Объяснение нового материала

Определение:

Любой квадратной матрице n-го порядка

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12}\ldots\ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}\ldots\ldots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2}\ldots\ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

можно поставить в соответствие выражение, которое называется

определителем (детерминантом) матрицы А, и обозначается так:

$$|\,\mathbf{A}\,| = \mathbf{det\ A} = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}\ldots\ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}\ldots\ldots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2}\ldots\ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Способы вычисления определителей

1. Определитель второго порядка задаётся равенством:

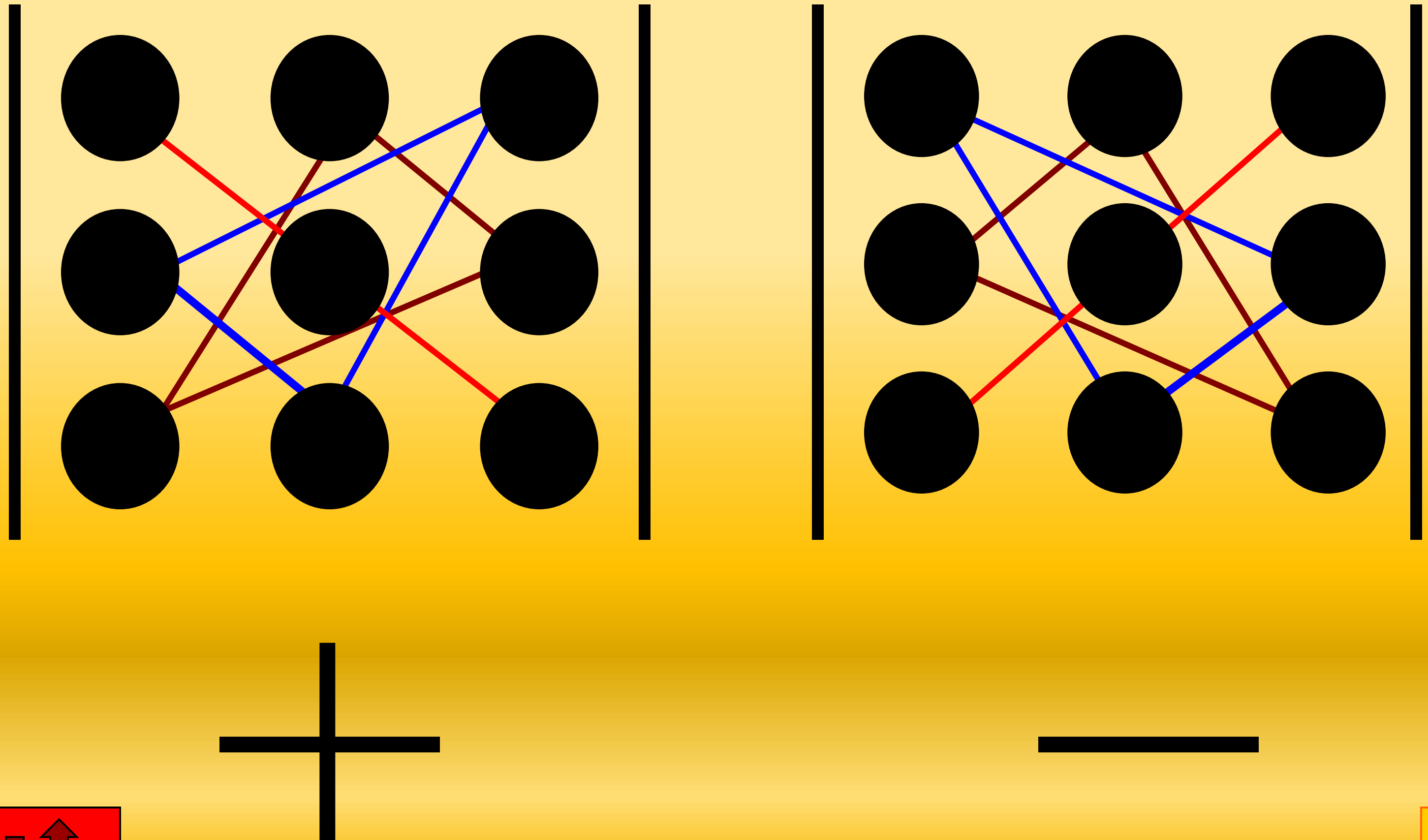
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

2. Определитель третьего порядка задаётся равенством:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33}) + (a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13}) + (a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31}) -$$

$$-(a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31}) - (a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33}) - (a_{23} \cdot a_{32} \cdot a_{11})$$

Вычисление определителей 3-го порядка по правилу треугольника (правило Саррюса)



Определение:

Минором M_{ij} к элементу a_{ij} квадратной матрицы A, называется определитель, составленный из элементов матрицы A, оставшихся после вычёркивания i-строки и j- столбца.

Определение:

Алгебраическим дополнением A_{ij} к элементу a_{ij} квадратной матицы A, называется произведение:

$$A_{ij}=(-1)^{i+j}\cdot M_{ij}$$

Теорема: (о разложении определителя по элементам строки или столбца).

Сумма произведений элементов любой строки (столбца) определителя на их алгебраические дополнения равна этому определителю, т. е.

Разложение по элементам i-строки:

$$\Delta = a_{i1}\cdot A_{i1} + a_{i2}\cdot A_{i2} + \ldots + a_{in}\cdot A_{in}$$

Разложение по элементам j-столбца:

$$\Delta = a_{1j}\cdot A_{1j} + a_{2j}\cdot A_{2j} + \ldots + a_{nj}\cdot A_{nj}$$

Определение:

Минором M_{ij} к элементу a_{ij} квадратной матрицы A, называется определитель, составленный из элементов матрицы A, оставшихся после вычёркивания i-строки и j- столбца.

Легко вычисли алгебраическое дополнение А23

$$A_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

Проверь себя!

Домашнее задание

1. Вычислить определители 2-го порядка. $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} a^2 & в \\ ав & в^2 \end{vmatrix}$

2. Найти алгебраические дополнения элементов a_{13}, a_{23}, a_{12}. $|A| = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ -1 & 4 & 2 \\ 6 & 0 & -3 \end{vmatrix}$

3. Вычислить определитель 3-го порядка

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 8 & -2 \\ 1 & 4 & 2 \\ 3 & 8 & 5 \end{vmatrix}$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !