе координат $P_1xy$ двумя уравнениями ( $\dot{x}$ и $\dot{y}$ - компоненты скорости $v_2$ )

$$\dot{x} = -\frac{v_2 x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \dot{y} = -v_1 - \frac{v_2 y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

с начальными условиями $x = x_0$, $y = y_0$ $t = 0$.

Неподвижная система координат $O'x'y'$ связана с подвижным базисом $P_1xy$ соотношениями

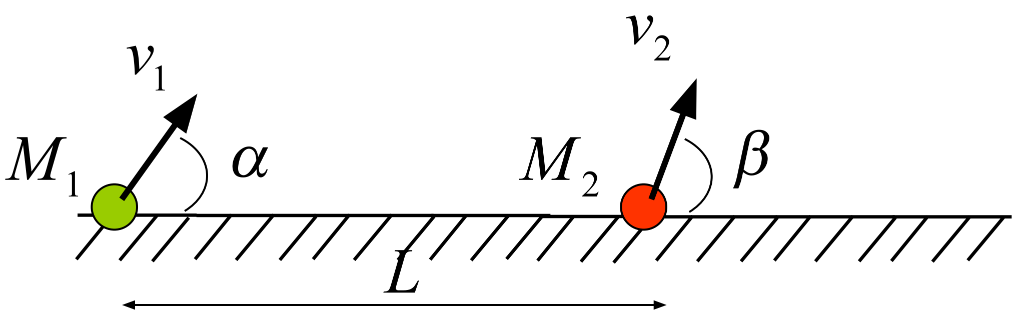
$$x' = x, \quad y' = v_1 t + y.$$

Задание:

1. При $v_2 = 2v_1$ постройте траекторию движения частицы $P_2$ в неподвижной системе координат и определите место и время встречи с частицей $P_1$.
2. Постройте график изменения расстояния между частицами $P_1$ и $P_2$ вплоть до момента встречи.
3. Аналитическое решение показывает, что при $v_2 \le v_1$ точки не встречаются. Полагая $v_2 = v_1$ проверьте этот факт численным решением.

# Вариант 43_1

## Движение двух масс в гравитационном поле



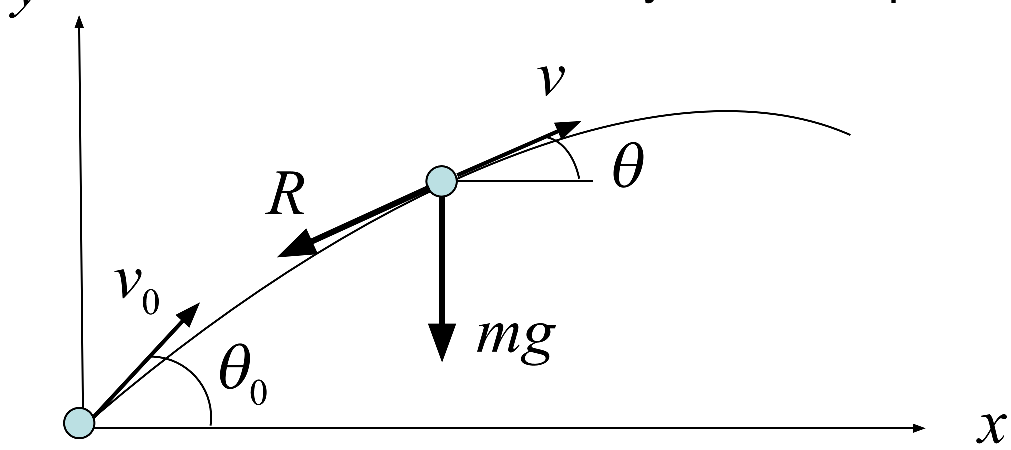

В момент $t = 0$ со скоростью $v_1$ под углом $\alpha$ к горизонту вылетает цель $M_1$. Через промежуток времени $\tau$ на перехват запускается ракета массой $M_2$ . Движение происходит в однородном поле силы тяжести с учетом аэродинамического сопротивления $R(t) = c\rho s v^{5/2}$ , где $c = 0{,}13$ , $s -$ площадь поперечного сечения тела, $\rho(h)$ - средняя плотность атмосферы на высоте $h$ над Землей :

| $h$ ęě | 0 | 0,5 | 1 | 3 | 5 | 8 | 10 | 12 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\rho$, ęă/ě$^3$ | 1,225 | 1,167 | 1,112 | 0,909 | 0,736 | 0,526 | 0,414 | 0,312 | 0,195 | 0,089 |

# Вариант 43_2

Математическая модель движения точки в гравитационном поле

с учетом сопротивления воздуха




$$m\dot{v} = -R - mg\sin\theta,$$

$$v\dot{\theta} = -g\cos\theta$$

$$v(0) = v_0\ ,\ \theta(0) = \theta_0$$

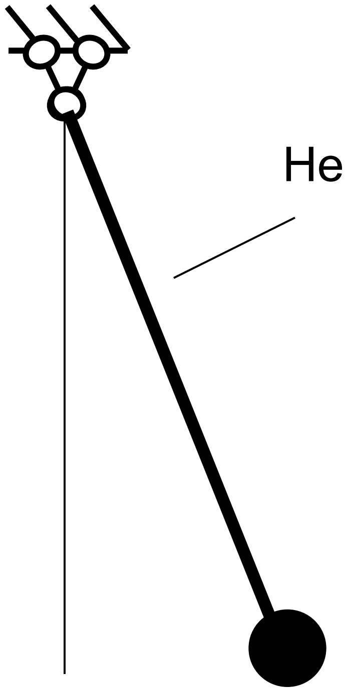
Определите координаты поражения цели в зависимости от угла вылета ракеты при постоянной плотности атмосферы (на Земле).

# Вариант 51

Мяч брошен вертикально вверх. Что больше: время подъема или время падения? Постройте зависимость разницы значений этих параметров от сопротивления воздуха.

На анимационной картине должен присутствовать счетчик времени.

# Вариант 55



Невесомый стержень длиной 1 м

Коэффициент вязкого сопротивления
движению равен 0,5.

$m =$ 1 кг

В нижнем положении в состоянии покоя маятнику сообщается начальная угловая скорость $v_0$. Проанализируйте движение маятника при различной начальной скорости $v_0$ из диапазона 5 -10 рад/с. Постройте соответствующие фазовые портреты системы. Подберите минимальное значение $v_0$, при котором маятник выполнит полное вращение из начального положения хотя бы один раз.