Раздел 2. Производная и дифференциал функции

Тема 2.4. Дифференциал и его приложение к приближённым вычислениям

План

1. **Дифференциал функции.**
2. **Приложение дифференциала к приближённым вычислениям значений функций.**
3. **Задачи для самостоятельного решения.**

Дифференциал функции

Опр. Дифференциалом функции называется произведение производной этой функции на произвольное приращение аргумента.

$$dy = f'(x)\Delta x$$

Дифференциал аргумента равен приращению аргумента. $dx = \Delta x$.

$$dy = f'(x)dx$$

Вычисление дифференциала

Для нахождения дифференциала функции надо найти её производную и умножить на дифференциал аргумента.

ТАБЛИЦА ДИФФЕРЕНЦИАЛОВ

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	

Найти дифференциалы функций:

1. $y = 2x^2 + 3.$

$$dy = y'dx = (2x^2 + 3)'dx = 4xdx.$$

2. $y = 3x \sin x + 4.$

$$dy = y'\,dx = (3x \sin x + 4)'dx = (3x \sin x)'dx$$
$$= 3dx(\sin x) + \sin x\, d(3x)$$
$$= 3x \cos x\, dx + \sin x\, 3dx = 3x \cos x\, dx + 3 \sin x\, dx.$$

Приложение дифференциала к приближённым вычислениям значений функций

- Применение дифференциала для вычисления приближённого значения функции:

$$f(x) \approx f(x_0) + y'dx$$

или

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(\mathrm{x} - \mathrm{x}_0)$$

Вычислить $\sqrt[6]{60}$

$y = \sqrt[6]{x}$, $x = 60$.

1) $y' = (\sqrt[6]{x})' = (x^{\frac{1}{6}})' = \frac{1}{6}x^{\frac{1}{6}-1} = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{6\sqrt[6]{x^5}}$

2) x_0 - это число из которого точно извлекается $\sqrt[6]{}$ и близкое к числу 60, находится подбором. $2^6 = 64$

3) $\sqrt[6]{60} \approx \sqrt[6]{64} + \frac{1}{6\sqrt[6]{(2^6)^5}} \cdot (60 - 64) \approx 2 + \frac{1}{6 \cdot 2^5} \cdot (-4) \approx 2 - \frac{2}{3 \cdot 32} \approx 2 - \frac{1}{48} \approx 2 - 0{,}021 \approx 1{,}979$

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти дифференциал функции: $y = 2\sin x + \ln x$.
2. Найти дифференциал функции: $y = 5x^2 + 2x$.
3. Найти дифференциал функции: $y = 3x^3$.
4. Найти дифференциал функции: $y = 5\cos x$.
5. На сколько возрастёт площадь круга, если радиус круга увеличить с 3кв. см до 3,03 кв. см?