

# ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА ТЕХНИЧЕСКОЙ ИННОВАЦИИ

Выполнил: магистрант второго года  
обучения

Надеждин Игорь Владимирович

Научный руководитель: доктор техн. наук,  
профессор кафедры САПР

Белов Владимир Фёдорович

Саранск 2018

г.

# **Цель магистерской**

## **диссертации:**

Анализ математических моделей процессов жизненного цикла технической инновации, а также моделирование основных показателей процессов жизненного цикла технической инновации и оценка полученных результатов.

## **Задачи магистерской диссертации:**

- исследование математической модели финансового обеспечения процесса производства технической инновации;
- исследование математической модели процесса реализации технической инновации;

**Динамическая модель финансового**  
**обеспечения процесса производства**  
**технической инновации**

$$\frac{dM}{dt} = W - \frac{M}{\tau_{cr}} + M_{ex} \delta(t - t_1) - \frac{M_{ex}}{\tau_{cr}} - K - \frac{P}{\tau_s} \quad (1)$$

$$W = Q_r p$$

(3)

# Динамическая модель финансового обеспечения процесса производства технической инновации

$$\frac{dM}{dt} = W - \frac{M}{\tau_{cr}} + M_{ex} \delta(t - t_1) - \frac{M_{ex}}{\tau_{cr}} - K - \frac{P}{\tau_s} \quad (1)$$

- $M$  – выручка от реализации продукта;
- $m$  – отражает производственные издержки;
- $c_{ij}$  – время оборота средств;;
- $e_{ij}$  –объем внешних заимствований;
- $i_{ij}$  – кредитная ставка;
- $\tau_s$  – доля оборотных средств, затрачиваемая на хранение единицы готовой продукции в единицу времени

$$W = Q_r p$$

**Динамическая модель финансового**  
**обеспечения процесса производства**  
**технической инновации**

$$\frac{dM}{dt} = Q_m \frac{P}{P_0 + |P|} - \frac{M}{\tau_1} + M_{ex} \delta(t - t_1) - \frac{M_{ex}}{\tau_{cr}} - K - \frac{P}{\tau_s}$$

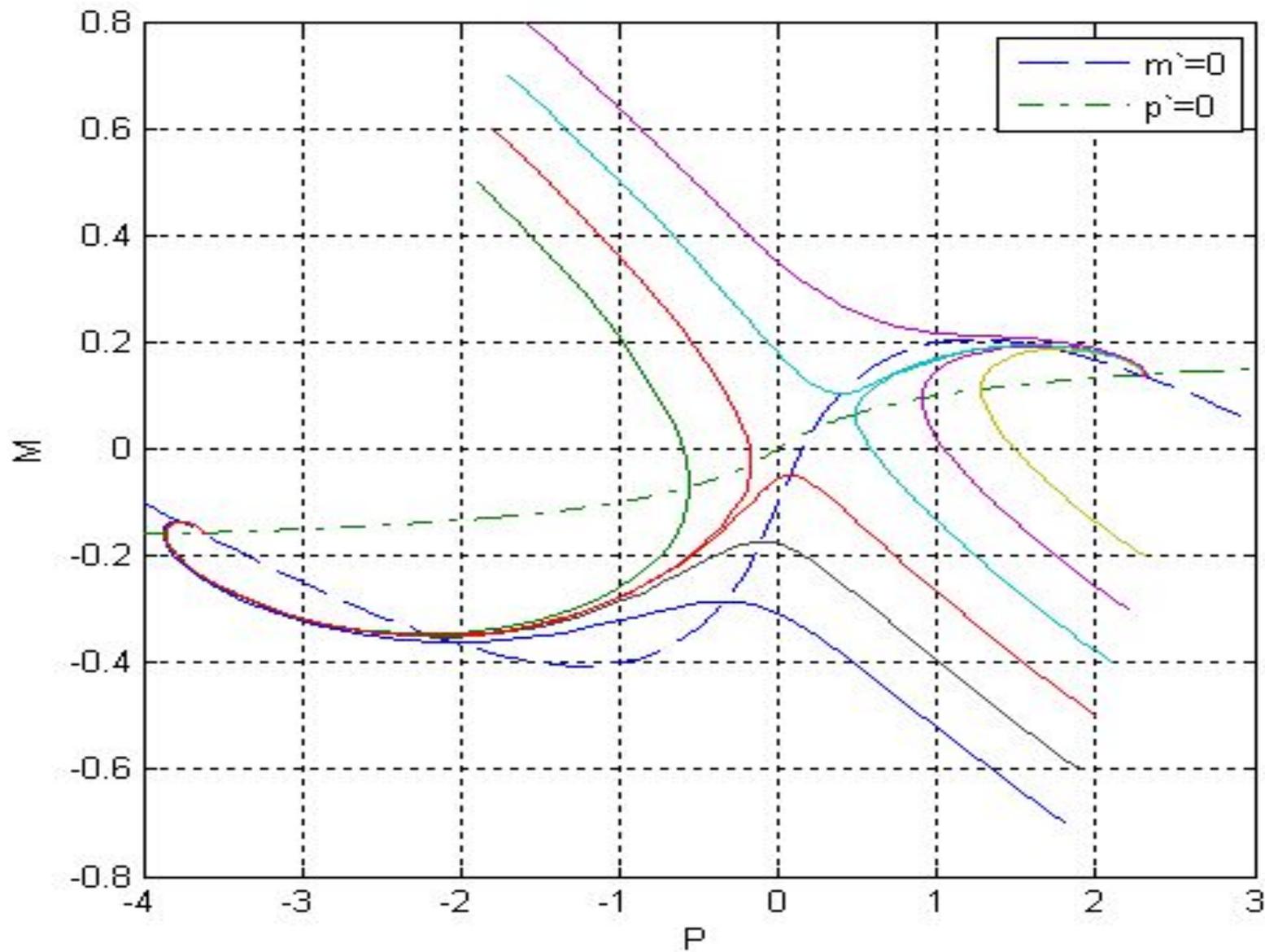
$$\frac{dP}{dt} = k \frac{M}{\tau_1} - Q_m \frac{P}{P_0 + |P|}$$

# Бифуркационный анализ динамической модели финансового обеспечения

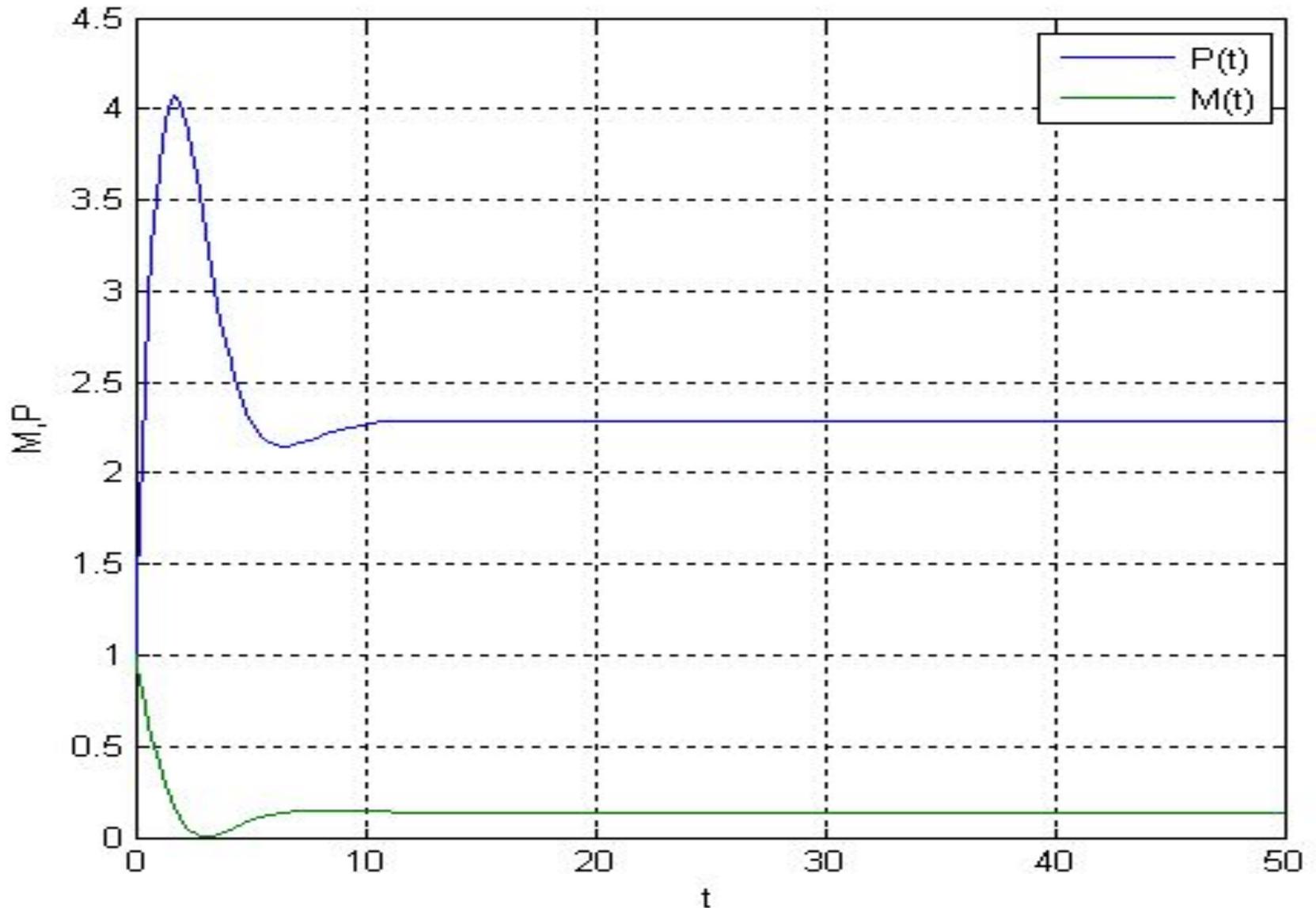
Рассмотрим особые точки системы (5):

$$\left(1 - \frac{1}{k}\right) \frac{P}{1 + |P|} - \varepsilon P - b = 0$$

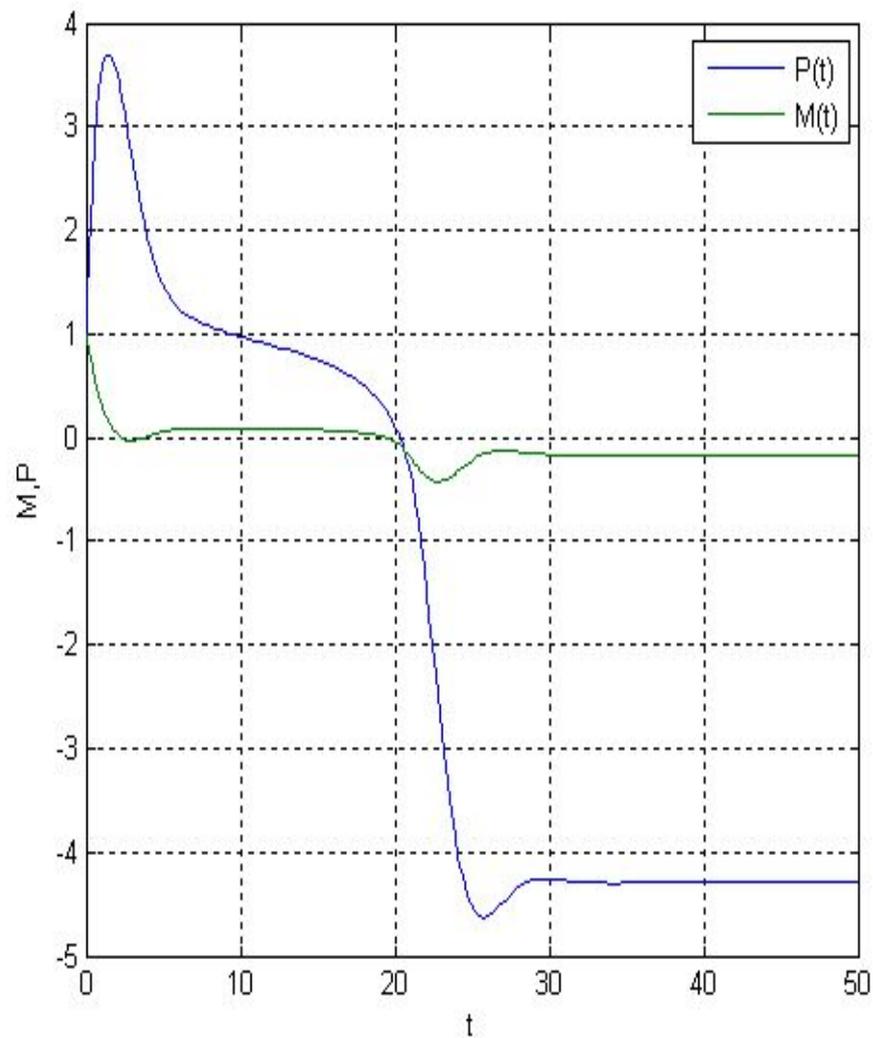
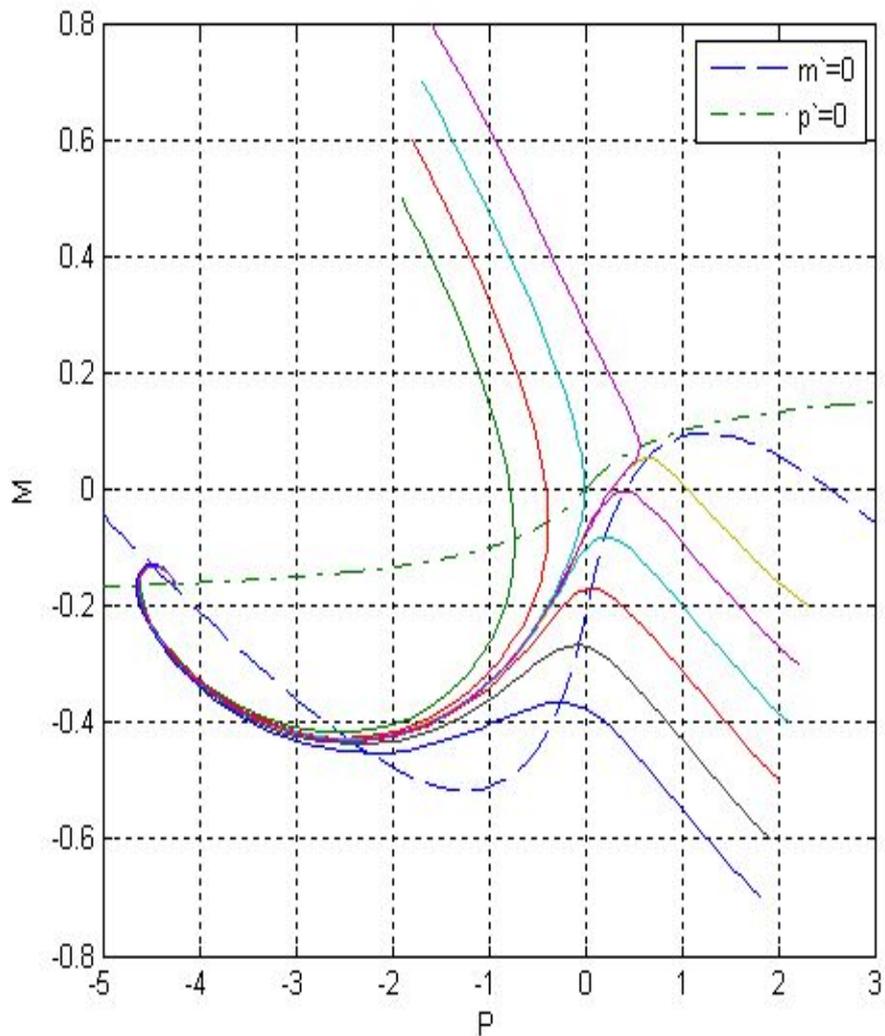
# Фазовый портрет системы



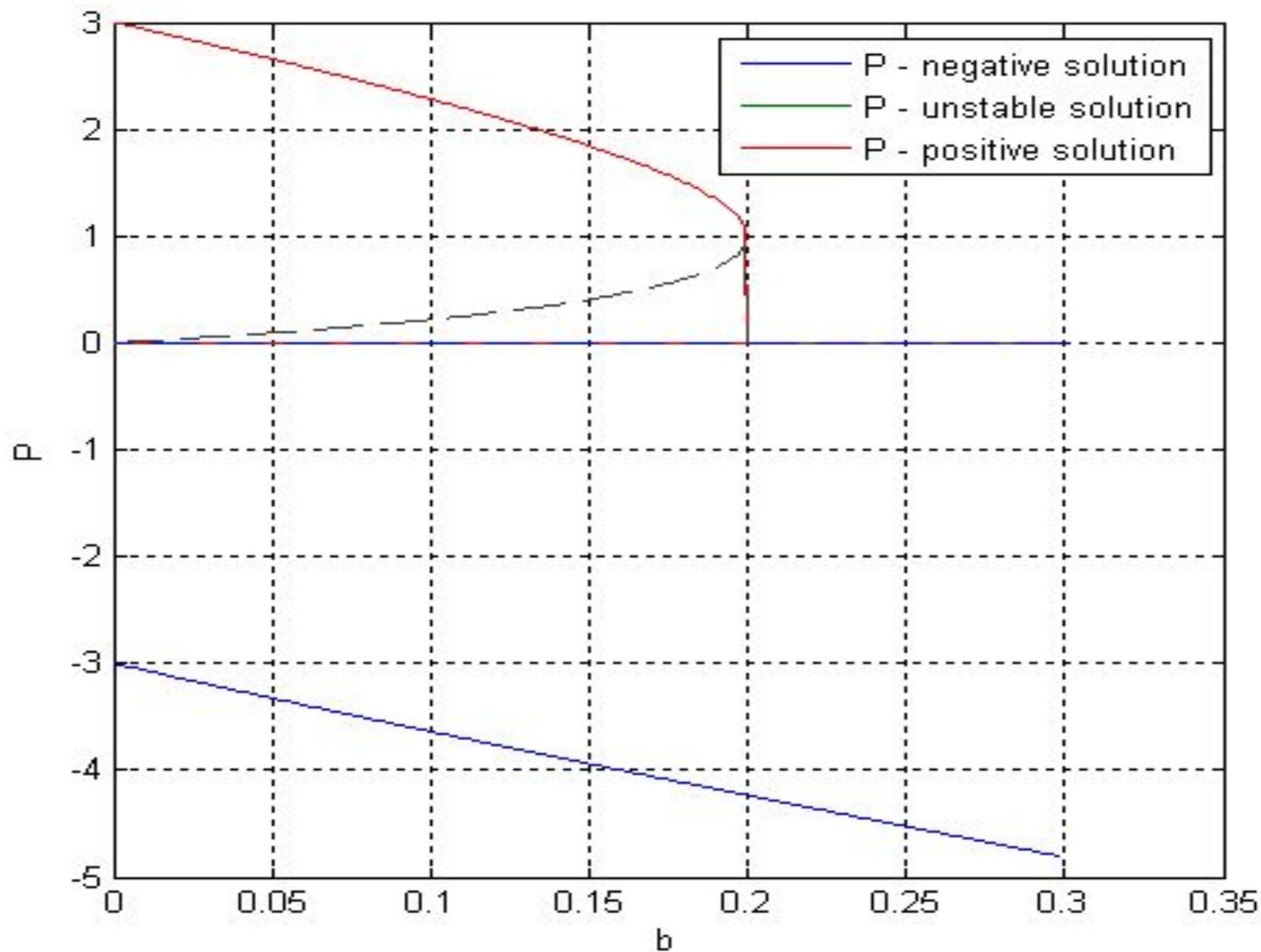
# Зависимость динамических параметров системы от времени



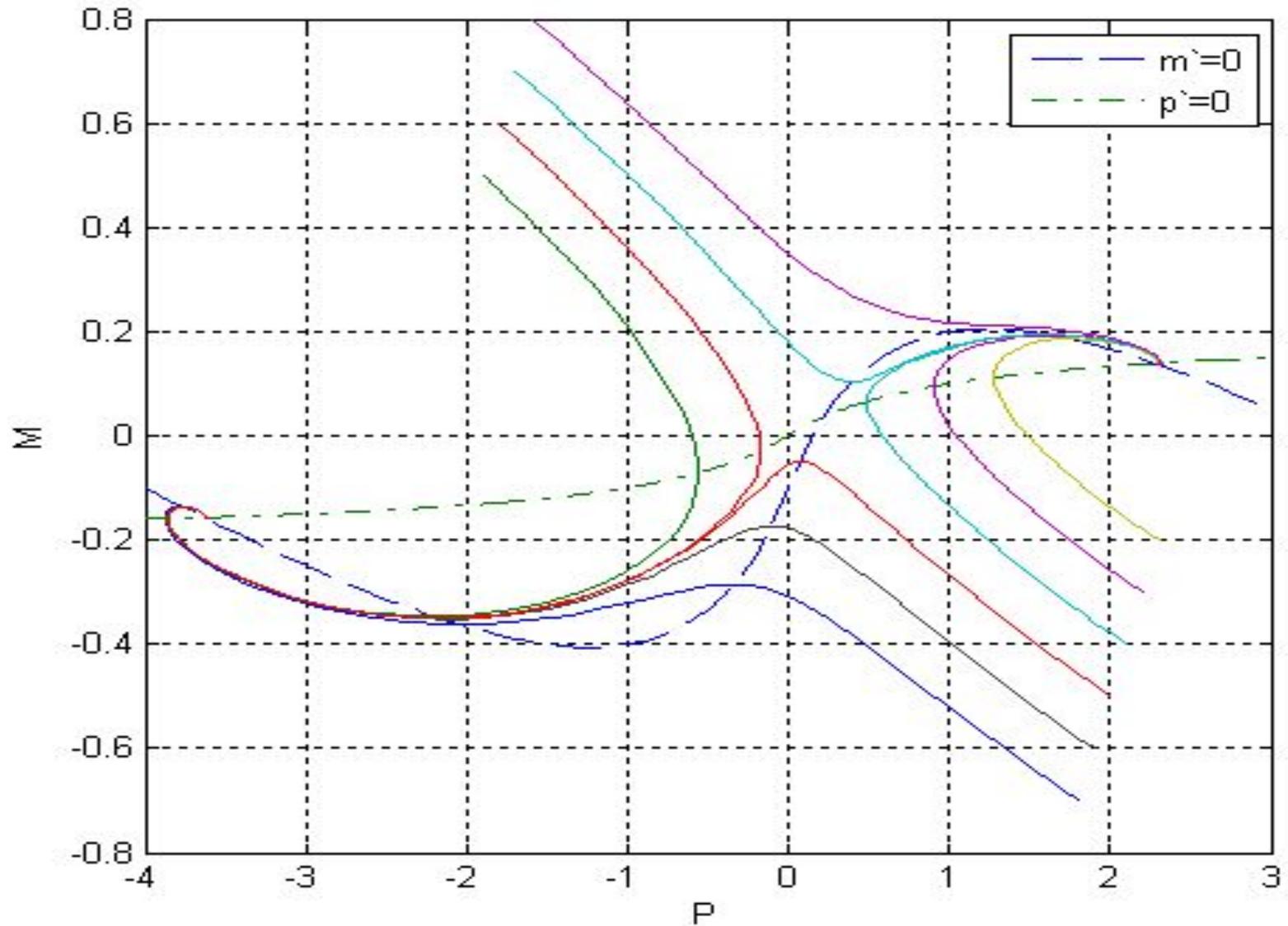
# Пример бифуркации системы



# Фазо-параметрическая диаграмма системы



# Случай, когда предприятие берет кредит



# Определение оптимальной структуры источников финансирования

$$Y(w) = \sum_{k=1}^m w_k \cdot r_k \rightarrow \min \quad (4)$$

при

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ограничения:} \\ \sum_{k=1}^m w_k = 1, \sum_{k=1}^m w_k \cdot r_k \leq R \\ r_k, w_k \geq 0, w_k \leq W_k \\ w_k \cdot risk_k \leq w_k \cdot risk^{\max} \\ \sum_{k=1}^m w_k \cdot t(w_k) \leq \sum_{j=1}^n t_j \frac{C_j}{C_{пл}} \end{array} \right. \quad (5)$$

где  $m$  – число возможных источников финансирования;

$r_k$  – стоимость  $k$ -го источника финансирования;

$w_k$  – удельный вес  $k$ -го источника финансирования;

$W_k$  – максимальный доступный удельный вес  $k$ -го источника финансирования;

$risk_k$  – риск неполучения финансирования из  $k$ -го источника;

$risk^{\max}$  – максимально допустимый риск неполучения финансирования;

$R$  – рентабельность реализуемого проекта;

$t(w_k)$  – время привлечения средств из  $k$ -го источника финансирования;

$C_j$  – средства необходимые в  $j$ -й период проекта;

$C_{пл}$  – средства необходимые на весь проект;

$t_j$  – допустимое время привлечение средств для  $j$ -го периода проекта.

# Исходные данные

Моделирование динамики рынка инноваций методом клеточных автоматов

Кол-во ячеек: 2500  
Время моделир.: 400  
Радиус верт.: 1  
Радиус гориз.: 1  
Кол-во живых: 50

Установить

Старт

Стоп

График

Кол-во итераций:   
Кол-во живых:   
Кол-во неживых:   
Процент живых:

Вероятность перехода 1 -> 0: 0  
Вероятность перехода 0 -> 1: 0,1

Ценовой фактор  
Цена  
 Цена убывает  Цена растет

Время начала изменения цены: 0  
Время окончания изменения цены: 400  
Степень влияния цены: 0,6  
Козф-т спроса при min-ой цене: 1

Новизна  
Н': 300    Н": 330    Н: 0,85

Срок годности: 75  
 Период сезона: 50  
 Козффициент рекламы: 1,2  
 Вероятность брака: 0,07

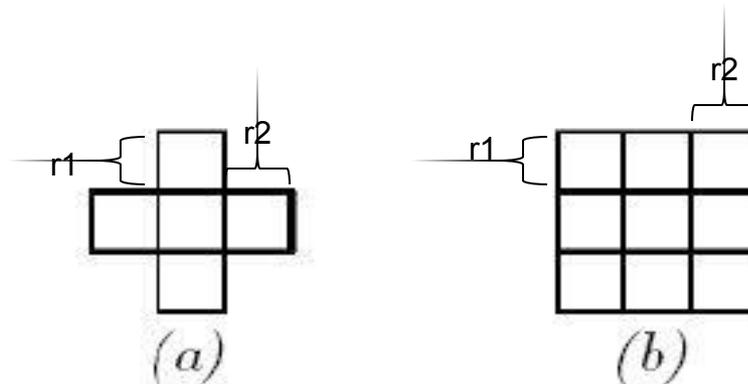
# Клеточно-автоматная модель динамики инноваций

$s(i, j, t)$  - состояние  $s$  клетки с координатами  $(i, j)$  в момент времени  $t$

$$F : \{0,1\}_{okr} \rightarrow \{0,1\}$$

$okr$  – количество клеток, входящих в окрестность клетки + 1 (сама клетка)

# Клеточно-автоматная модель динамики инноваций



Окрестность клетки:

а) по фон Нейману б) по Муру

$s(i, j, t) = 1$  - клетка жива

$s(i, j, t) = 0$  - клетка мертва

# Правило №1:

Состояние клетки с координатами  $(i, j)$  в момент времени  $t+1$  зависит от плотности соседних живых клеток, входящих в окрестность  $(r1, r2)$  на предыдущем шаге  $t$ .

# Правило №1:

Плотность  $\sigma(i, j, t)$  по Муру:

$$\sigma(i, j, t+1) = \frac{1}{(2 \cdot r_1 + 1) \cdot (2 \cdot r_2 + 1) - 1} \cdot \left( \sum_{a=i-r_1}^{i+r_1} \sum_{b=j-r_2}^{j+r_2} s(a, b, t) - s(i, j, t) \right)$$

$P_{a \leftarrow b}$  - вероятность изменения состояния клетки с  $b$  на  $a$

Матрица перехода:

$$F = \begin{bmatrix} P_{0 \leftarrow 0} & P_{0 \leftarrow 1} \\ P_{1 \leftarrow 0} & P_{1 \leftarrow 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \sigma(i, j, t) & 0 \\ \sigma(i, j, t) & 1 \end{bmatrix}$$

## Правило №2:

Вероятность обладателя инновации отказаться от нее равняется некоторому заранее заданному числу  $p$  ( $p \in ]0,1[$ ), зависящему от вида продукта, для которого проводится моделирование, текущего состояния потребителя и его окружения. Вероятность же объекта, не обладающего инновацией, приобрести его пропорциональна плотности окружения соседних клеток, с коэффициентом пропорциональности  $q$  ( $q \in ]0,1[$ ) их текущего состояния.

## Правило №2:

Матрица перехода:

$$F = \begin{bmatrix} P_{0 \leftarrow 0} & P_{0 \leftarrow 1} \\ P_{1 \leftarrow 0} & P_{1 \leftarrow 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - q \cdot \sigma(i, j, t) & p \\ q \cdot \sigma(i, j, t) & 1 - p \end{bmatrix}$$

Моделирование динамики рынка инноваций методом клеточных автоматов

Кол-во ячеек: 2500  
 Время моделир.: 100  
 Радиус верт.: 1  
 Радиус гориз.: 1  
 Кол-во живых: 50

Вероятность перехода 1 -> 0: 0  
 Вероятность перехода 0 -> 1: 0,1

Ценовой фактор  
 Цена  
 Цена убывает  Цена растет

Установить  
 Старт  
 Стоп  
 График

Кол-во итераций:   
 Кол-во живых:   
 Кол-во неживых:   
 Процент живых:

Время начала изменения цены: 0  
 Время окончания изменения цены: 400  
 Степень влияния цены: 0,6  
 Коэф-т спроса при min-ой цене: 1

Новизна  
 Н' 300    Н" 330    Н 0,85

Срок годности: 75  
 Период сезона: 50  
 Коэффициент рекламы: 1,2  
 Вероятность брака: 0,07

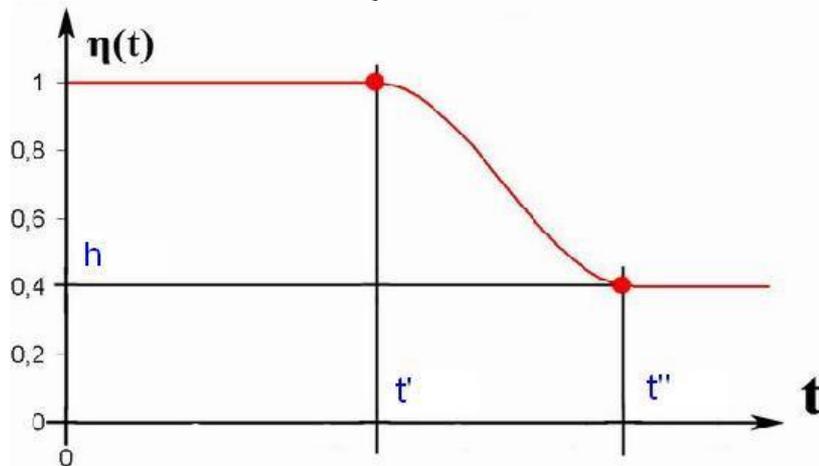
## Правило №3:

Вероятности принятия и отторжения инновации ее потенциальным потребителем напрямую зависят от степени новизны этого продукта.

# Правило №3:

Функция новизны продукта:

$$\eta(t) = \begin{cases} 1, & t \leq t' \\ \frac{1}{2} \left( \cos \left( \pi \frac{t-t'}{t''-t'} \right) + 1 \right) \times (1-h) + h, & t \in (t', t'') \\ h, & t \geq t'' \end{cases}$$



$t'$  - время начала снижения степени новизны  
 $t''$  - время, после которого снижение степени новизны продукта прекращается  
 $h$  - значение степени новизны, до которого она падает

## Правило №3:

Матрица перехода:

$$F = \begin{bmatrix} P_{0 \leftarrow 0} & P_{0 \leftarrow 1} \\ P_{1 \leftarrow 0} & P_{1 \leftarrow 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - q \cdot \eta(t) \cdot \sigma(i, j, t) & (1 - \eta(t)) \cdot p \\ q \cdot \eta(t) \cdot \sigma(i, j, t) & 1 - (1 - \eta(t)) \cdot p \end{bmatrix}$$

## Правило №4:

Потенциальный потребитель, приобретший инновацию, по истечению заданного периода времени перестает быть ее обладателем, так как она приходит в негодное состояние, либо перестает отвечать его интересам.

Новизна

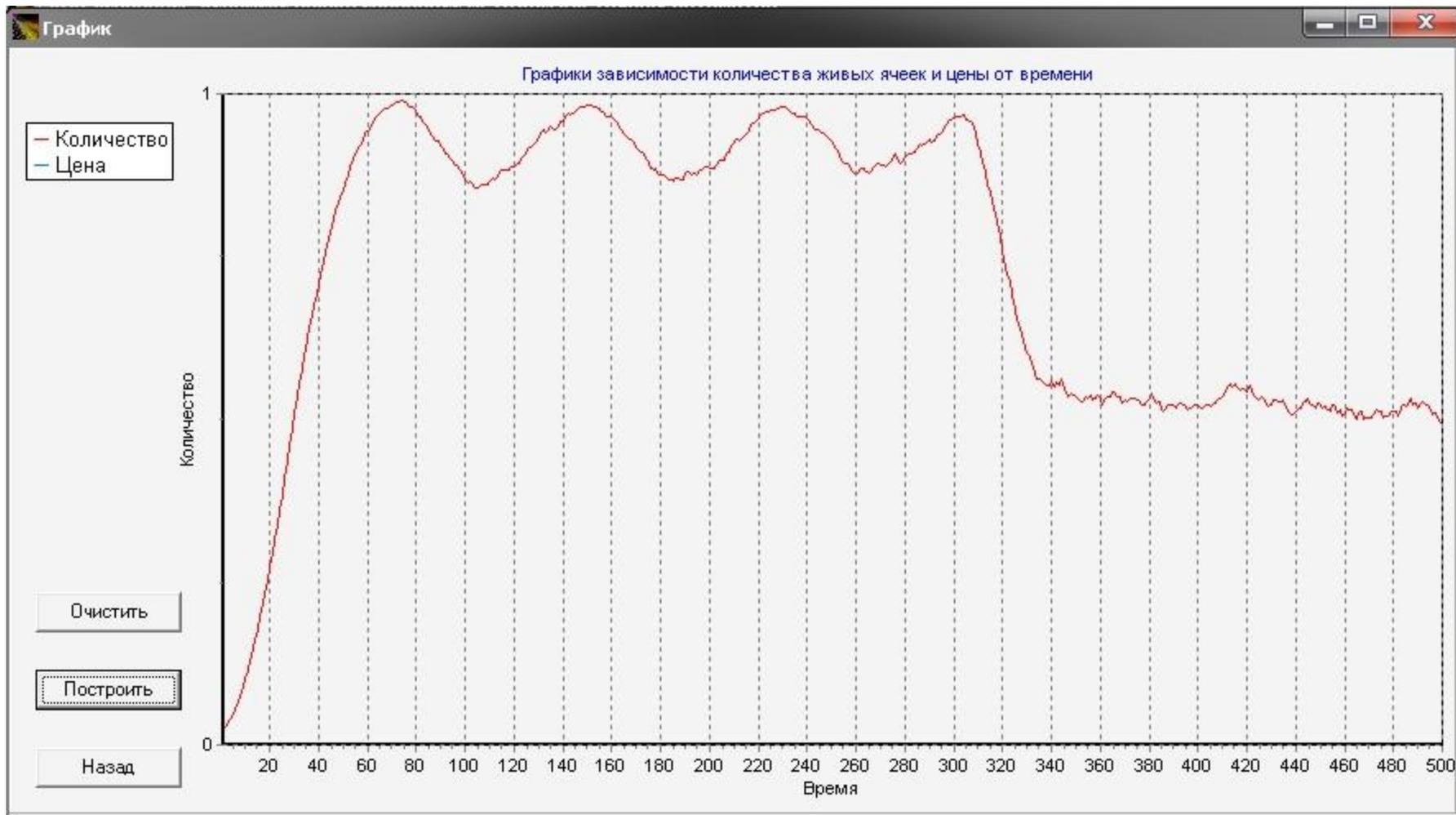
H' 300

H'' 330

H 0,85

Срок годности

75



# Правило №5:

Спрос на инновацию обратно пропорционален цене на нее.

# Правило №5:

Функция  $y(t)$  определяет цену в момент времени  $t$ :

$$y(t) = \begin{cases} \omega, & t \leq p1 \\ \omega / 1 + e^{-2 \cdot e \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot (t-p1)}{p2-p1}\right)}, & t \in (p1, p2) \\ 0, & t \geq p2 \end{cases}$$

$p1$  и  $p2$  – моменты времени, когда изменение цены начинается и прекращается,  
 $\omega$  – коэффициент спроса при минимальной цене.

$\beta(t)$  – коэффициент вероятности приобретения инновации:

$$\beta(t) = \alpha \cdot (\omega - y(t)) + (1 - \alpha)$$

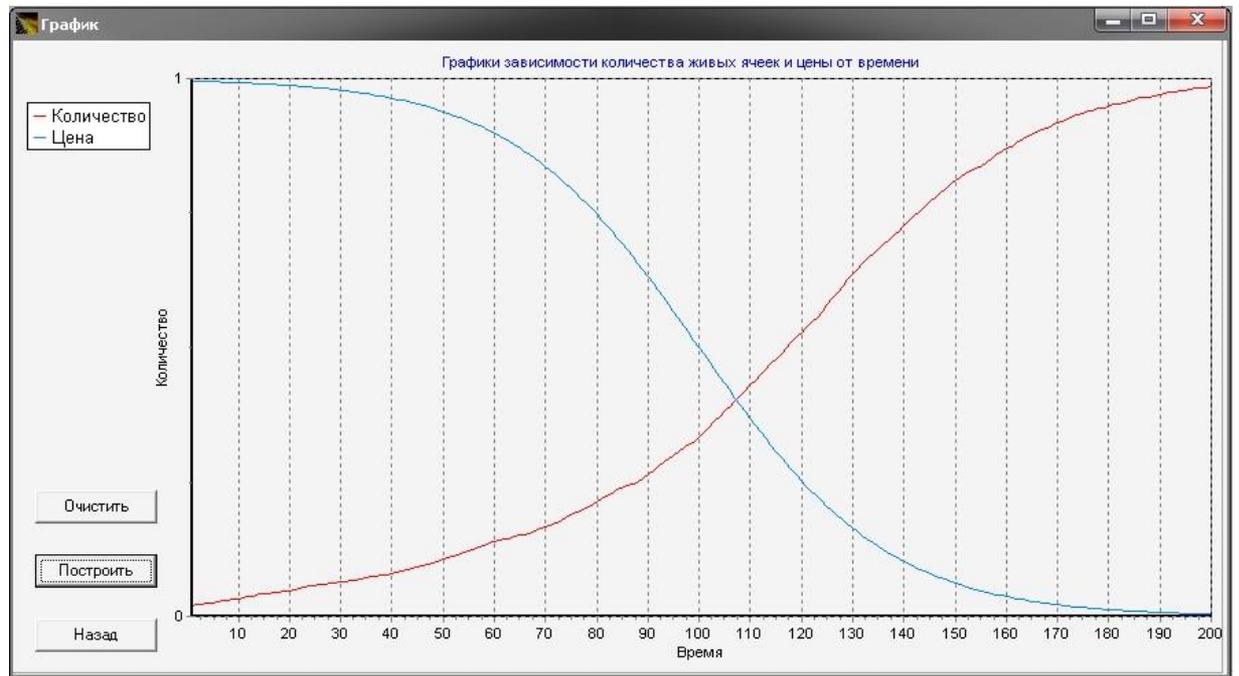
$\alpha$  – степень влияния цены на спрос

# Правило №5:

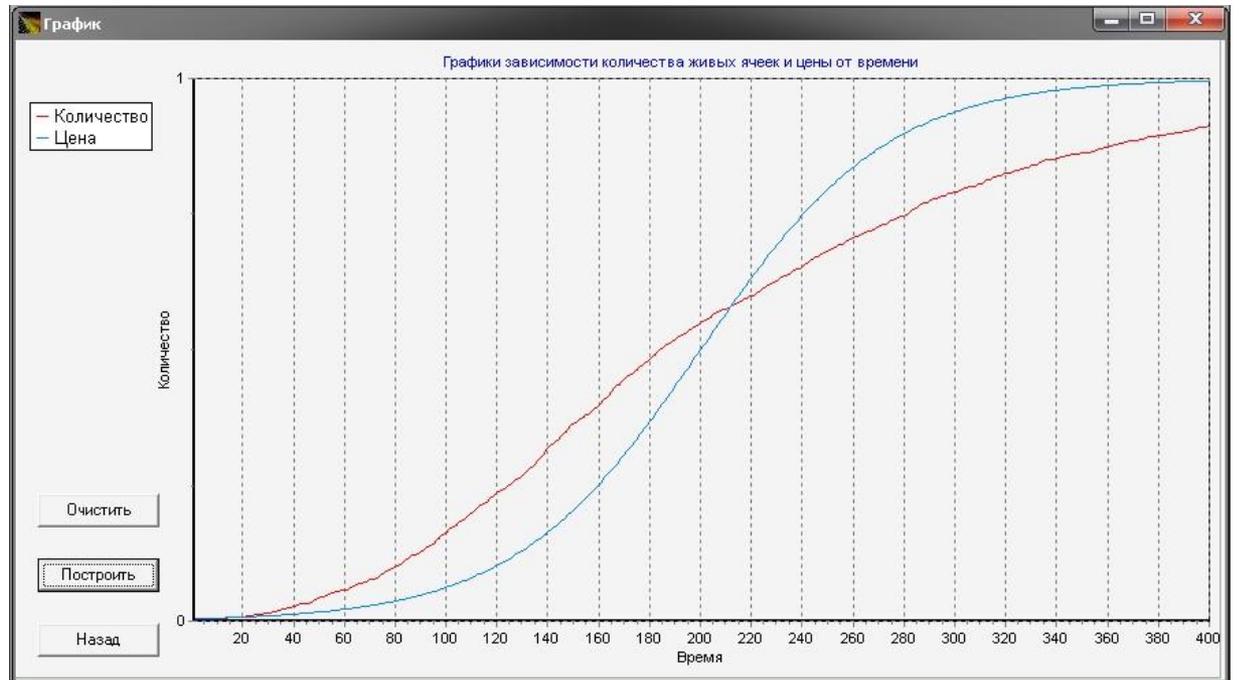
Матрица перехода:

$$F = \begin{bmatrix} P_{0 \leftarrow 0} & P_{0 \leftarrow 1} \\ P_{1 \leftarrow 0} & P_{1 \leftarrow 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - q \cdot \eta(t) \cdot \sigma(i, j, t) \cdot \beta(t) & (1 - \eta(t)) \cdot p \\ q \cdot \eta(t) \cdot \sigma(i, j, t) \cdot \beta(t) & 1 - (1 - \eta(t)) \cdot p \end{bmatrix}$$

Цена убывает



Цена растет



## Правило №6:

Большинство товаров и услуг обладают сезонной актуальностью, что подразумевает неоднородность спроса на товар в течение определенных периодов времени.

# Правило №6:

$$m(t) = \frac{1}{4} \sin t \frac{\pi}{SN} + 1$$

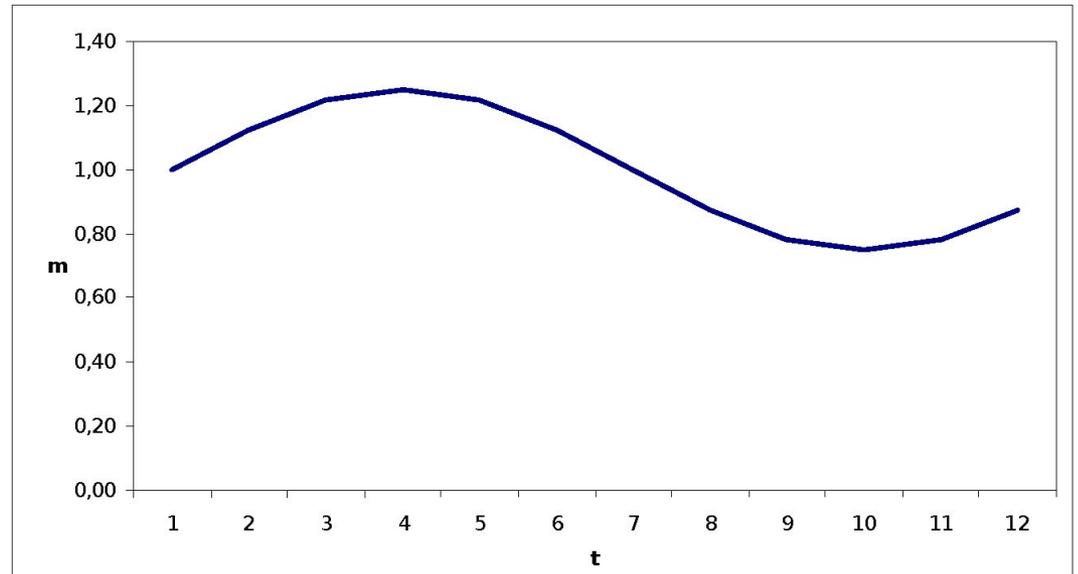


График функции  $m(t)$

# Правило №6:

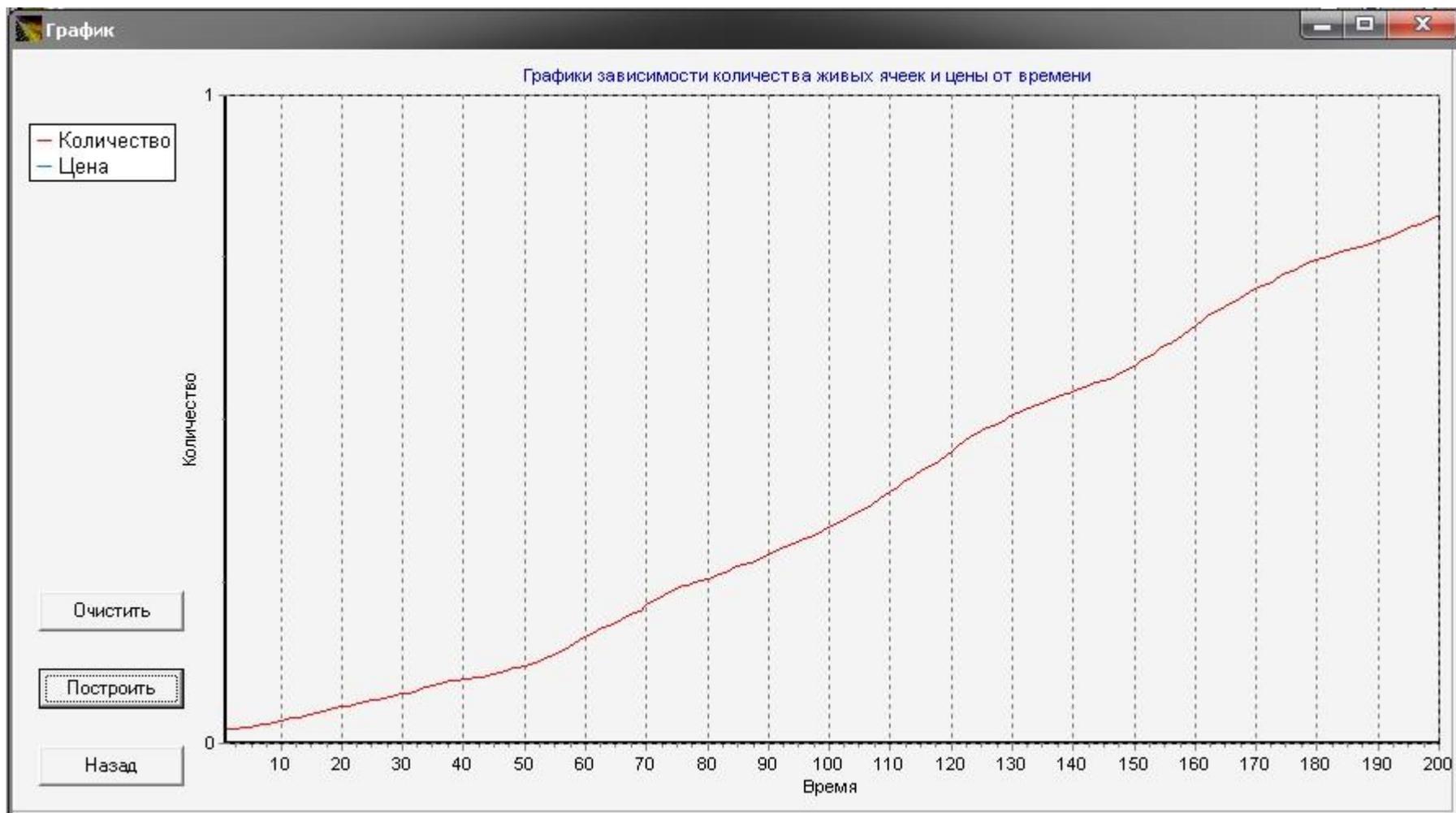
Матрица перехода:

$$T = \begin{bmatrix} P_{0 \leftarrow 0} & P_{0 \leftarrow 1} \\ P_{1 \leftarrow 0} & P_{1 \leftarrow 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - q \cdot m(t) \cdot \eta(t) \cdot \sigma(i, t) & (1 - m(t) \cdot \eta(t)) \cdot p \\ q \cdot m(t) \cdot \eta(t) \cdot \sigma(i, t) & 1 - (1 - m(t) \cdot \eta(t)) \cdot p \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} P_{0 \leftarrow 0} & P_{0 \leftarrow 1} \\ P_{1 \leftarrow 0} & P_{1 \leftarrow 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - q \cdot \eta(t) \cdot \sigma(i, j, t) \cdot \beta(t) \cdot m(t) & (1 - \eta(t) \cdot m(t)) \cdot p \\ q \cdot \eta(t) \cdot \sigma(i, j, t) \cdot \beta(t) \cdot m(t) & 1 - (1 - \eta(t) \cdot m(t)) \cdot p \end{bmatrix}$$

Период сезона

50



# Правило №7:

*Правило 7:* Спрос на инновацию растет за счет рекламы компанией инновации.

# Правило №7:

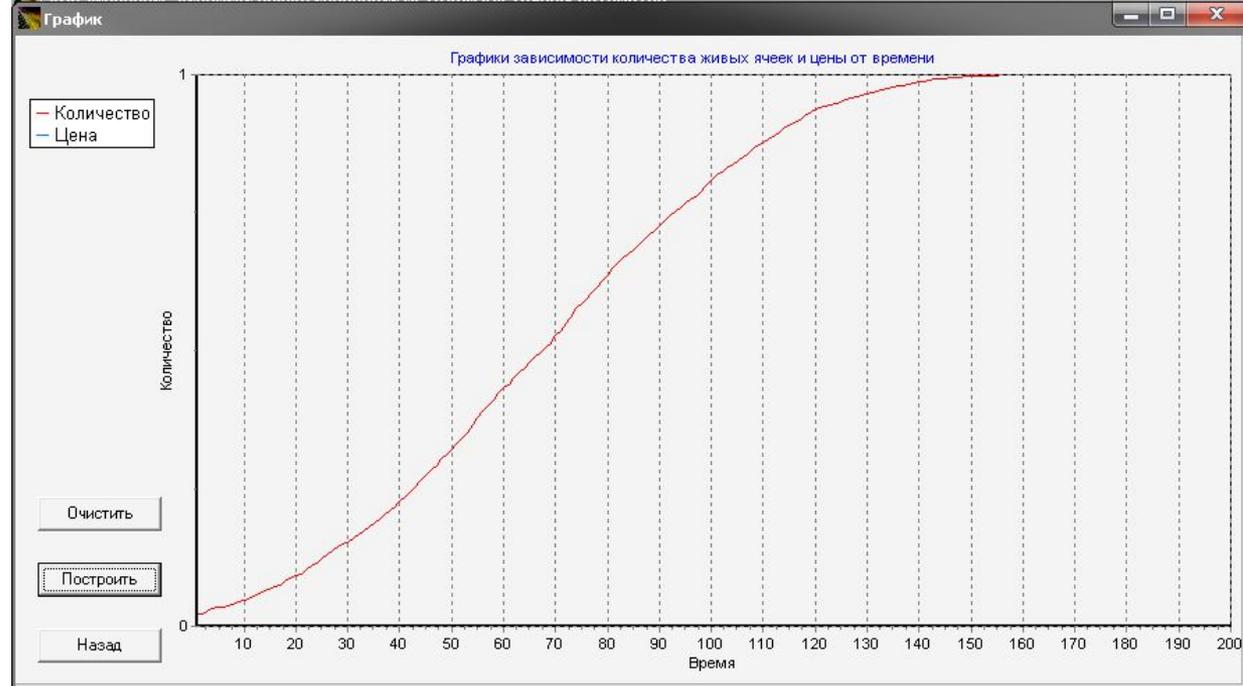
$\varphi$  - коэффициент рекламы инновации, при увеличении которого спрос на инновацию повышается

Матрица перехода:

$$F = \begin{bmatrix} P_{0 \leftarrow 0} & P_{0 \leftarrow 1} \\ P_{1 \leftarrow 0} & P_{1 \leftarrow 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - q \cdot \eta(t) \cdot \sigma(i, j, t) \cdot \beta(t) \cdot m(t) \cdot \varphi & (1 - \eta(t) \cdot m(t)) \cdot p \\ q \cdot \eta(t) \cdot \sigma(i, j, t) \cdot \beta(t) \cdot m(t) \cdot \varphi & 1 - (1 - \eta(t) \cdot m(t)) \cdot p \end{bmatrix}$$

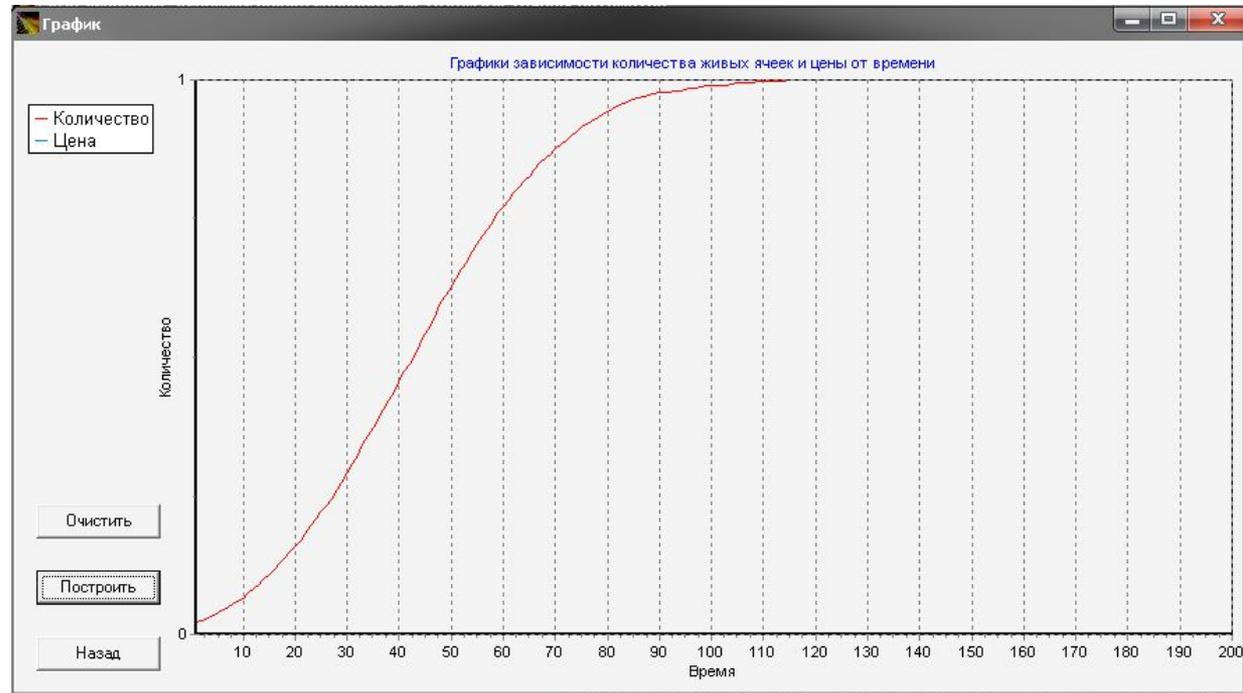
Коэффициент рекламы

1,5



Коэффициент рекламы

1,5



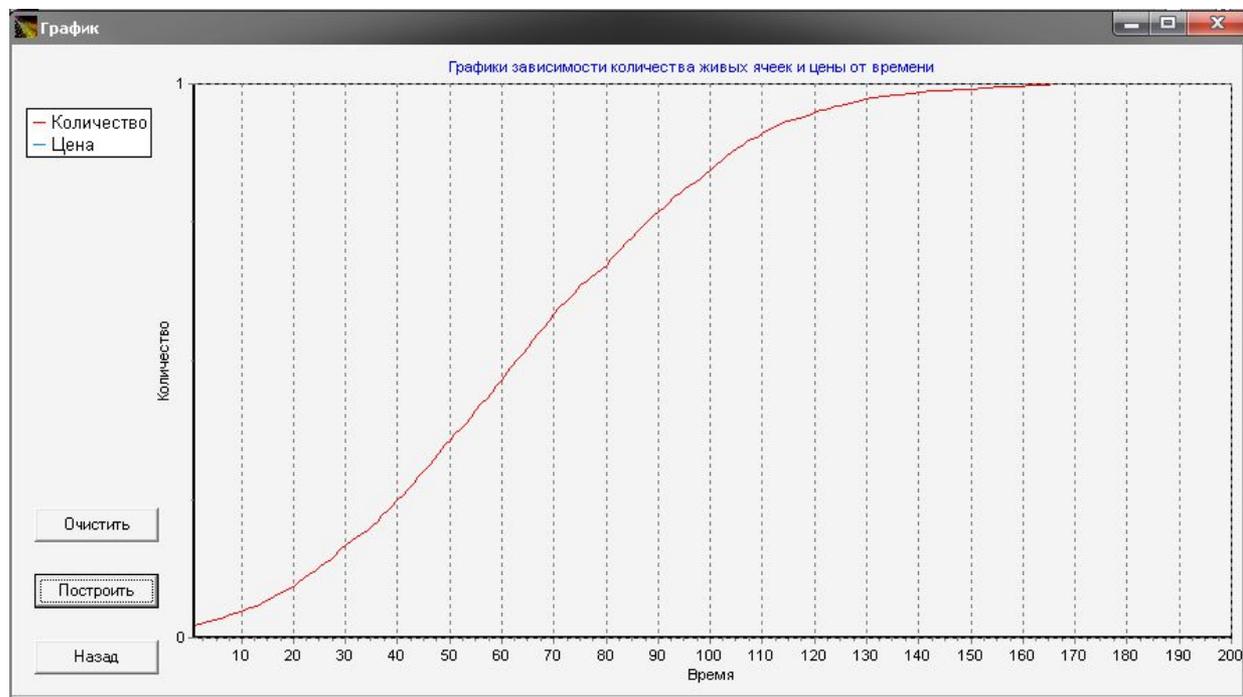
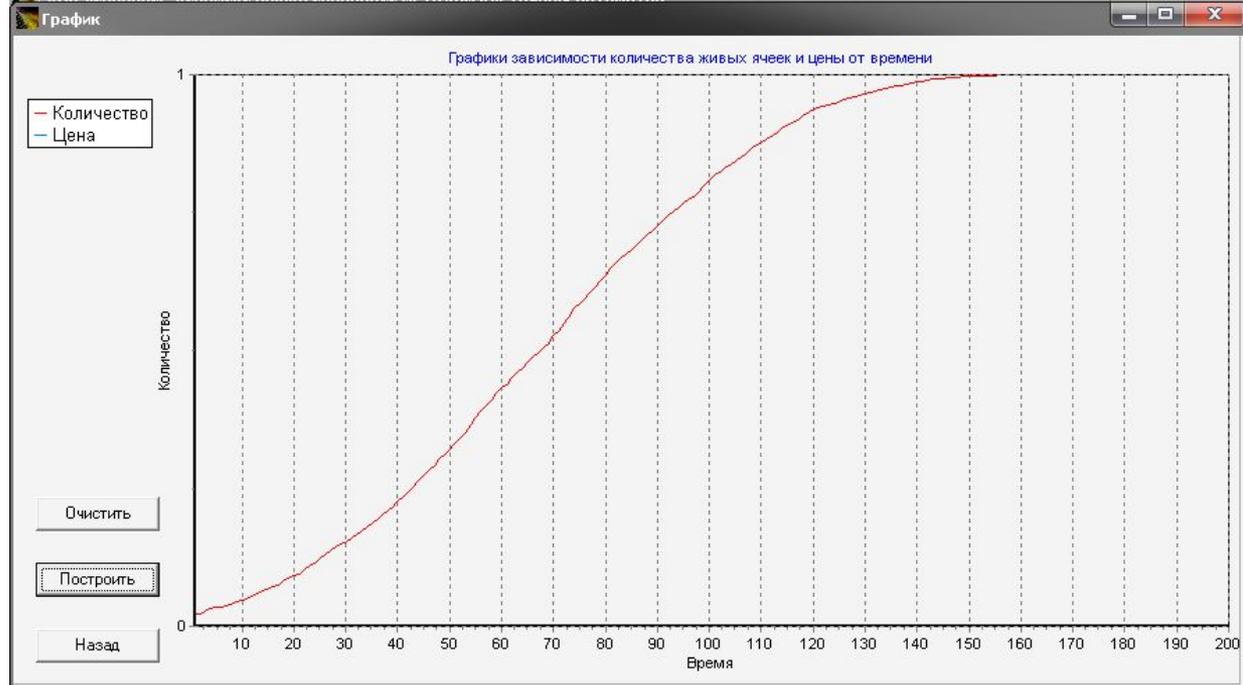
# Правило №8:

*Правило 8:* Согласно исследованиям в области социальной психологии, в случае наличия дефекта одного из продуктов, доверие к торговой марке, под которой он был выпущен, а значит и желание потребителя пользоваться товарами и услугами, выходящими под ней, снижается на 90%.

# Правило №8:

Матрица перехода:

$$F = \begin{bmatrix} P_{0 \leftarrow 0} & P_{0 \leftarrow 1} \\ P_{1 \leftarrow 0} & P_{1 \leftarrow 1} \end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix} 1 - q \cdot \eta(t) \cdot \sigma(i, j, t) \cdot \beta(t) \cdot m(t) \cdot \varphi \cdot u(v) & (1 - \eta(t) \cdot m(t)) \cdot p \\ q \cdot \eta(t) \cdot \sigma(i, j, t) \cdot \beta(t) \cdot m(t) \cdot \varphi \cdot u(v) & 1 - (1 - \eta(t) \cdot m(t)) \cdot p \end{bmatrix}$$

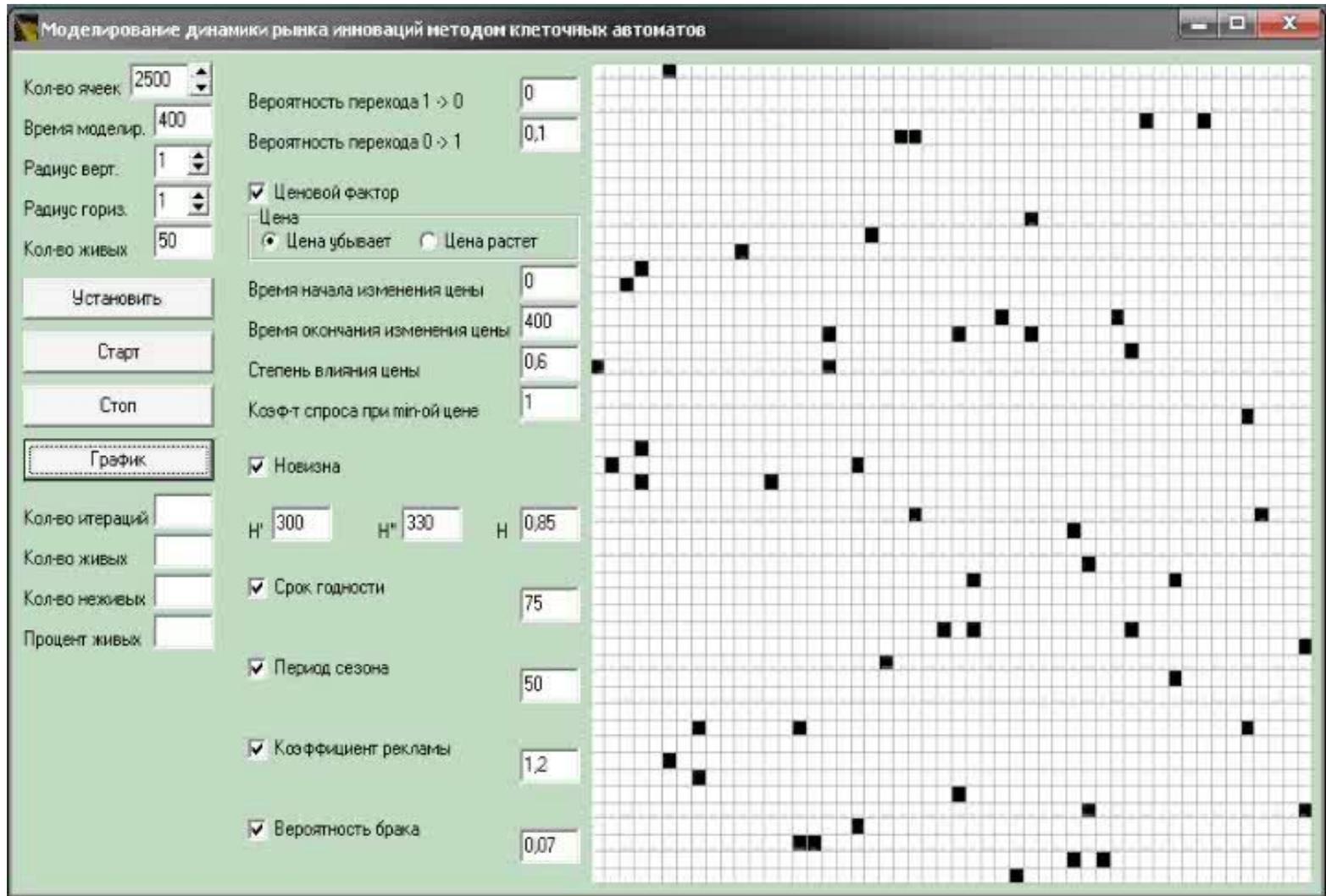


Вероятность брака

0,07

Вероятность брака

0,07



# Выводы

- разработана нелинейная динамическая модель диффузии инноваций;
- разработана программа, реализующая данную модель;
- выполнен анализ полученных результатов на основе графиков;
- произведена оценка эффективности метода клеточных автоматов как способа моделирования динамики рынка инноваций.

**Спасибо за внимание**

Саранск 2018

Г.