НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

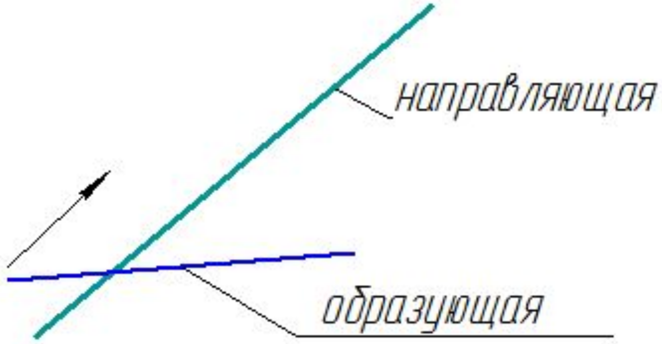
Лекция 3. Плоскость

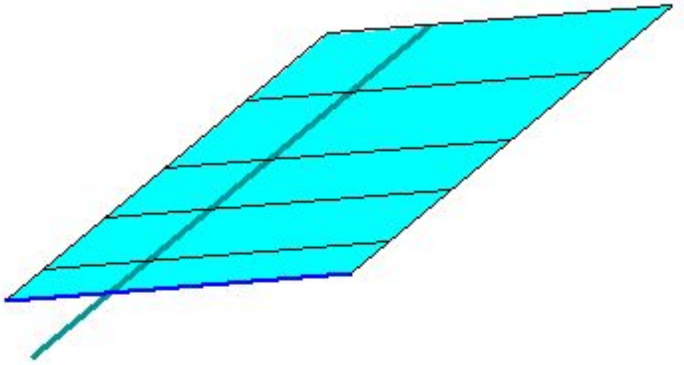
Пьянкова Жанна Анатольевна,
доцент каф. «ПиЭА», канд. пед. наук

Ортогональные проекции плоскости

- Плоскость и способы задания ее на чертеже
- Положение плоскости относительно плоскостей проекций
- Прямая и точка в плоскости
- Главные линии плоскости
- Прямая и точка в плоскости
- Относительное положение двух плоскостей

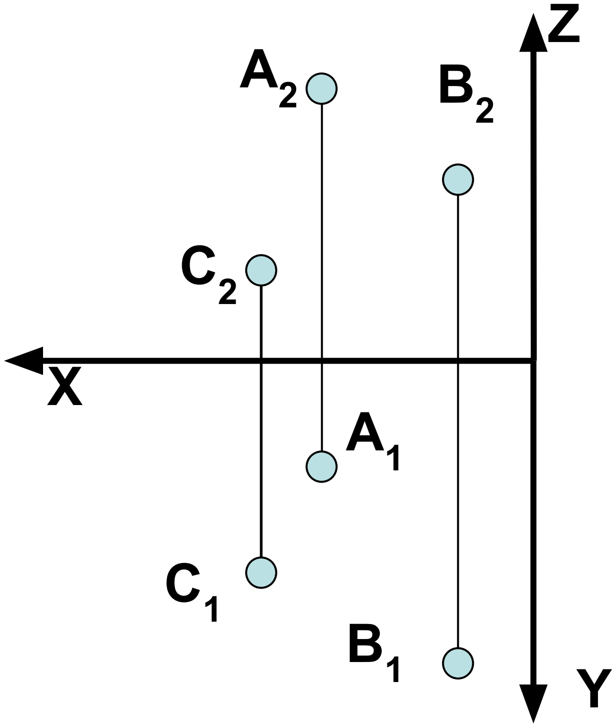
Плоскость – это простейшая поверхность, образованная поступательным движением одной прямой (образующей) по другой прямой (направляющей)



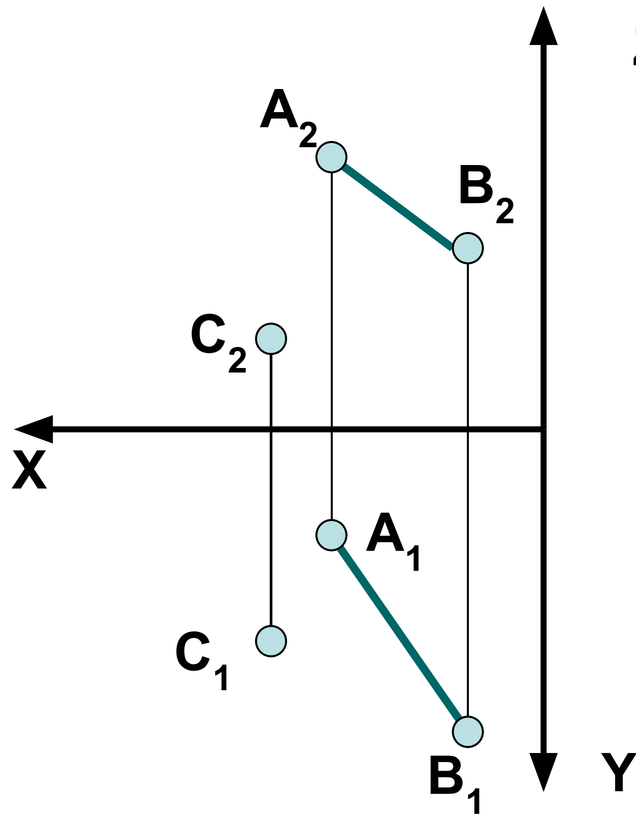


Графические способы задания плоскости

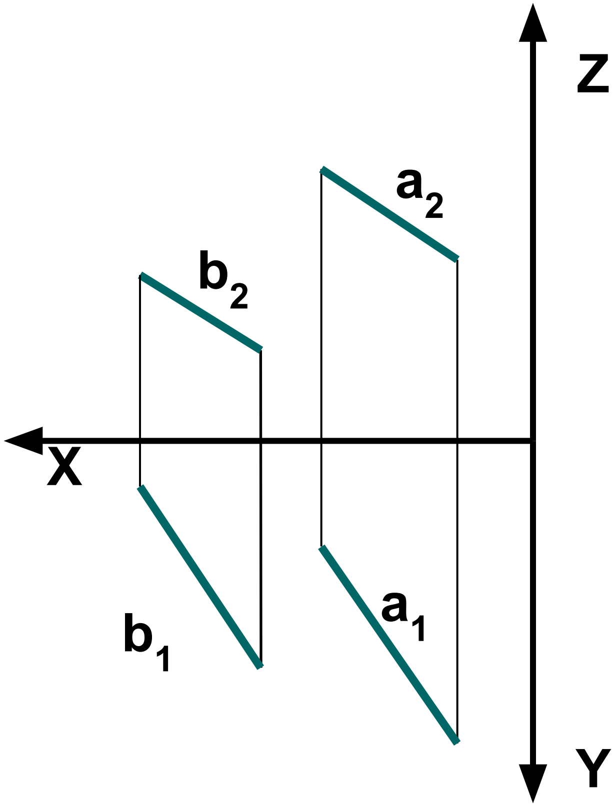
1.Три точки, не принадлежащие одной прямой



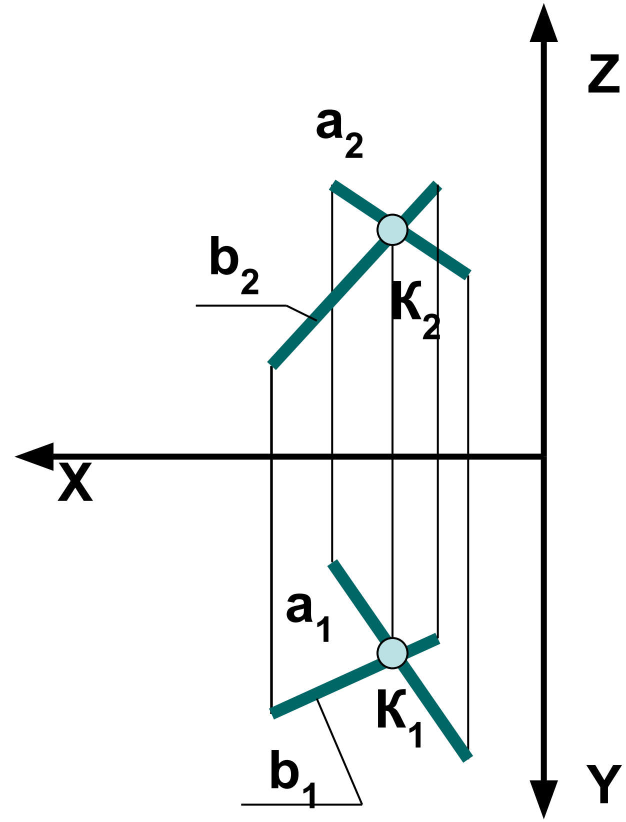
2. Прямая и точка вне этой прямой



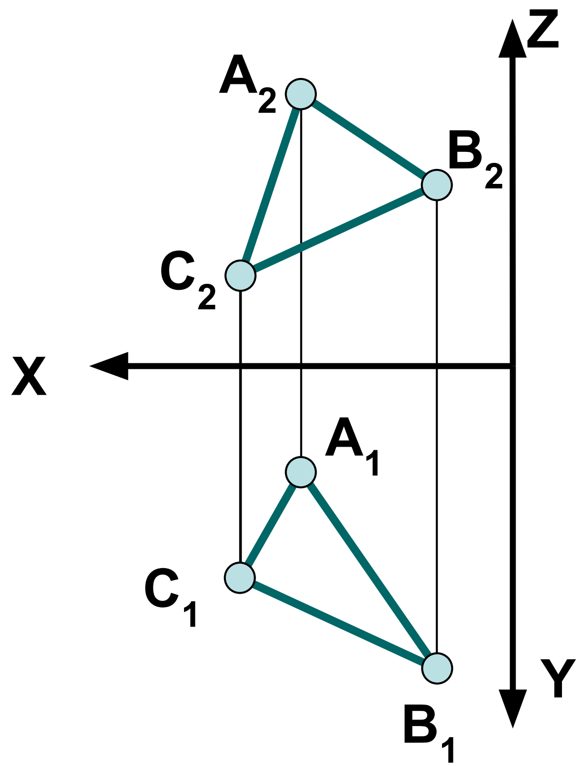
3. Параллельные прямые



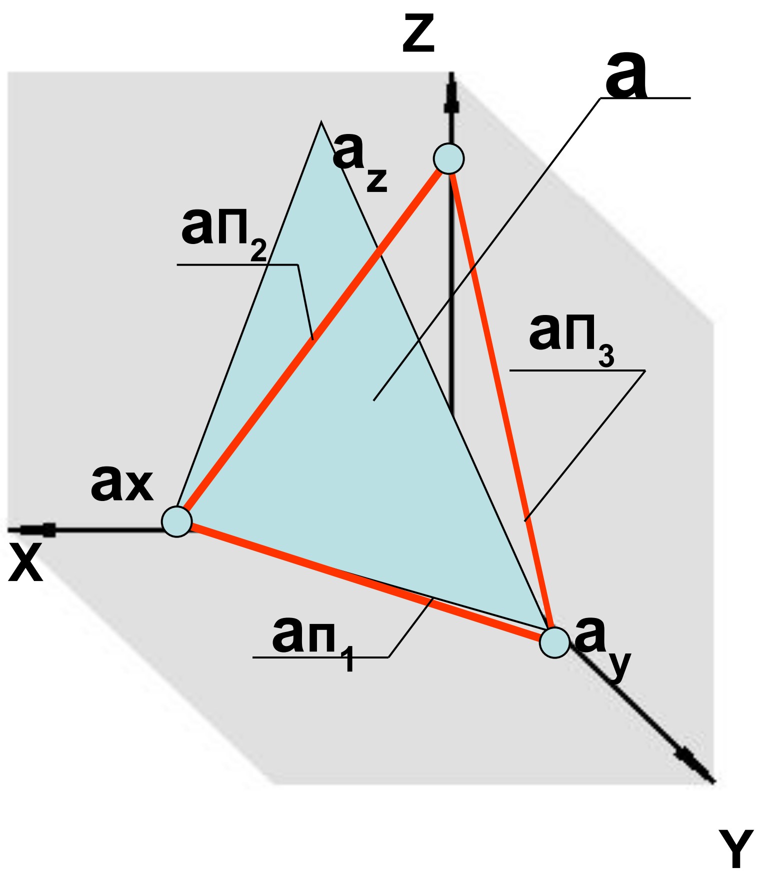
4. Пересекающиеся прямые



5. Плоская фигура



6. **Следы плоскости – линии пересечения данной плоскости с плоскостями проекций**



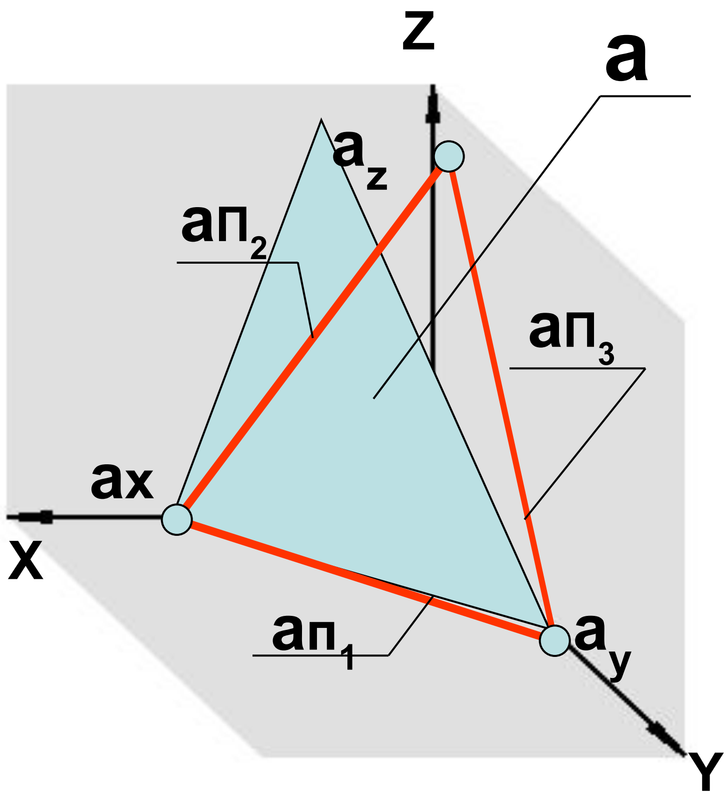
a-плоскость;

$aп_1$ - горизонтальный след плоскости **a**;

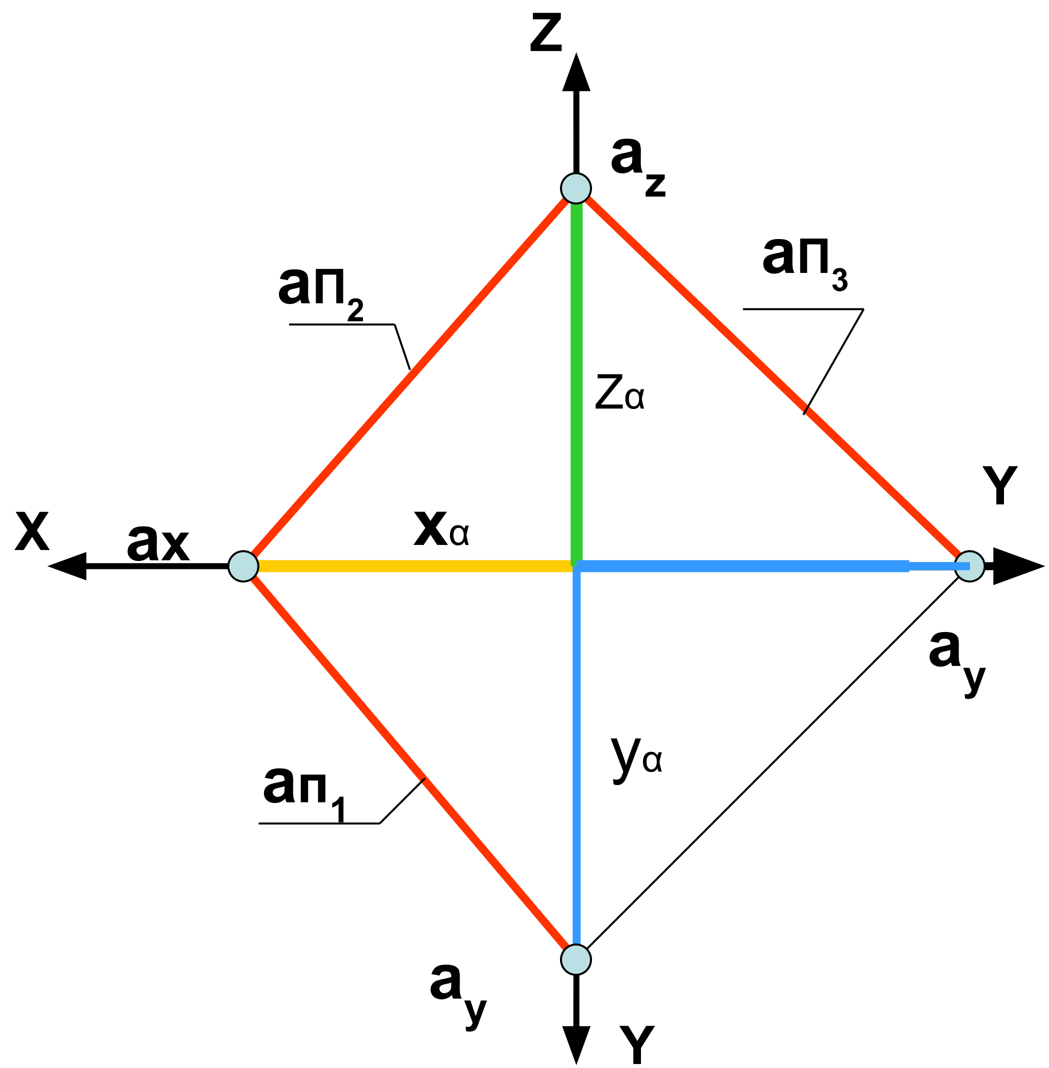
$aп_2$ - фронтальный след плоскости **a**;

$aп_3$ - профильный след плоскости **a**;

ax, ay, az - точки схода следов.



z
a
a
z
aп
2
aп
3
ax
X
aп
1
a
y
Y



Z
a
z
aп
2
aп
3
Zα
Y
X
ax
xα
a
y
aп
1
yα
a
y
Y

Особенности способа задания плоскости следами

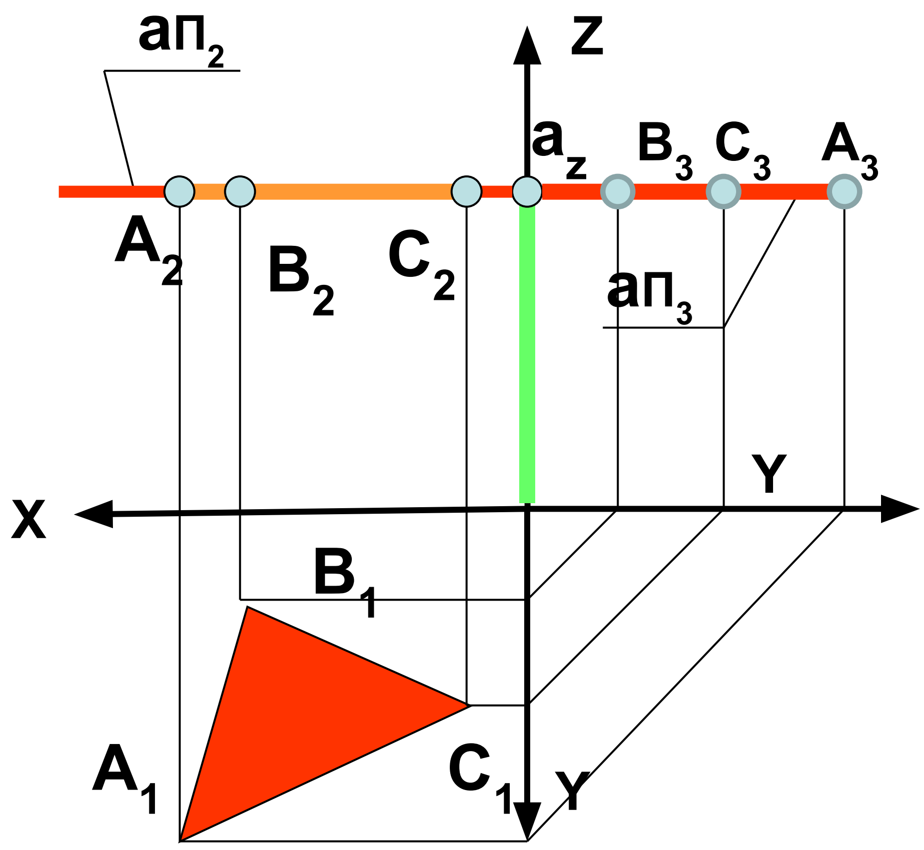
- Этот способ является частным случаем задания плоскости двумя пересекающимися прямыми
- Каждый след совпадает со своей одноименной проекцией, другая проекция следа принадлежит оси проекций (вторую проекцию следа принято не обозначать)
- Угол между следами плоскости на эпюре не равен углу между ее следами в пространстве
- По расположению следов плоскости на эпюре легко представить расположение самой плоскости в пространстве

Положение плоскости относительно плоскостей проекций:

- Параллельно – плоскости уровня;
- Перпендикулярно – проецирующие плоскости
- Под любым углом, отличным от прямого – плоскости общего положения

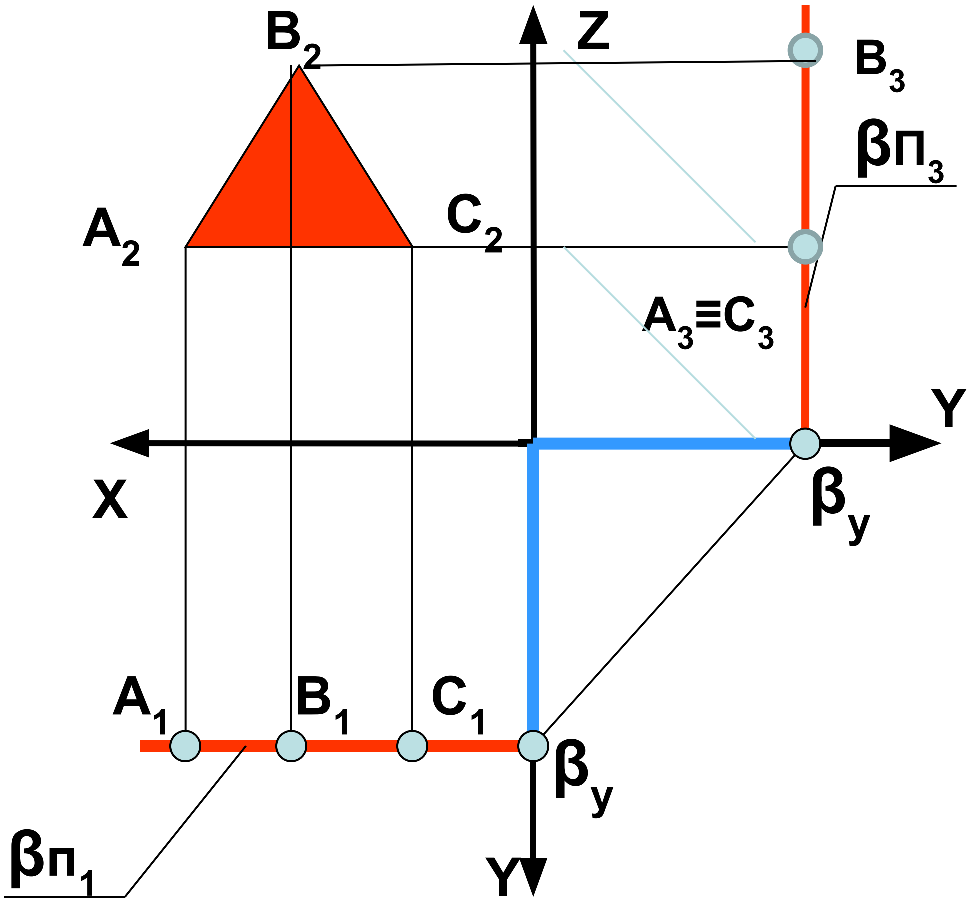
ПЛОСКОСТИ УРОВНЯ

Горизонтальная плоскость уровня $\alpha \parallel П_1$



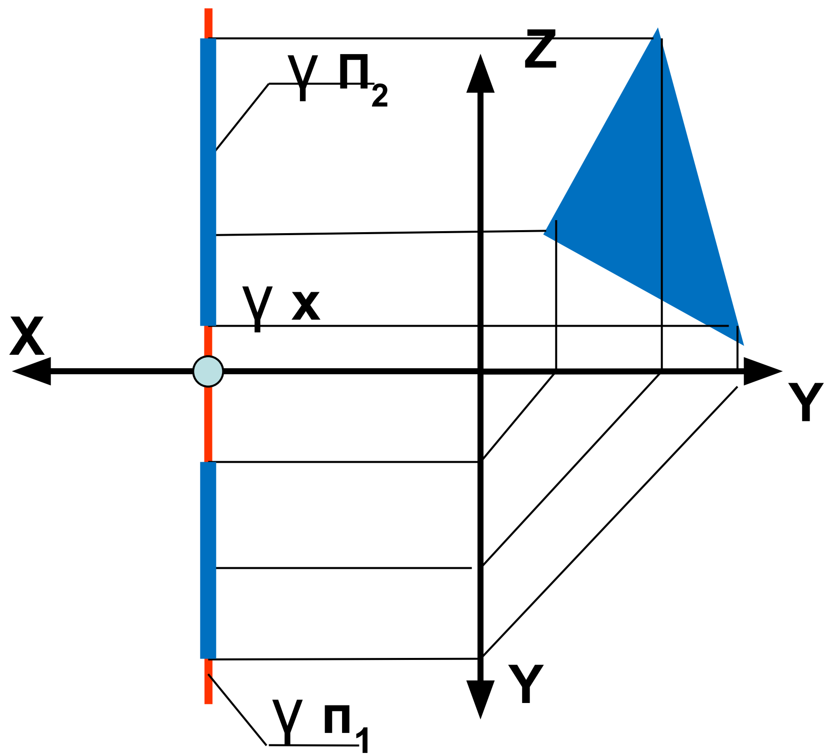
$\Delta ABC \in \square$; $|ABC| = |A_1B_1C_1|$

Фронтальная плоскость уровня β || $П_2$



$\Delta ABC \in \square$; $|ABC|=|A_2B_2C_2|$

Профильная плоскость уровня □ || $П_3$



Особенности чертежа плоскостей уровня

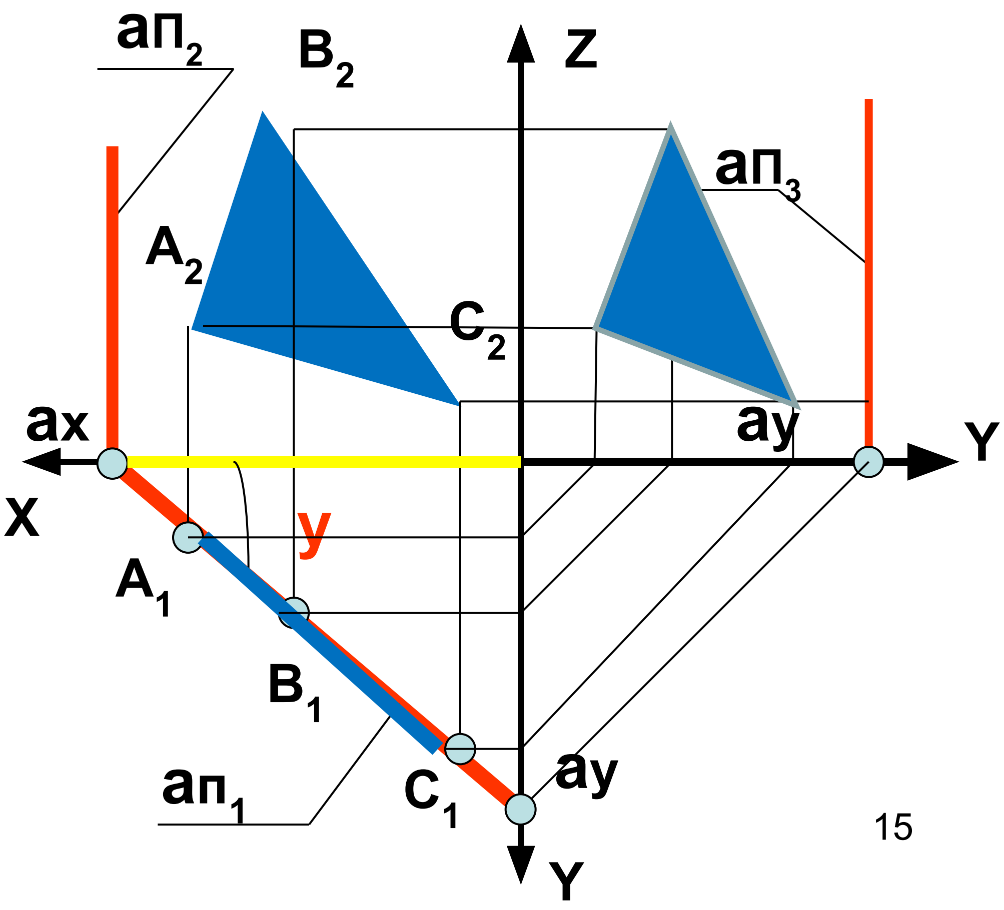
- Фигуры, принадлежащие плоскостям уровня, проецируются в натуральную величину на параллельную плоскость проекций

- На другие плоскости проекций фигуры, принадлежащие плоскостям уровня, проецируются в прямую линию

ПРОЕЦИРУЮЩИЕ ПЛОСКОСТИ

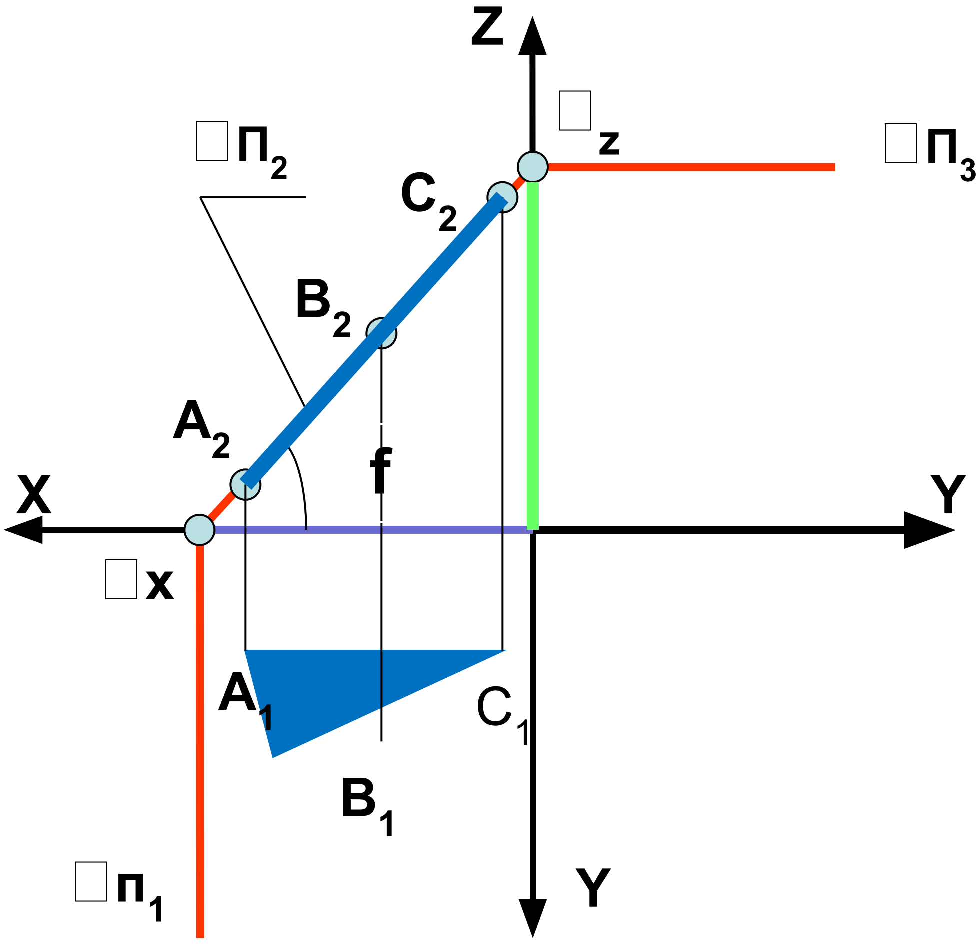
Горизонтально проецирующая плоскость □ $\perp \Pi_1$

$\Delta ABC \in$ □



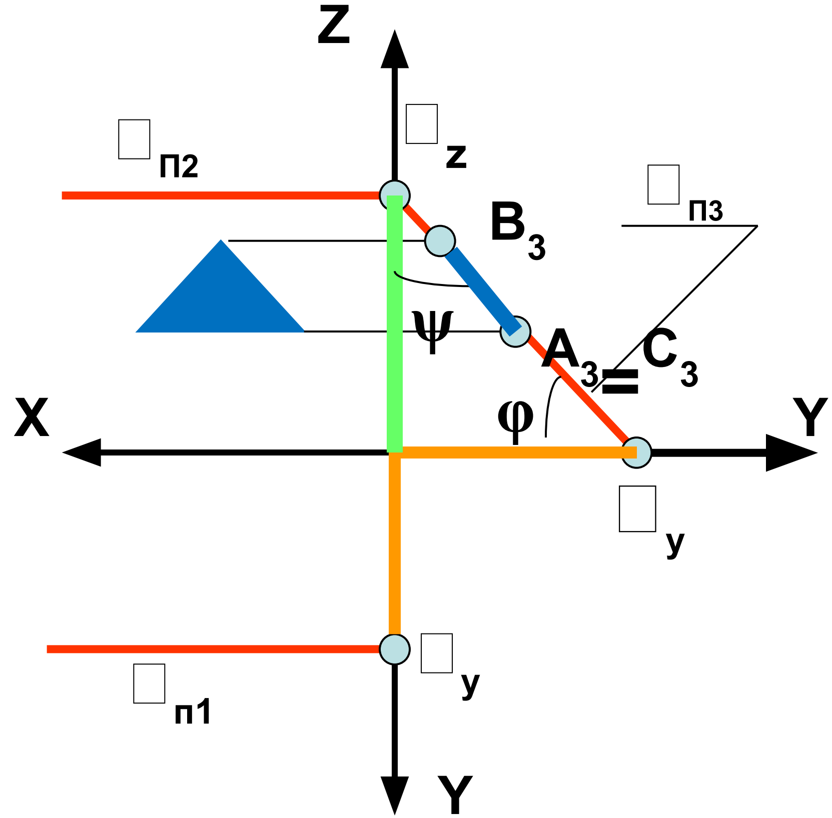
Фронтально проецирующая плоскость □ ⊥ Π_2

$\Delta ABC \in$ □



Профильно проецирующая плоскость □ ⊥ Π_3

ΔABC ∈ □



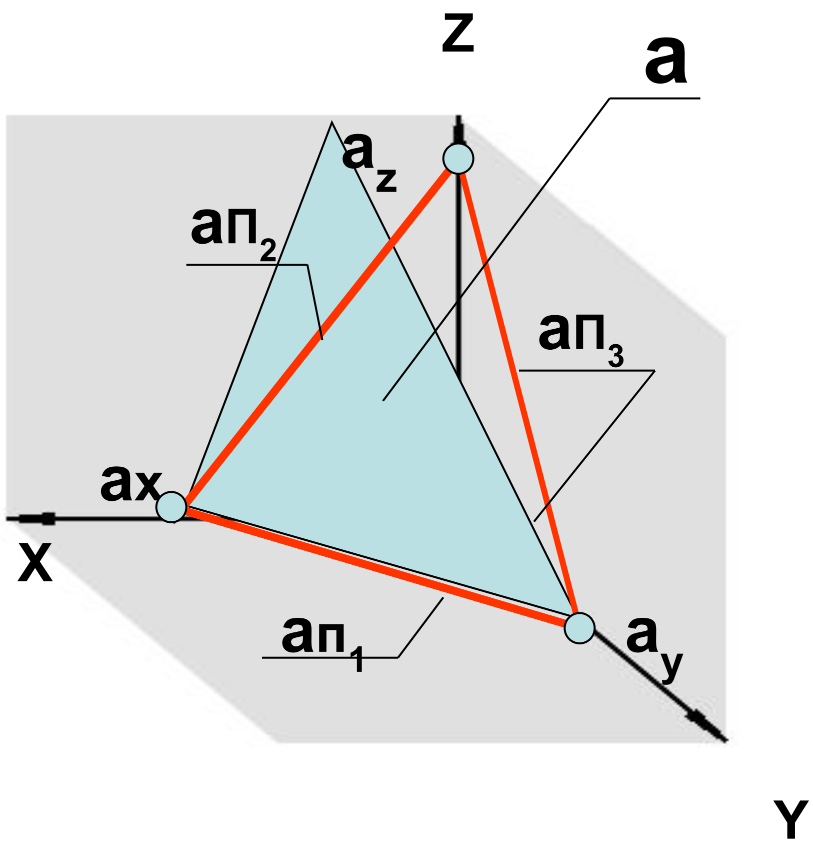
Особенности чертежа проецирующих плоскостей

- Фигуры, принадлежащие проецирующим плоскостям, на перпендикулярную плоскость проекций проецируются в прямую линию (вырожденная проекция)

- Угол наклона между вырожденной проекцией и осями координат равен углу между заданной плоскостью и плоскостью проекций

ПЛОСКОСТЬ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

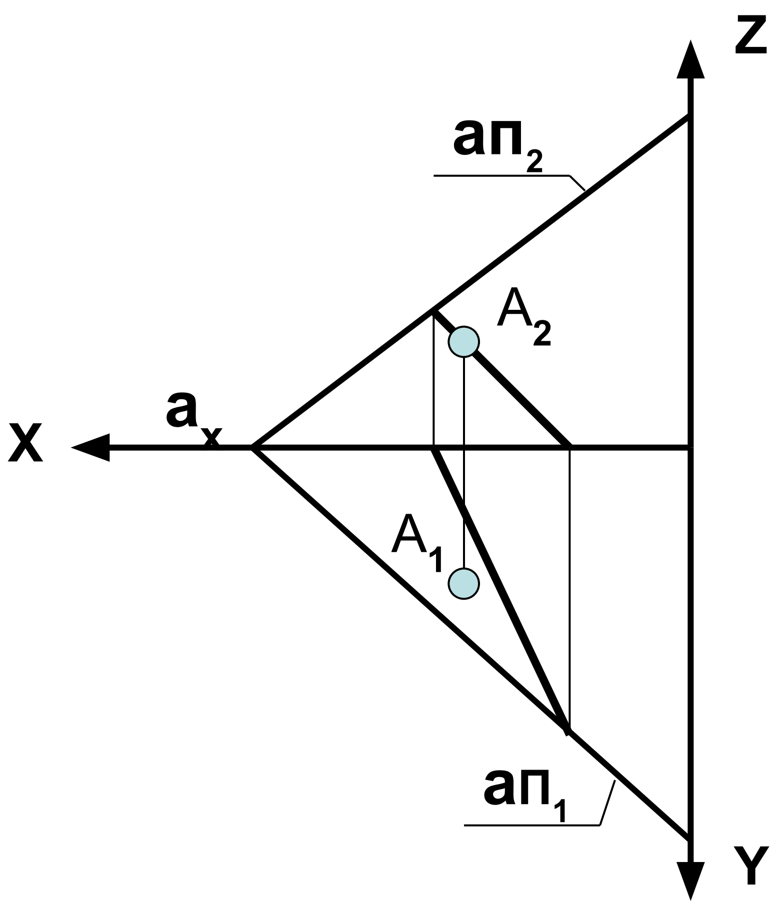
- не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций.



ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ ПЛОСКОСТИ

1. Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой в этой плоскости
2. Прямая принадлежит плоскости, если она имеет с этой плоскостью две общие точки
3. Если прямая принадлежит плоскости, то её следы лежат на одноименных следах плоскости

Принадлежит ли точка А плоскости α?



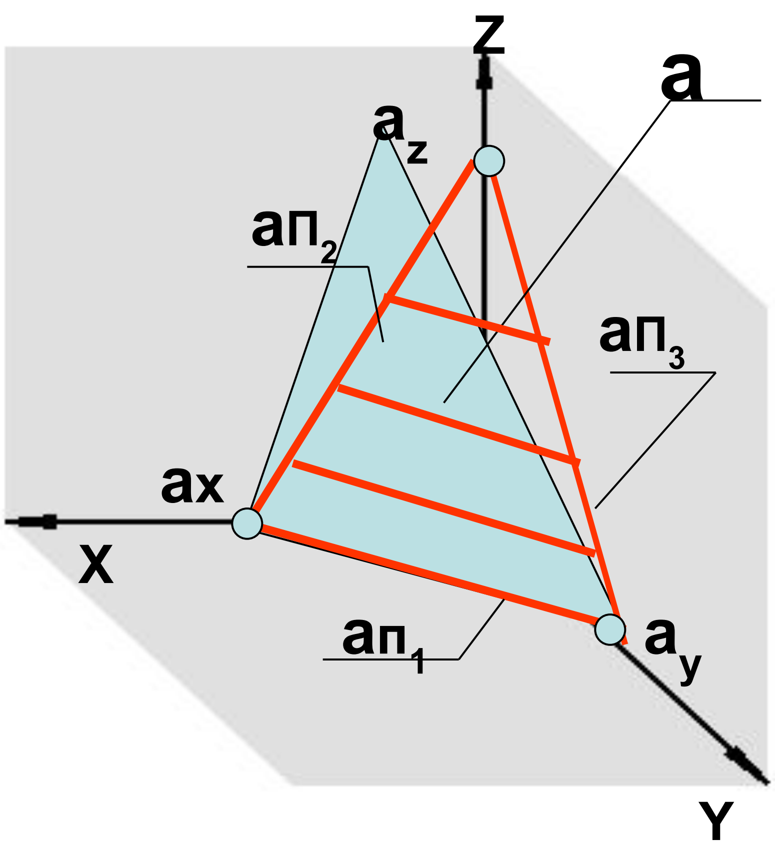
точка А плоскости α

не принадлежит

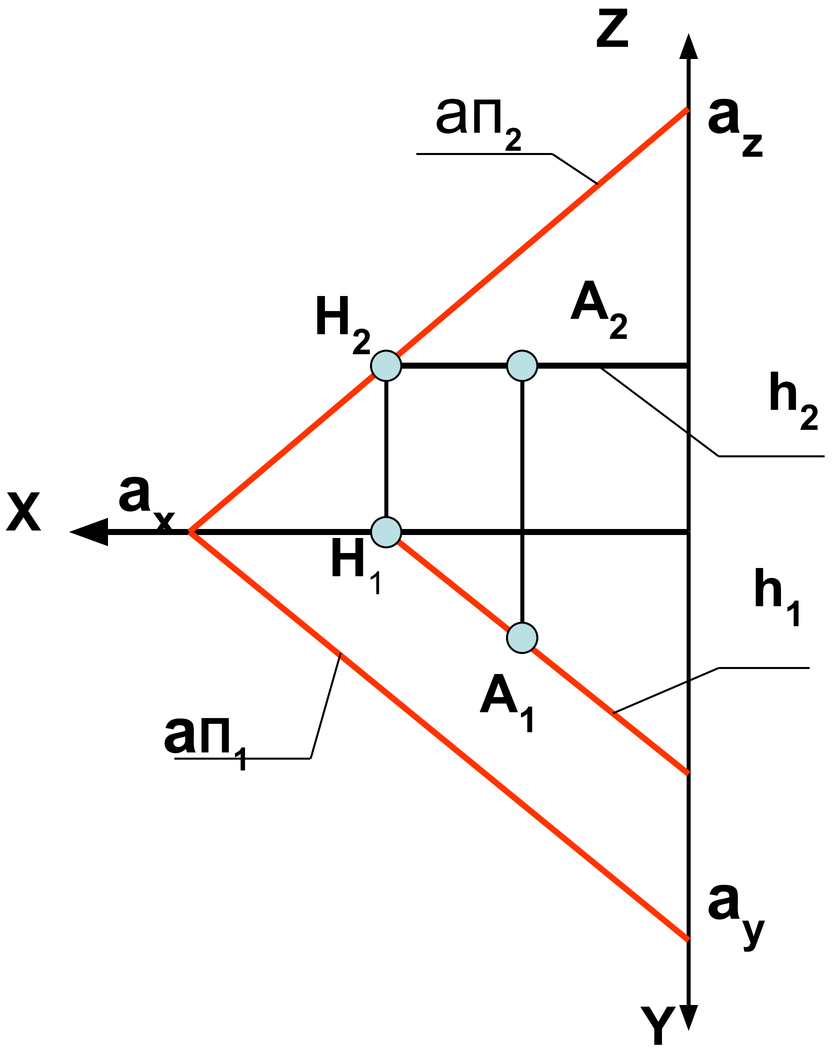
Главные линии плоскости

- Горизонталь плоскости
- Фронталь плоскости
- Линия ската плоскости

Горизонталь плоскости



Горизонталь h параллельна горизонтальной плоскости проекций и принадлежит плоскости **α**



AH(h) горизонталь плоскости **α**;

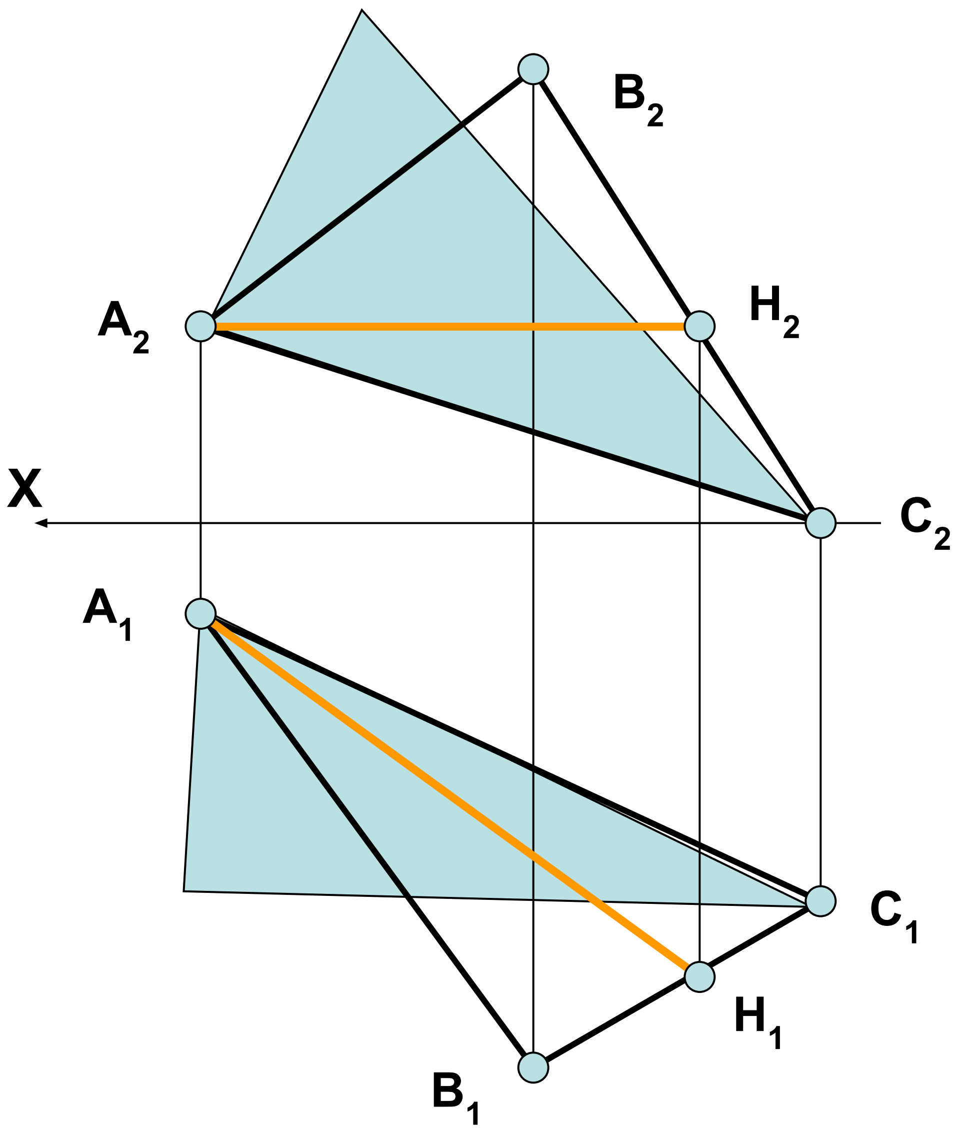
Следы плоскости –

линии уровня плоскости

□ п1 –горизонталь плоскости

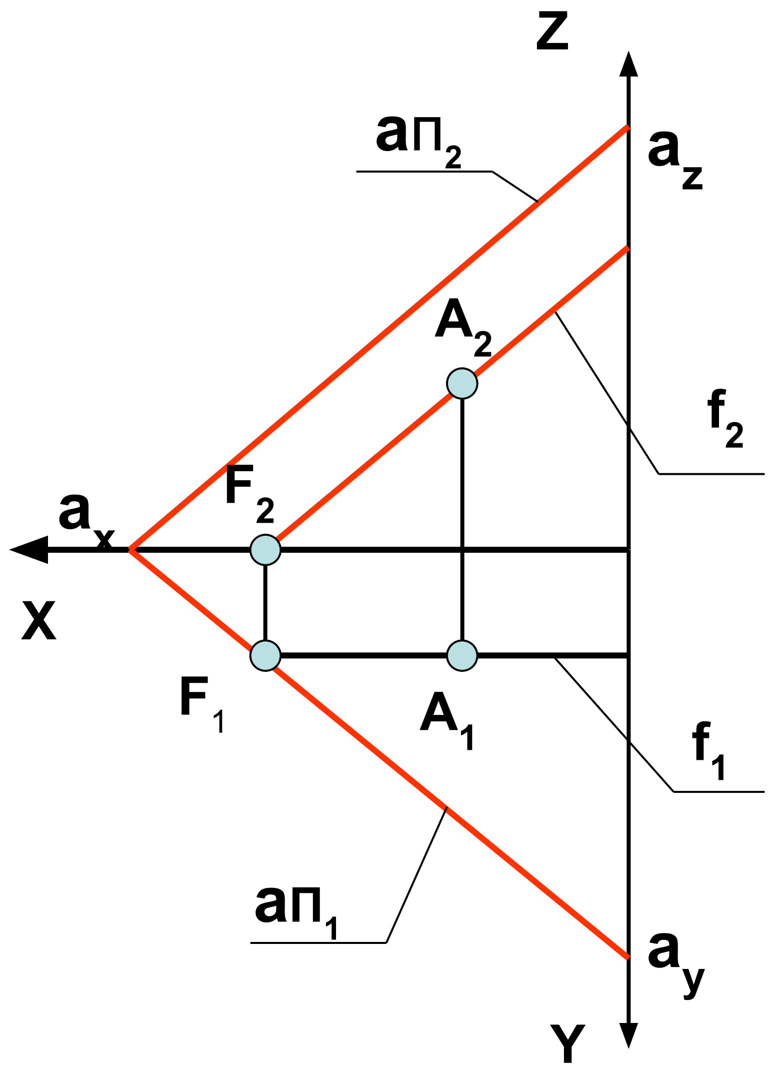
□ п2 –фронталь плоскости

Горизонталь плоскости треугольника



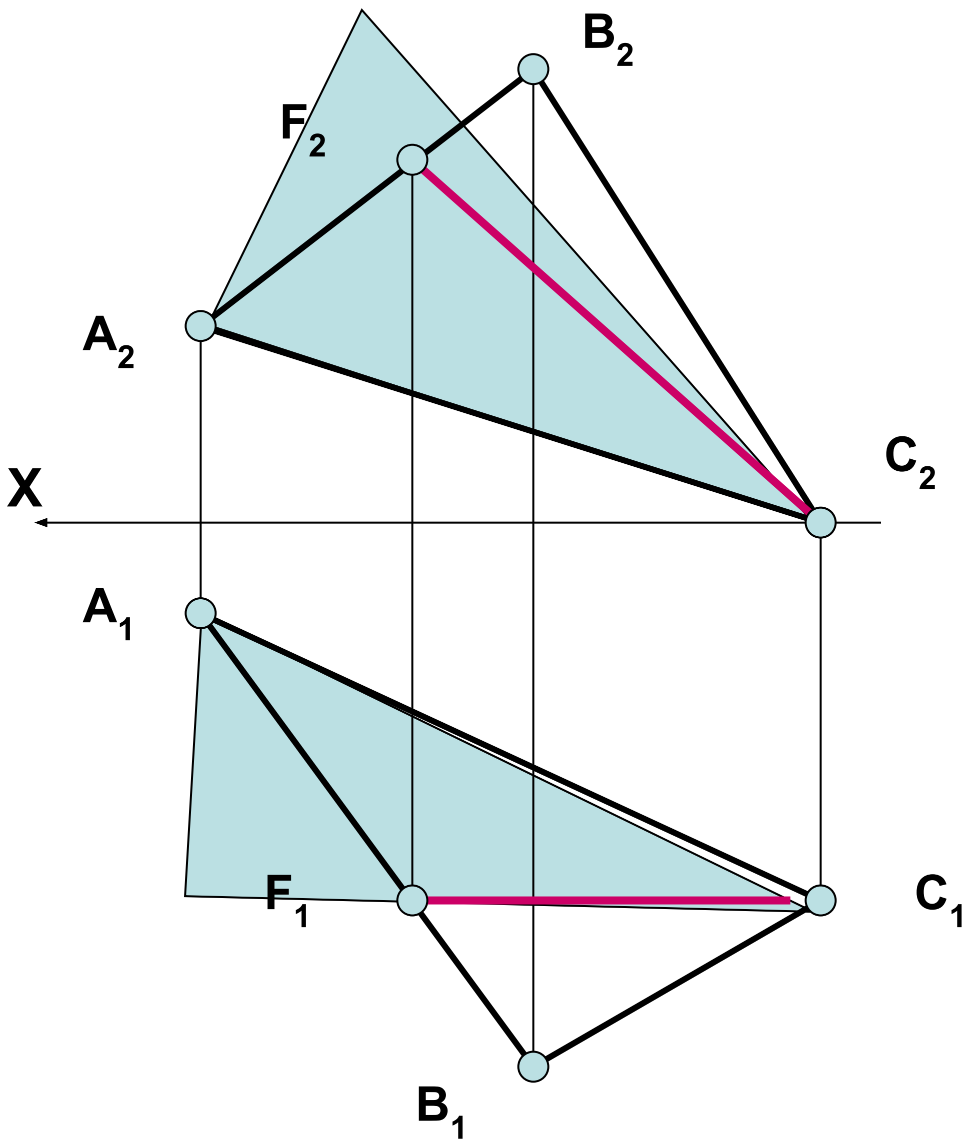
AH(h)– горизонталь **ΔABC**

Фронталь плоскости □



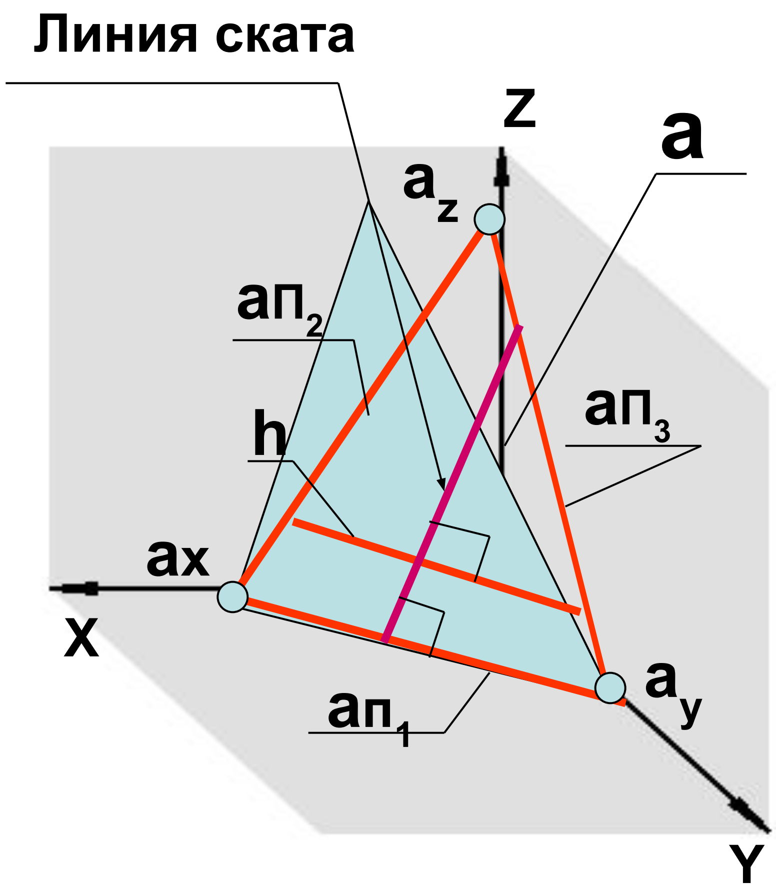
AF (f)- фронталь плоскости **α**

Фронталь плоскости треугольника



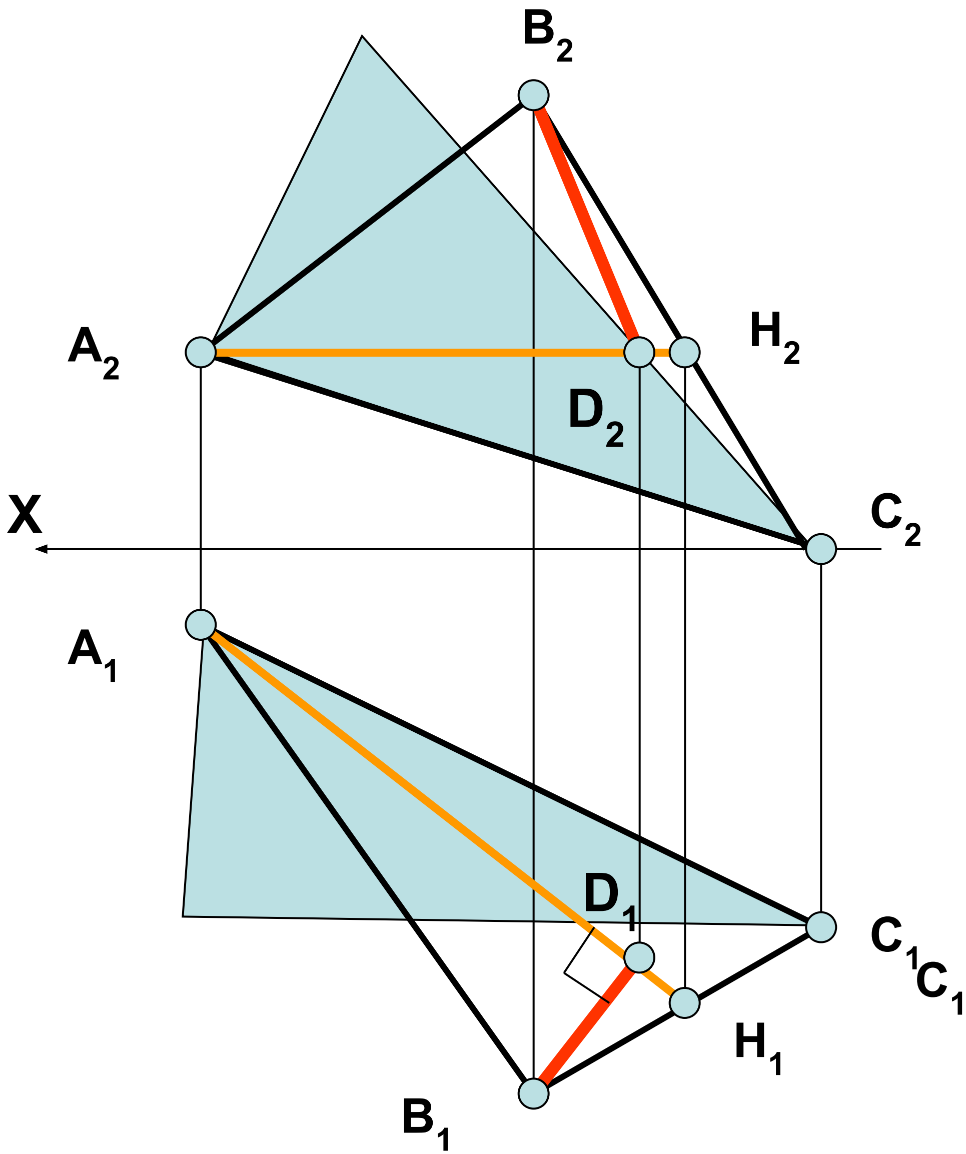
CF (f) фронталь плоскости ΔABC

ЛИНИЯ НАИБОЛЬШЕГО СКАТА ПЛОСКОСТИ



1. Линия ската плоскости α - линия наибольшего наклона плоскости α к горизонтальной плоскости проекций
2. **Линия ската** $\perp \alpha_{\pi 1}$;
3. **Линия ската** $\perp$ h_1 .

Линия ската треугольника



1. $B_1D_1 \perp A_1H_1$
2. BD – линия ската треугольника

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ, ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Взаимное положение прямой и плоскости

- Прямая принадлежит плоскости
- Прямая параллельна плоскости
- Прямая пересекает плоскость
- Прямая перпендикулярна плоскости

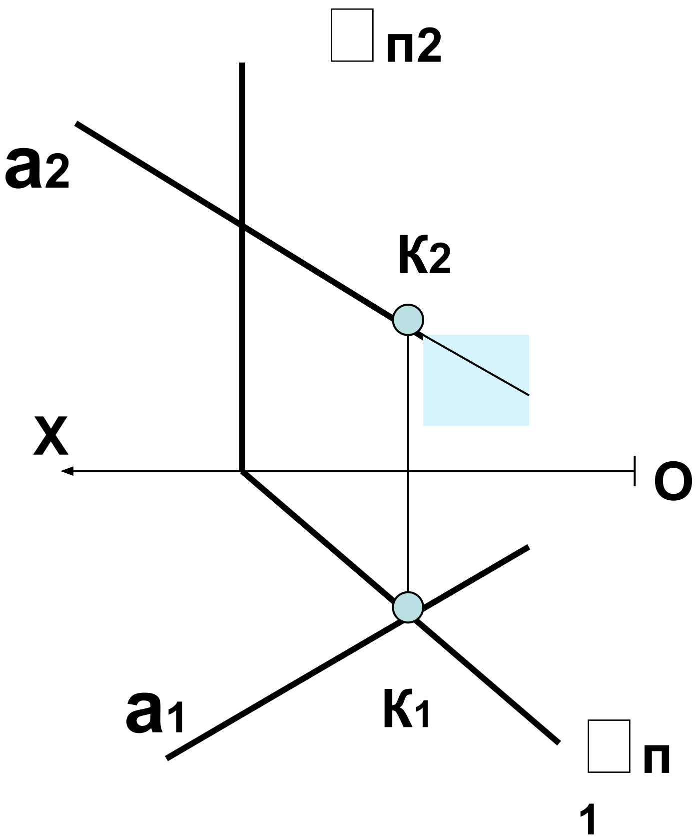
Прямая параллельна плоскости,

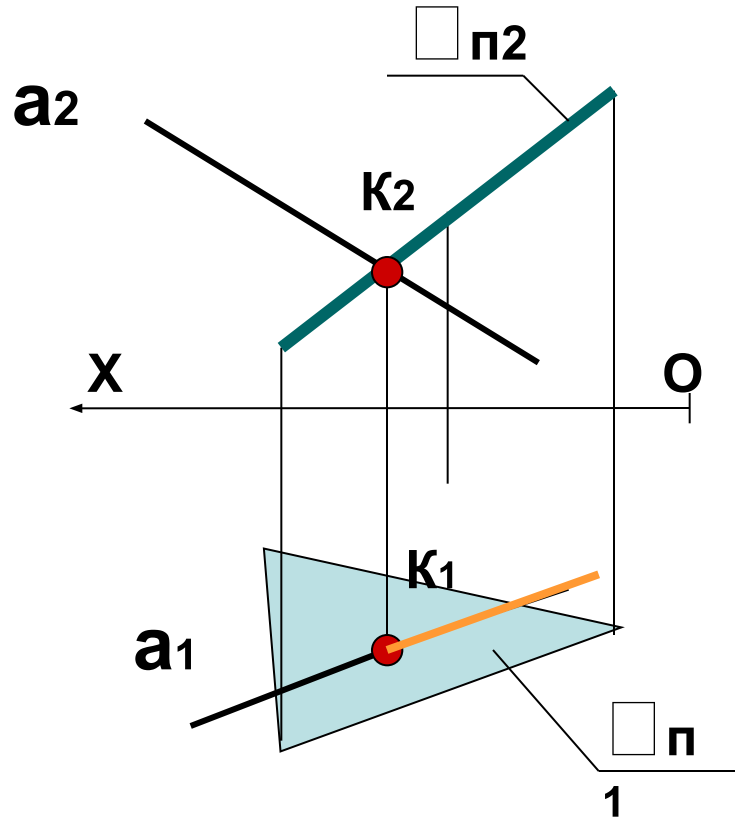
если она параллельна хотя бы одной прямой, лежащей в этой плоскости

Пересечение прямой с плоскостью

Аксиома:

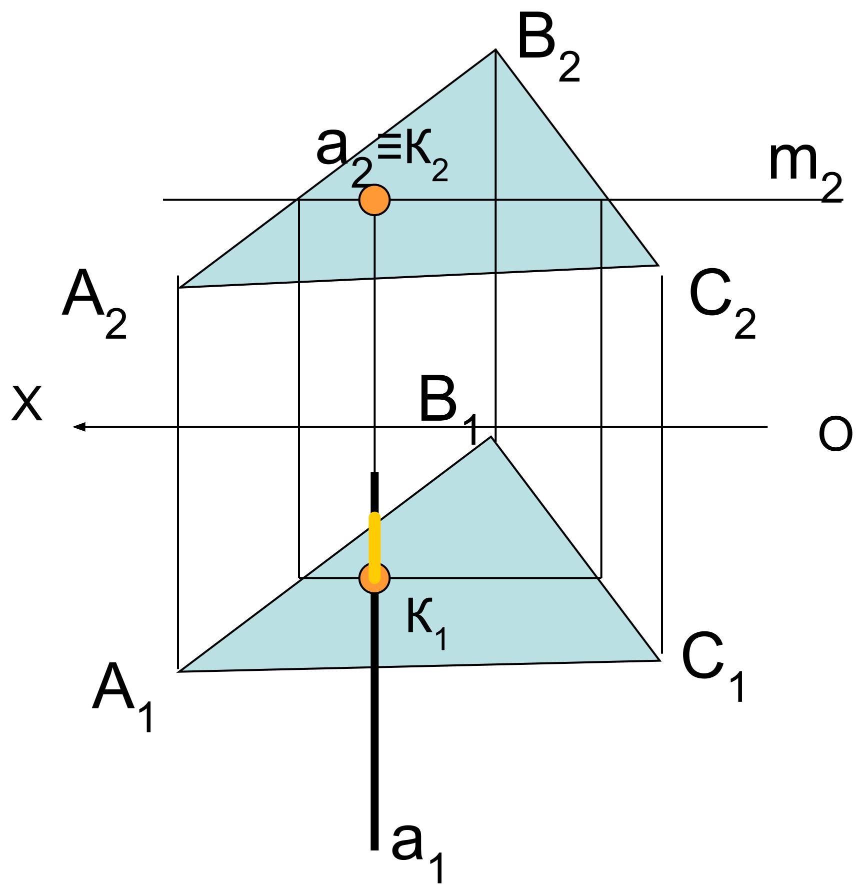
Если прямая не принадлежит плоскости и не параллельна ей, то она эту плоскость пересекает





- *Точка пересечения прямой и плоскости частного положения определяется на пересечении следа плоскости и проекции прямой*

Пересечение прямой частного положения и плоскости общего положения

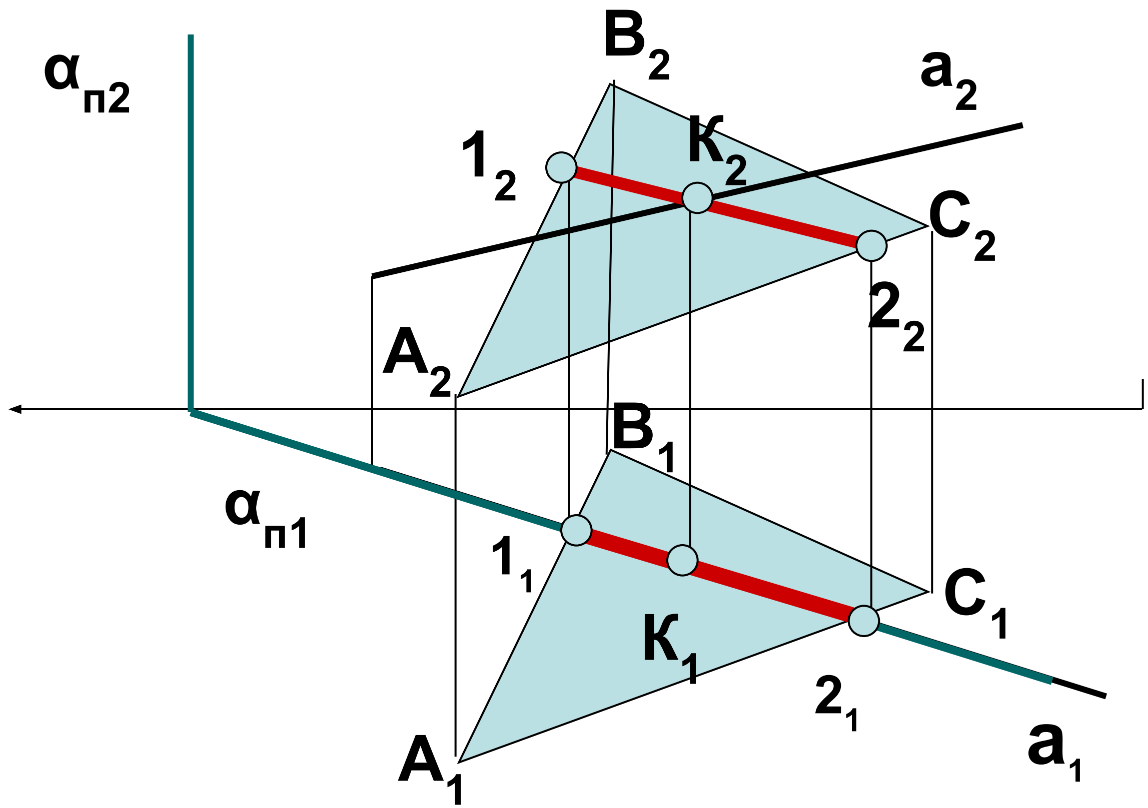


СПОСОБ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ СЕКУЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ

1. **Через прямую проводят плоскость частного положения $\alpha \perp \Pi_1$.**
2. **Определяют линию пересечения заданной плоскости и введенной плоскости α.**
3. **Определяют точку пересечения заданной прямой и построенной линии пересечения.**

Это искомая точка пересечения заданной плоскости и прямой а.

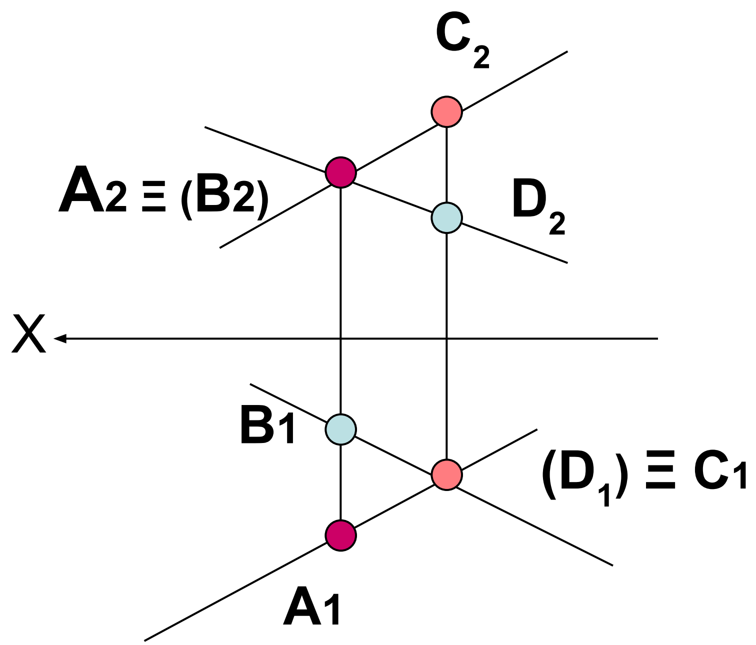
4. **Определяют видимость заданной прямой.**



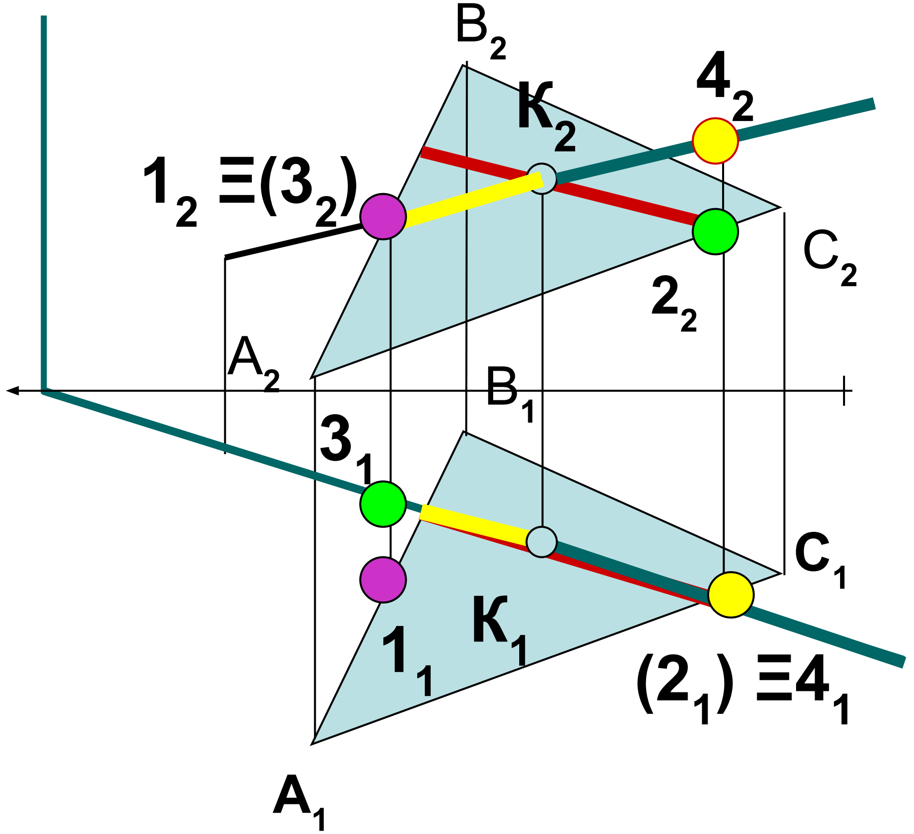
Видимость прямой определяют по конкурирующим точкам

На горизонтальной плоскости проекций видима точка С, имеющая бОльшую координату Z,

на фронтальной плоскости проекций видима точка А, имеющая бОльшую координату Y.



Определение видимости прямой



Перпендикулярность прямой и плоскости

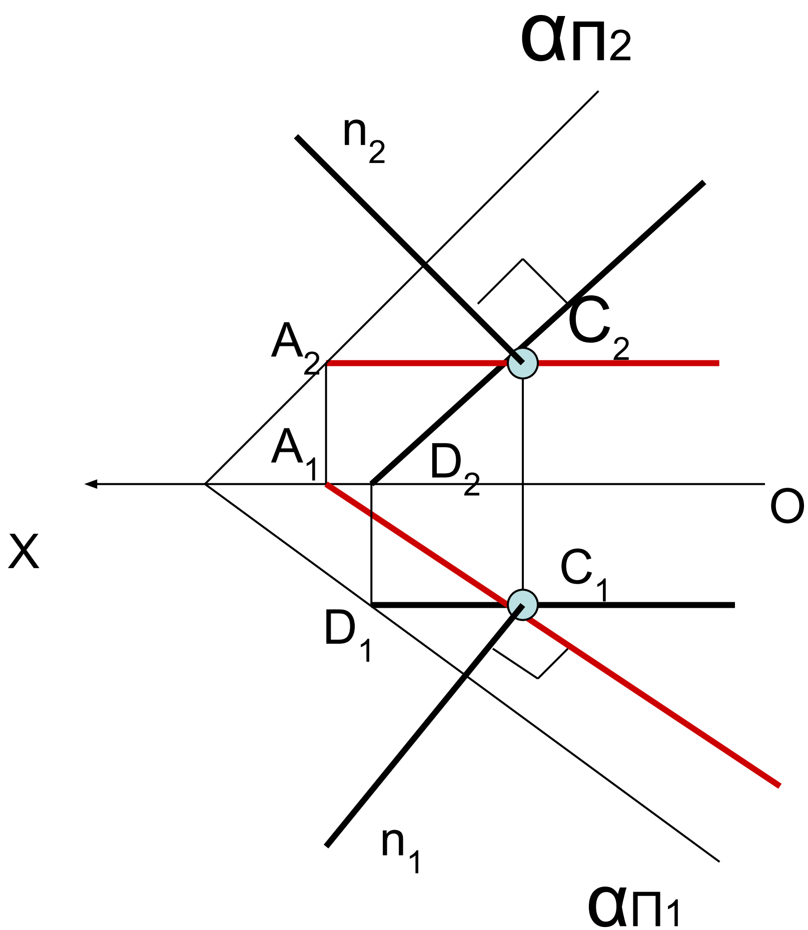
Теорема:

Прямая перпендикулярна к плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости

Свойство перпендикуляра к плоскости

Если прямая перпендикулярна плоскости, то ее горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали плоскости (Г.П.Г.) или ее горизонтальному следу, а ее фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали плоскости (Ф.П.Ф.) или ее фронтальному следу

$C \in \alpha$



Взаимное положение двух плоскостей

Две плоскости могут быть:

- Параллельны друг другу;
- Пересекаться друг с другом;
- Перпендикулярны друг другу

Условие параллельности двух плоскостей

Теорема:

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то такие плоскости параллельны друг другу.

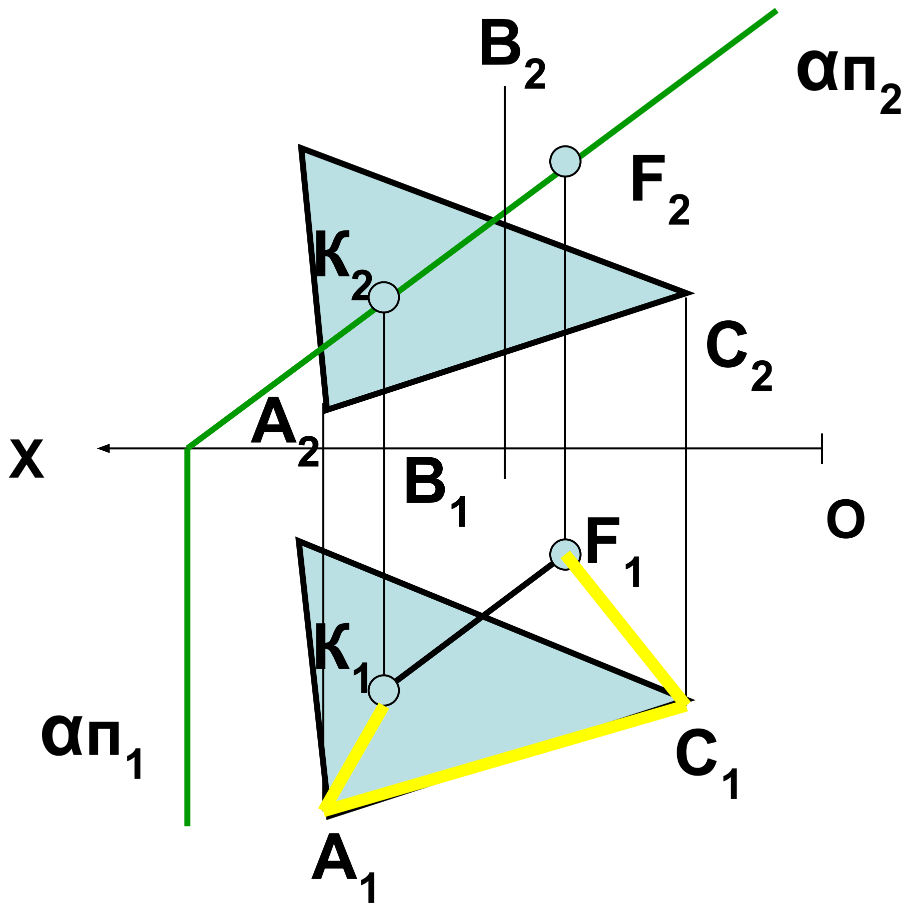
Следствие:

Если плоскости параллельны, то их одноименные следы также параллельны

Пересечение двух плоскостей

- Для построения линии пересечения двух плоскостей достаточно иметь две точки, общие к обеим плоскостям или одну общую точку и направление линии пересечения

- Если плоскости заданы следами, то общие точки находятся в пересечении <u>одноименных</u> следов



- Линия пересечения фронтально-проецирующей плоскости и плоскости общего положения определя-ется по точкам пересечения сторон треугольника ΔАВС и фронтального следа плоскости α

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

Для построения линии пересечения плоскостей достаточно поочередно найти две точки пересечения двух ребер одной фигуры с другой фигурой.

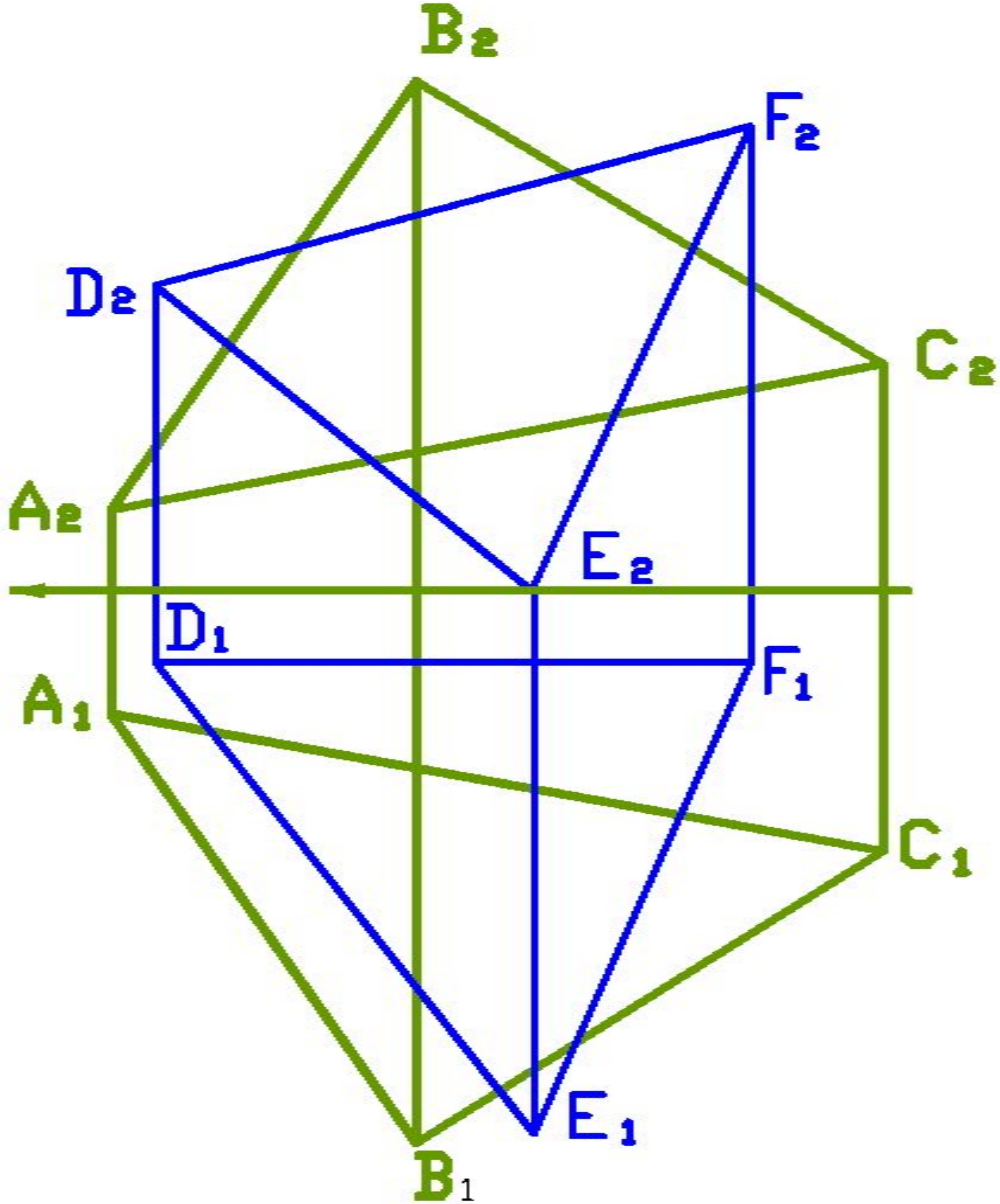
Соединив эти точки, мы получим линию пересечения двух плоскостей.

Задача

Построить линию пересечения треугольников ΔABC и ΔDEF.

A(100, 20, 20), B(65, 70, 70), C(10, 30,25),

D(90, 10, 55), E(45, 70, 0), F(20, 10, 65)



B2
F2
D2
C2
A2
E2
D1
F1
A1
C1
E1
B1

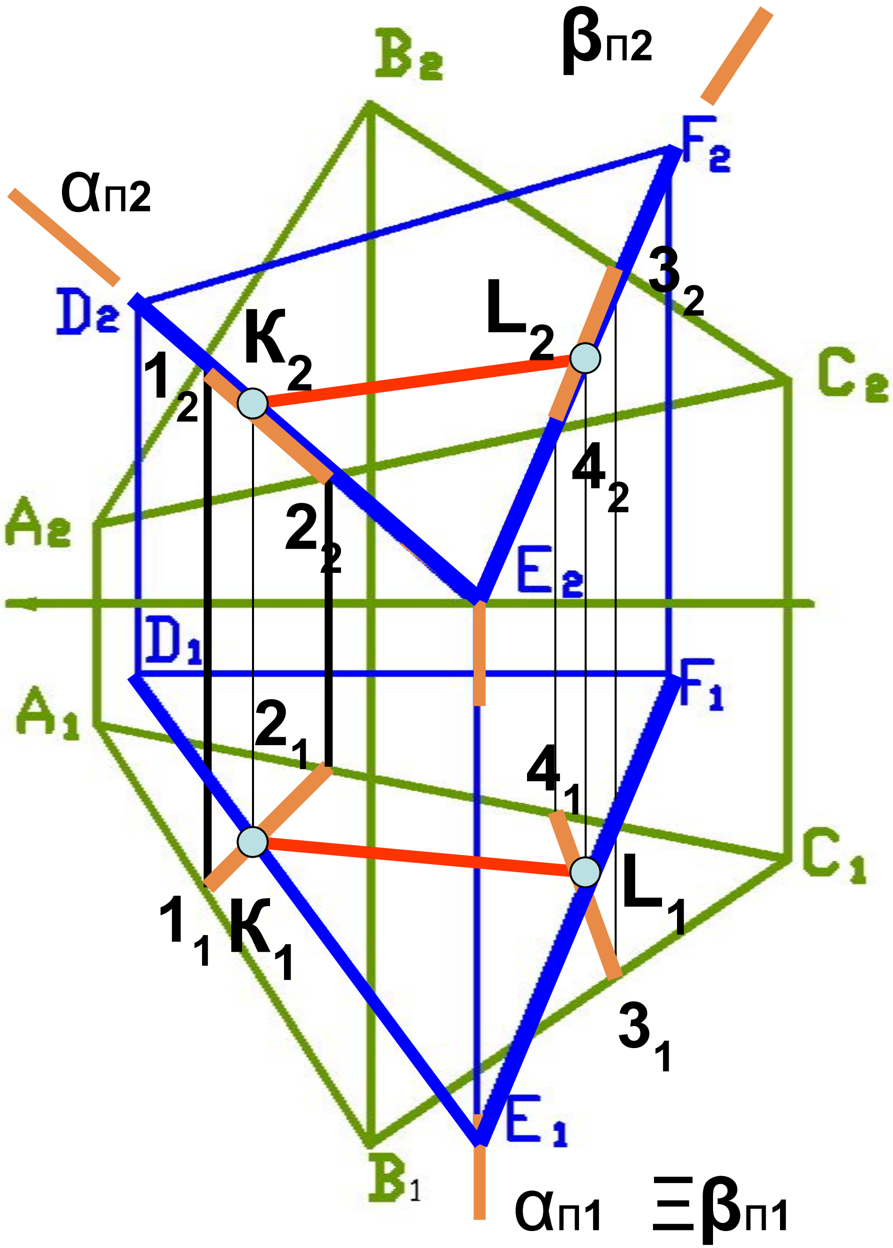
1. □ $ABC \cap DE = K$

$DE \in$ □ $\perp \Pi_2$

2. □ $ABC \cap EF = L$

$EF \in$ □ $\perp \Pi_2$

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ



1. □ABC ∩ α = 1-2

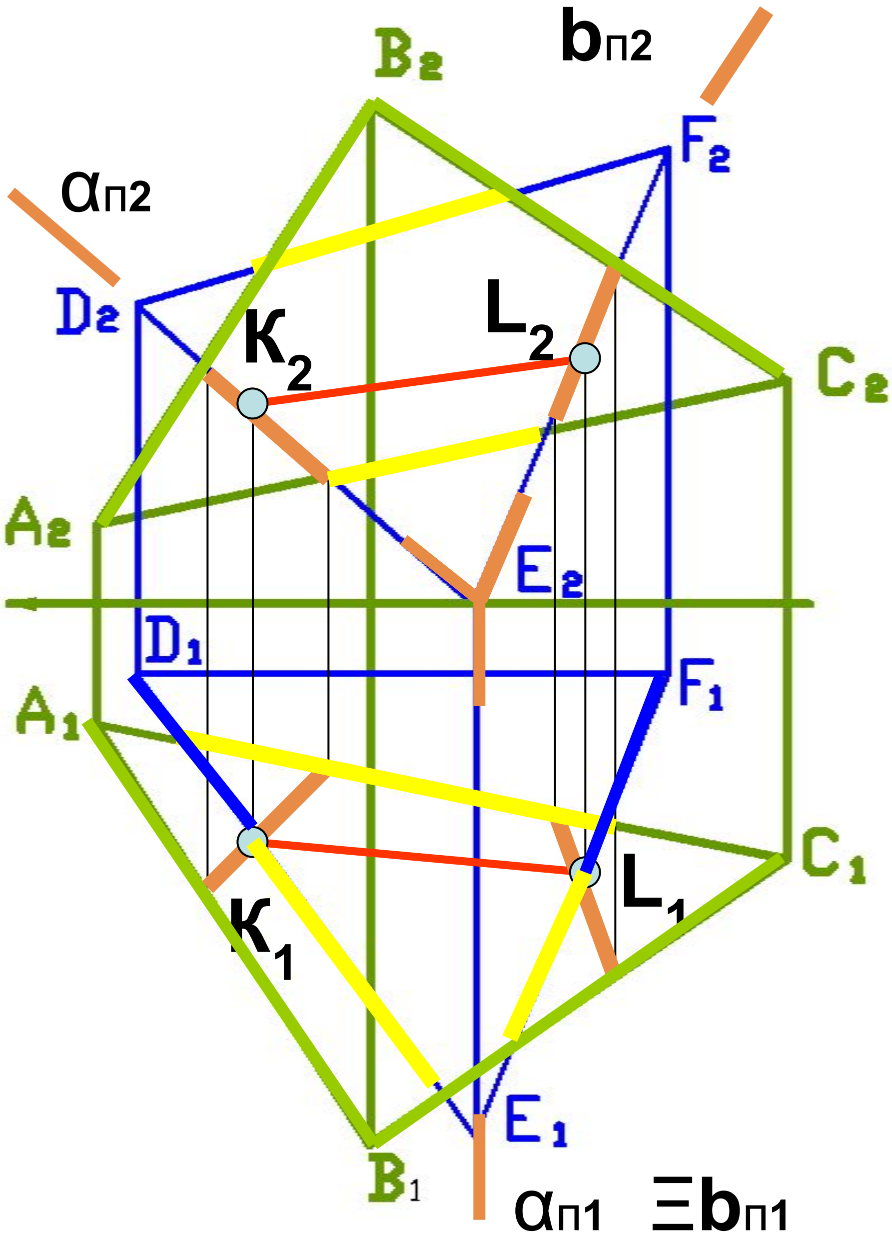
   1-2 ∩ DE = K

2. □ABC ∩ β =

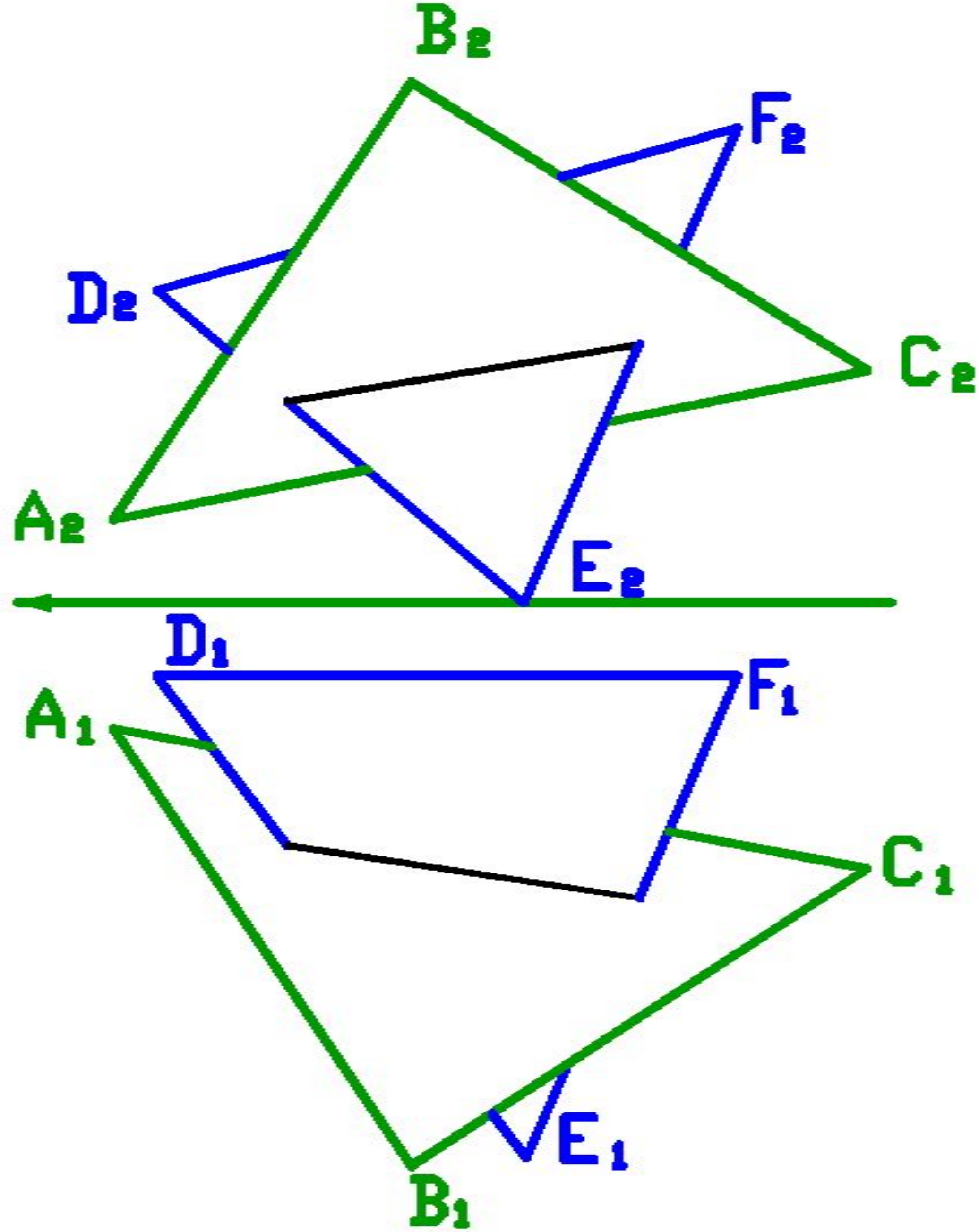
   3-4 ∩ EF= L

3. Определим видимость треугольников.

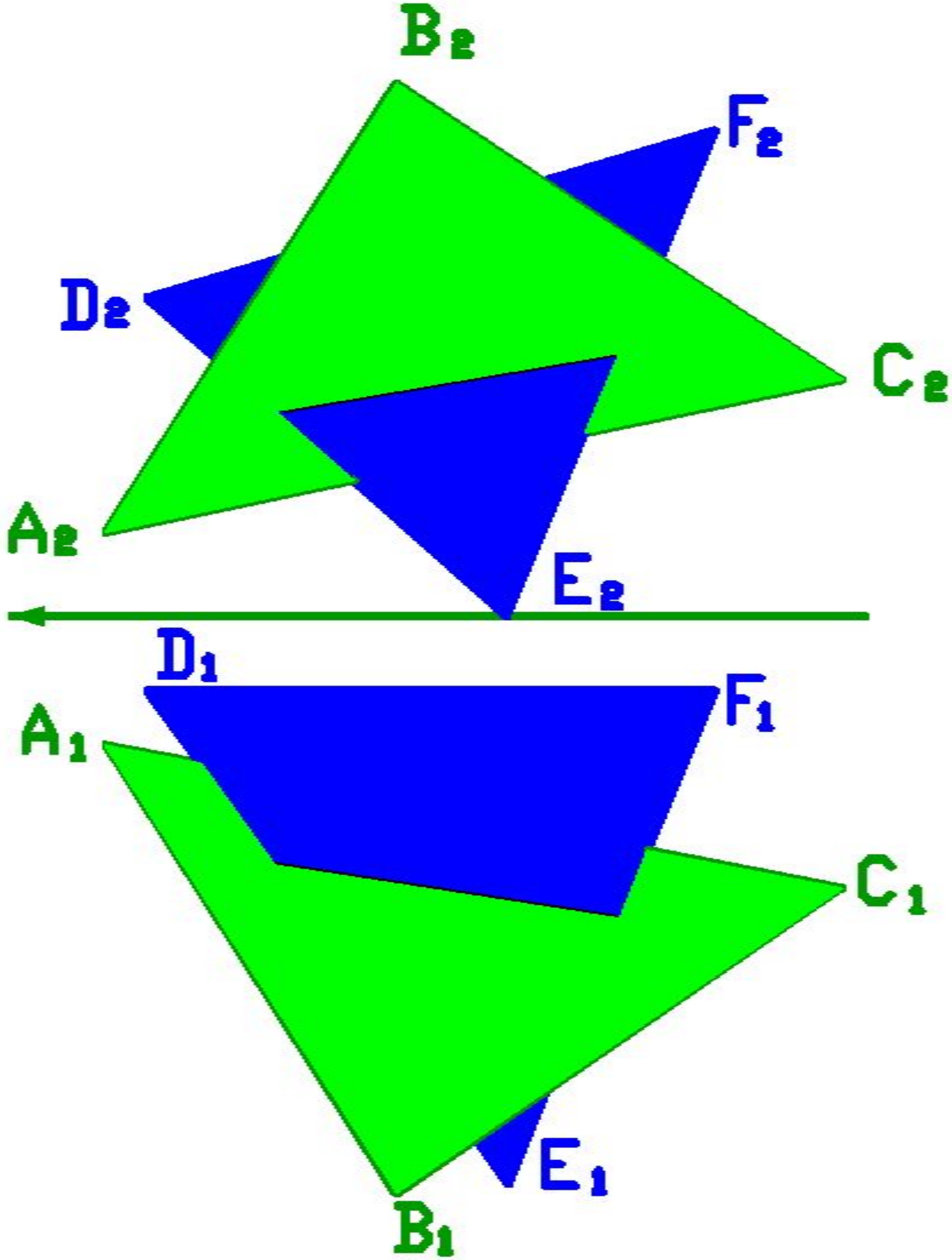
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДИМОСТИ СТОРОН ТРЕУГОЛЬНИКА



- Видимость определяем по конкурирующим точкам или визуально.
- Вершины треугольников B и F имеют большую координату Z (относит. других вершин).
- B и F видимы на $П_1$.
- Вершины B и E имеют большую координату У (относит. других вершин).
- B и E видимы на $П_2$.



B2
F2
D2
C2
A2
E2
D1
F1
A1
C1
E1
B1

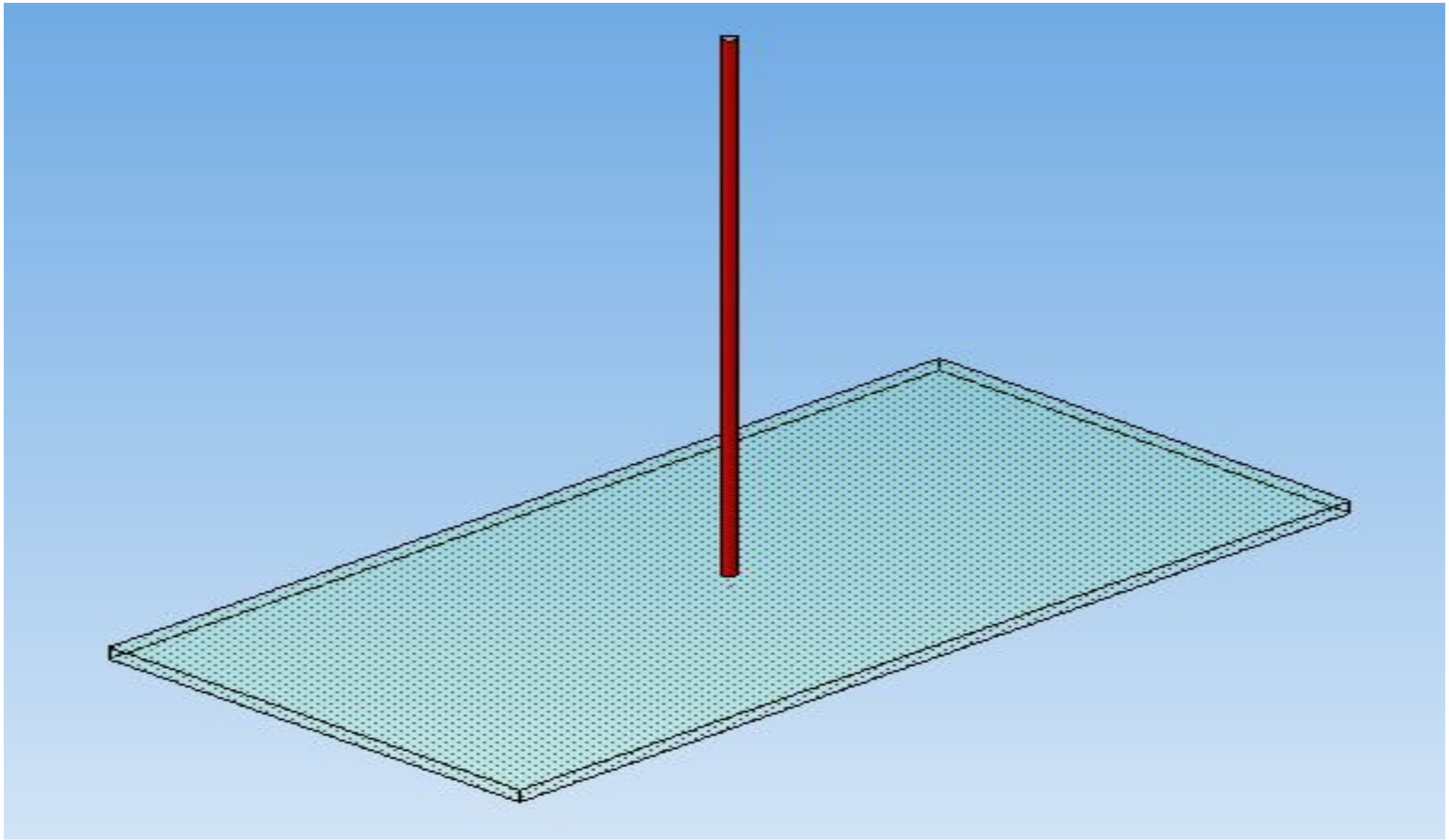

B2
F2
D2
C2
A2
E2
D1
F1
A1
C1
E1
B1

Взаимная перпендикулярность двух плоскостей

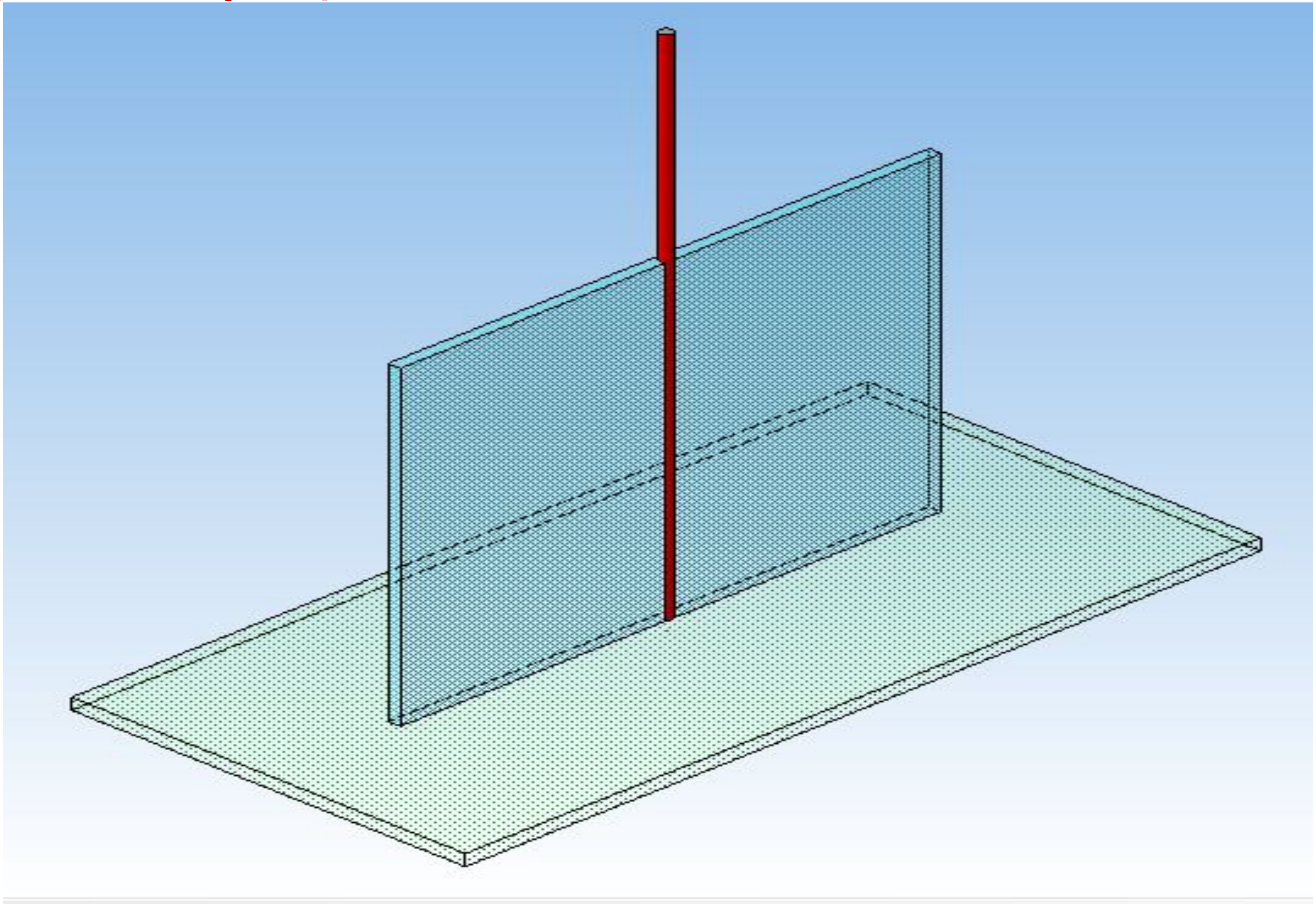
Аксиома:

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой плоскости

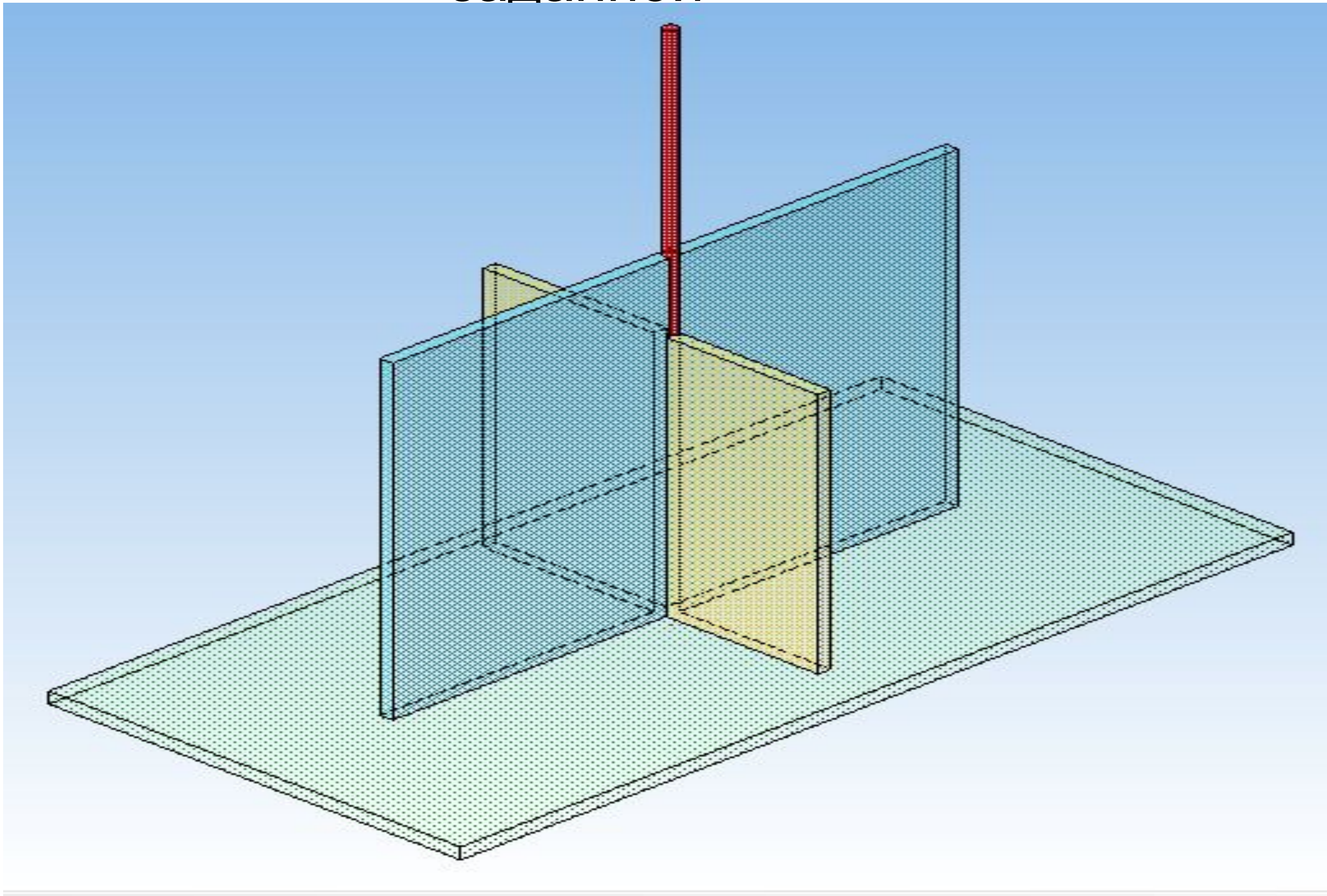
Возьмем плоскость и построим прямую перпендикулярную к ней



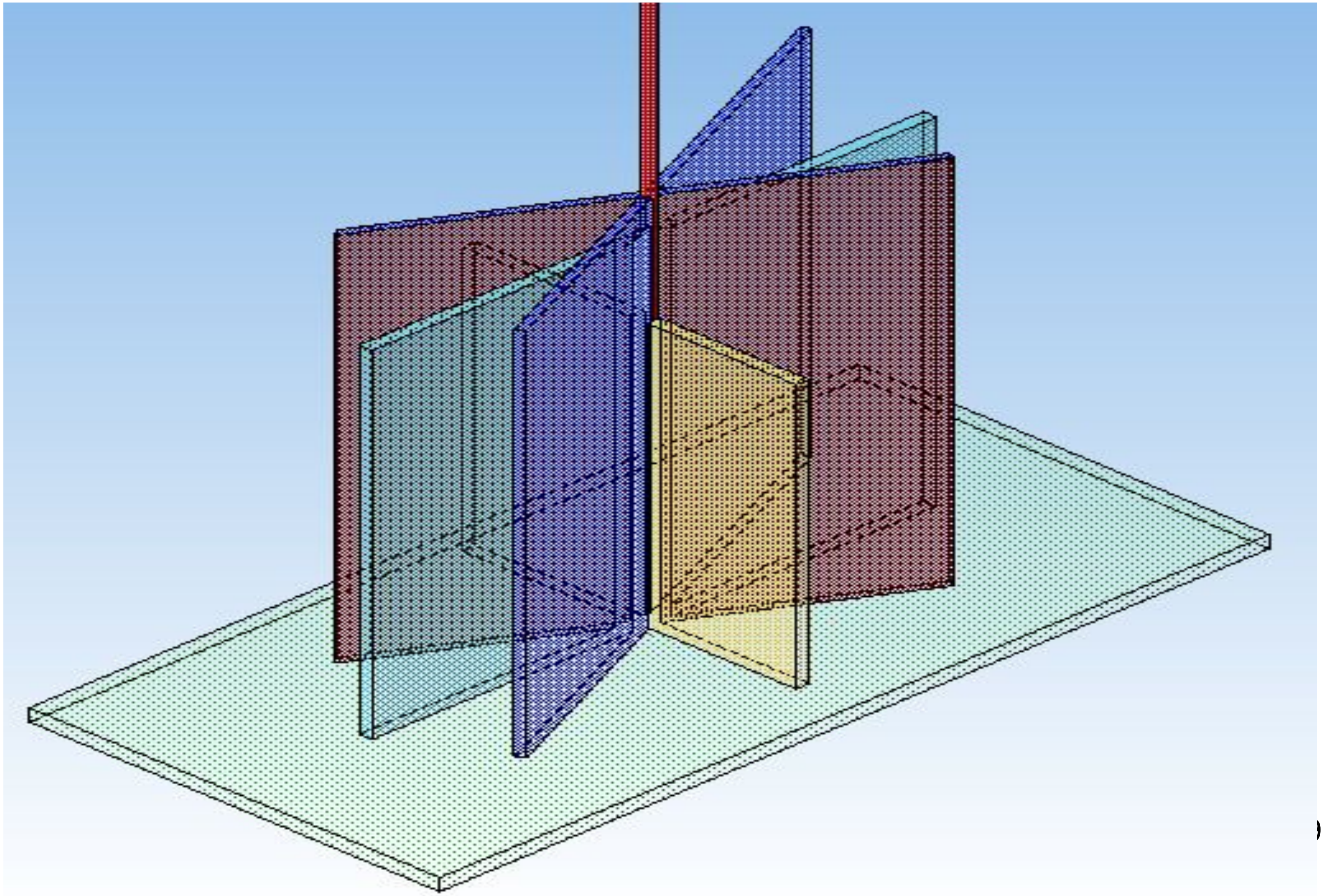
Через прямую проведем произвольную плоскость, и эта плоскость также будет перпендикулярна к заданной плоскости



Еще одна плоскость, проходящая через перпендикуляр, также перпендикулярна заданной



Любая плоскость, проходящая через перпендикуляр к другой плоскости, будет перпендикулярна к заданной плоскости



Спасибо за внимание!