

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

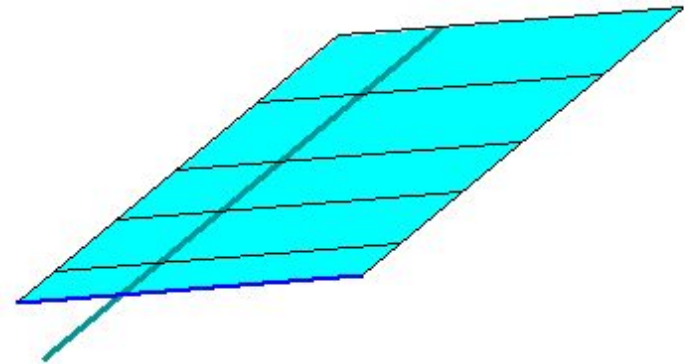
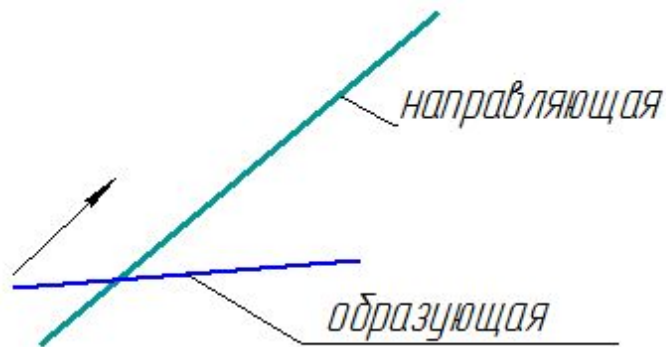
Лекция 3. Плоскость

Пьянкова Жанна Анатольевна,
доцент каф. «ПиЭА», канд. пед. наук

Ортогональные проекции плоскости

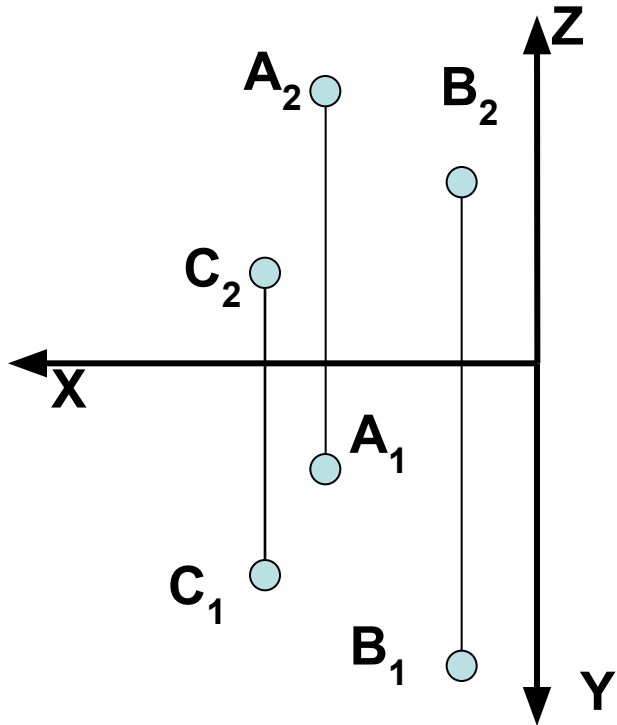
- Плоскость и способы задания ее на чертеже
- Положение плоскости относительно плоскостей проекций
- Прямая и точка в плоскости
- Главные линии плоскости
- Прямая и точка в плоскости
- Относительное положение двух плоскостей

Плоскость – это простейшая поверхность, образованная поступательным движением одной прямой (образующей) по другой прямой (направляющей)

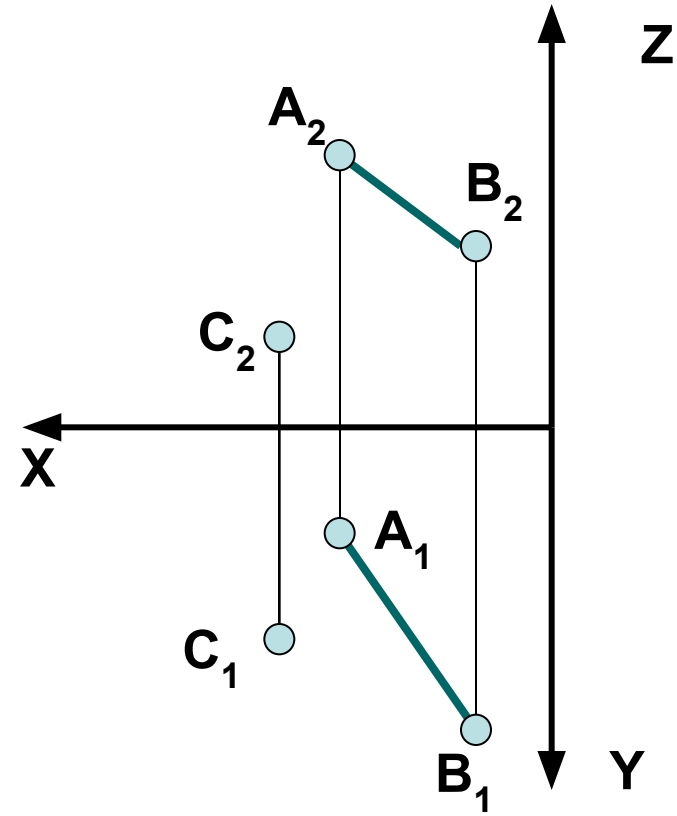


Графические способы задания плоскости

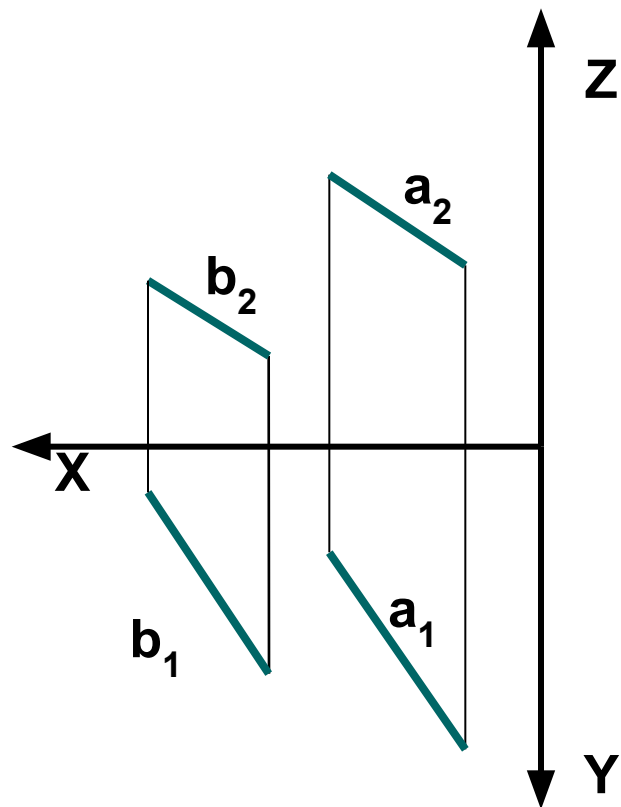
1. Три точки, не принадлежащие одной прямой



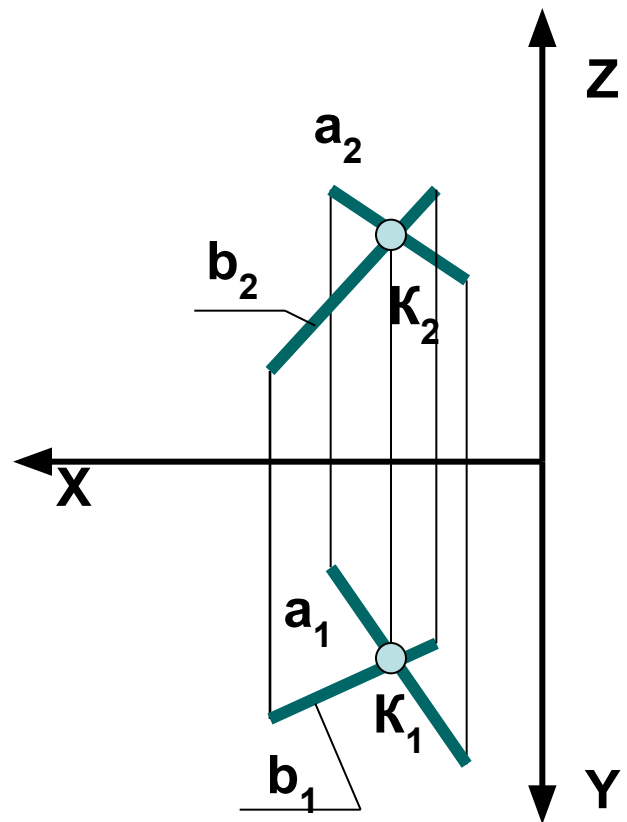
2. Прямая и точка вне этой прямой



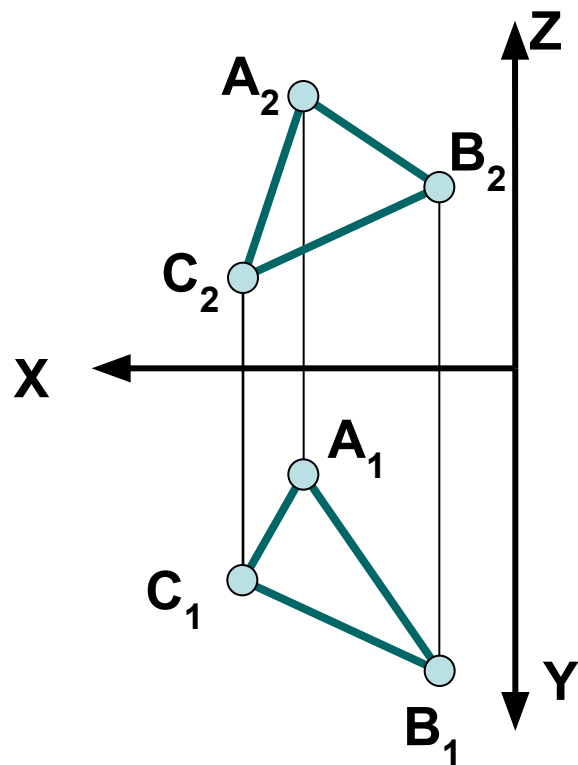
3. Параллельные прямые



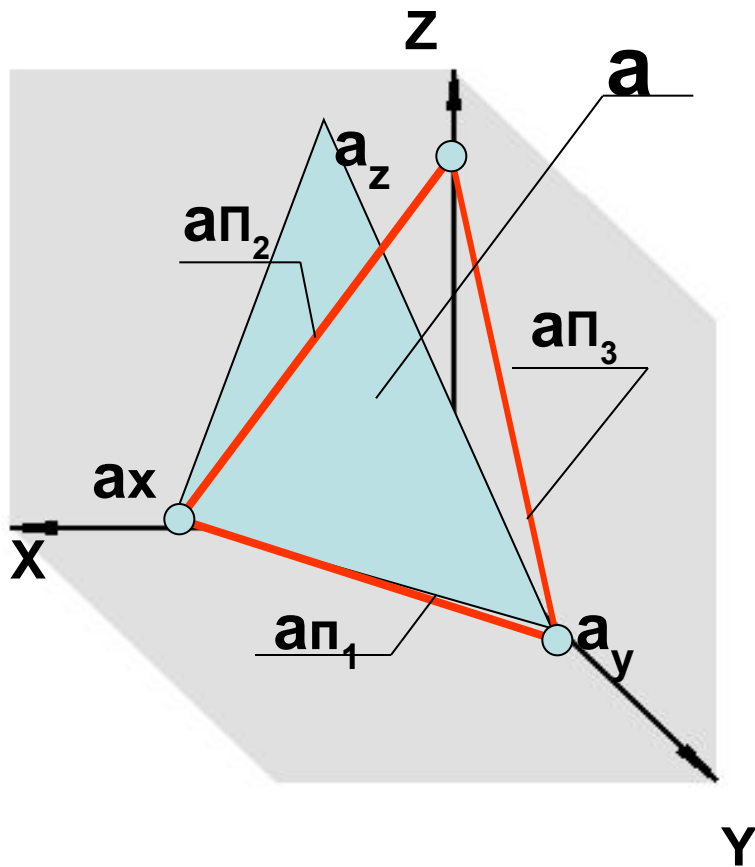
4. Пересекающиеся прямые



5. Плоская фигура



6. Следы плоскости – линии пересечения данной плоскости с плоскостями проекций



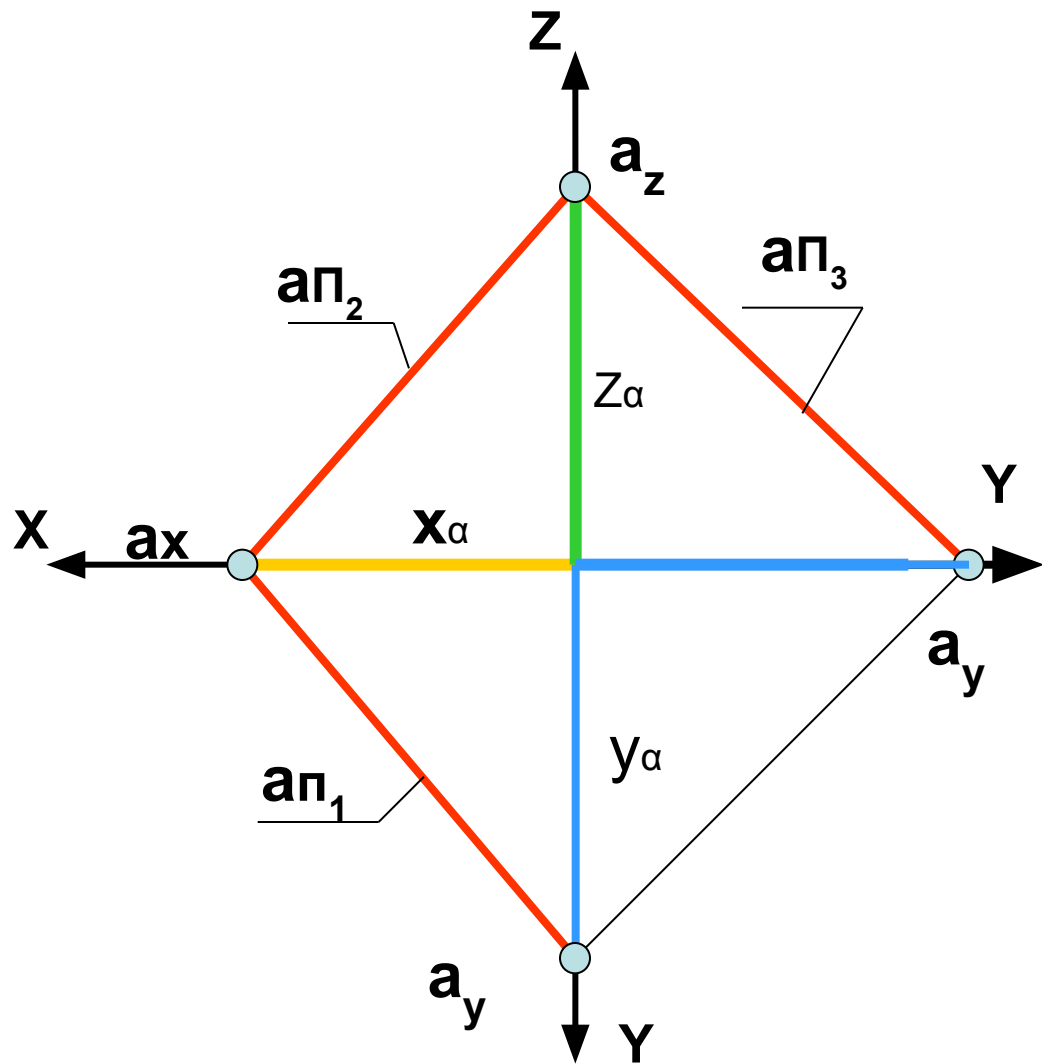
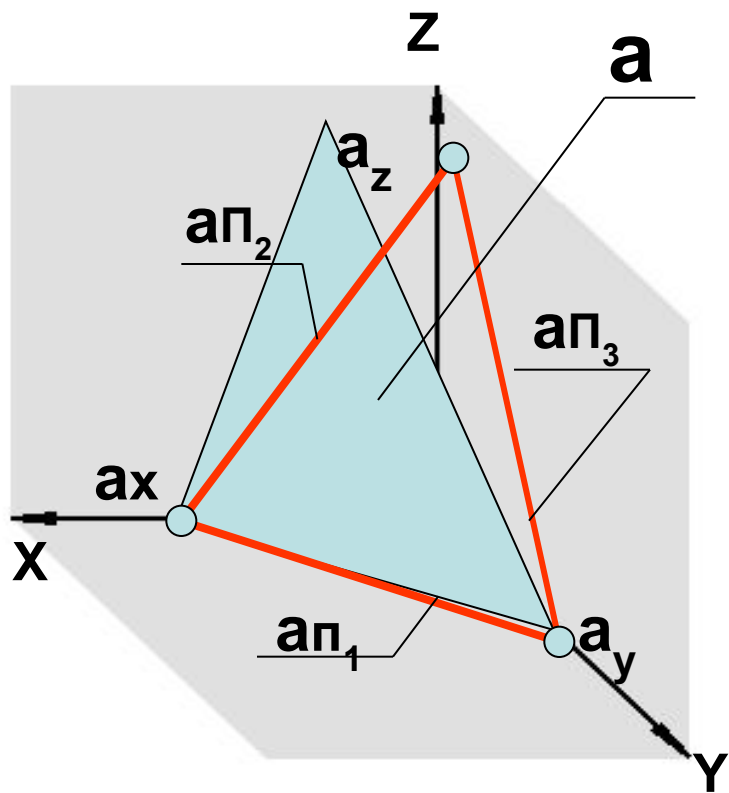
а-плоскость;

ап₁ - горизонтальный след
плоскости **а**;

ап₂ - фронтальный след
плоскости **а**;

ап₃ - профильный след
плоскости **а**;

ах, ау, аз - точки схода следов.



Особенности способа задания плоскости следами

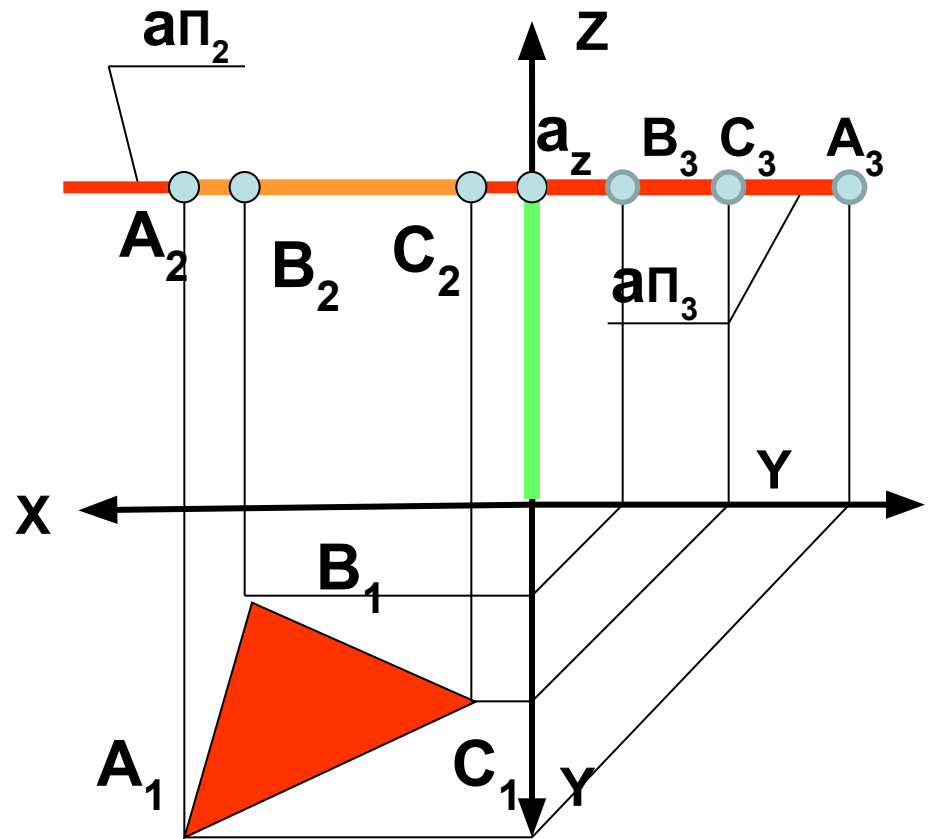
- Этот способ является частным случаем задания плоскости двумя пересекающимися прямыми
- Каждый след совпадает со своей одноименной проекцией, другая проекция следа принадлежит оси проекций (вторую проекцию следа принято не обозначать)
- Угол между следами плоскости на эюре не равен углу между ее следами в пространстве
- По расположению следов плоскости на эюре легко представить расположение самой плоскости в пространстве

Положение плоскости относительно плоскостей проекций:

- Параллельно – **плоскости уровня**;
- Перпендикулярно – **проецирующие плоскости**
- Под любым углом, отличным от прямого – **плоскости общего положения**

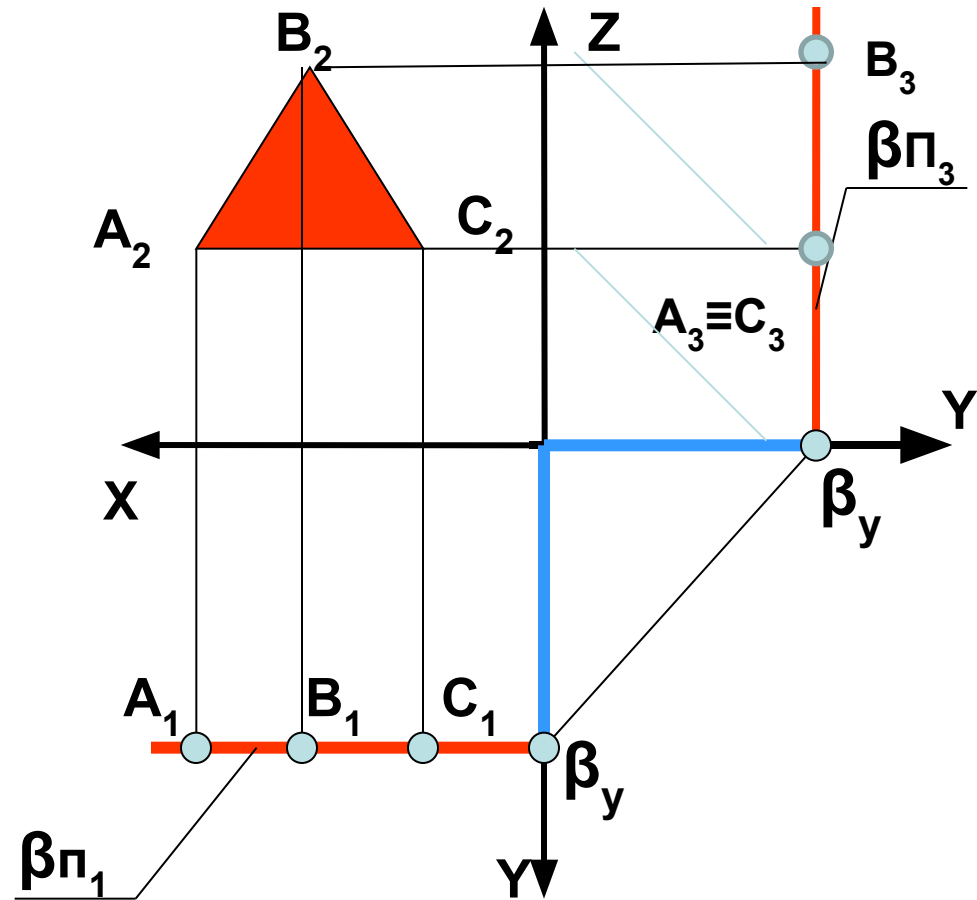
ПЛОСКОСТИ УРОВНЯ

Горизонтальная плоскость уровня $\alpha \parallel \Pi_1$



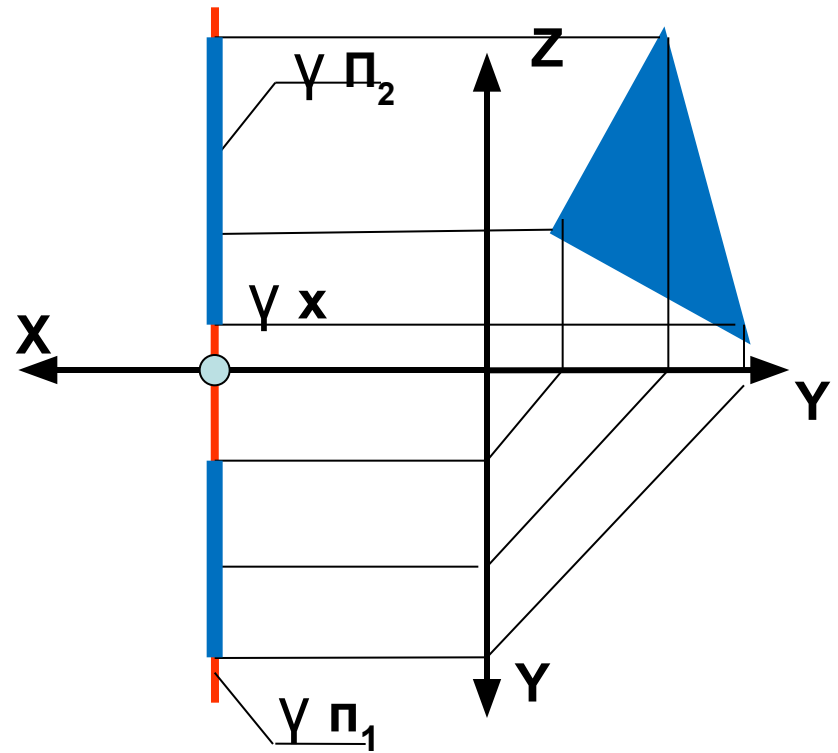
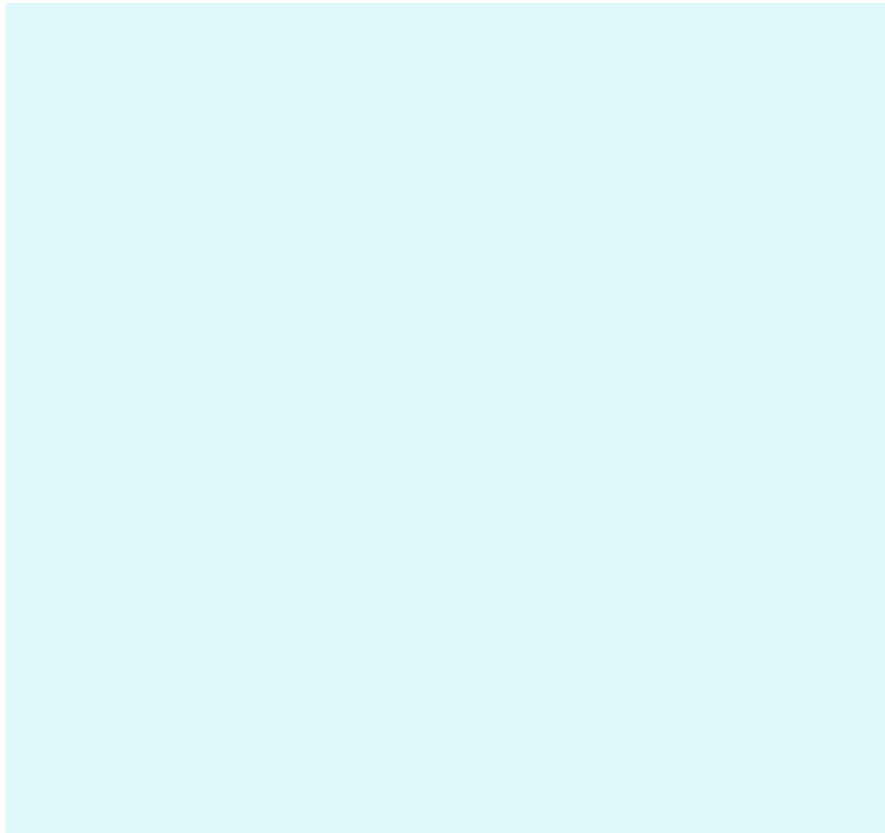
$$\triangle ABC \in \square; |ABC| = |A_1B_1C_1|$$

Фронтальная плоскость уровня $\beta \parallel \Pi_2$



$$\Delta ABC \in \square; \quad |ABC| = |A_2B_2C_2|$$

Профильная плоскость уровня $\square \parallel \Pi_3$



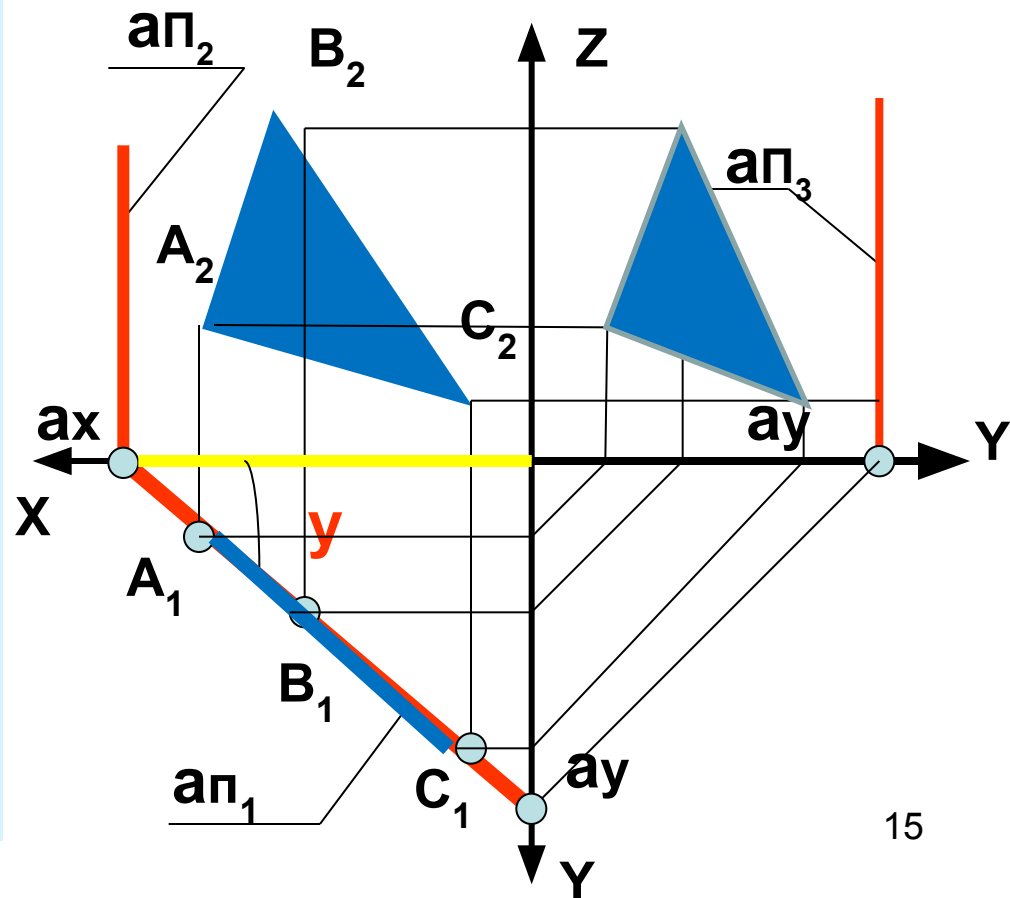
Особенности чертежа плоскостей уровня

- Фигуры, принадлежащие плоскостям уровня, проецируются в натуральную величину на параллельную плоскость проекций
- На другие плоскости проекций фигуры, принадлежащие плоскостям уровня, проецируются в прямую линию

ПРОЕЦИРУЮЩИЕ ПЛОСКОСТИ

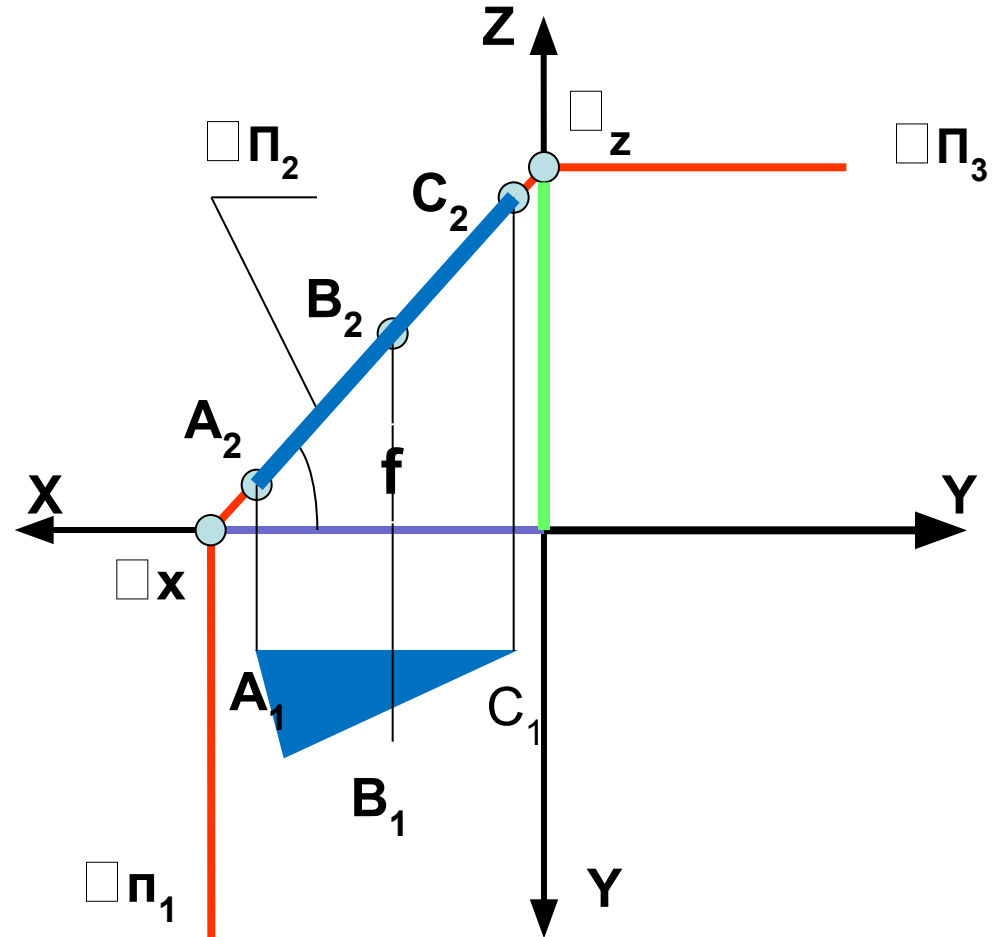
Горизонтально проецирующая плоскость $\square \perp \Pi_1$

$\triangle ABC \in \square$



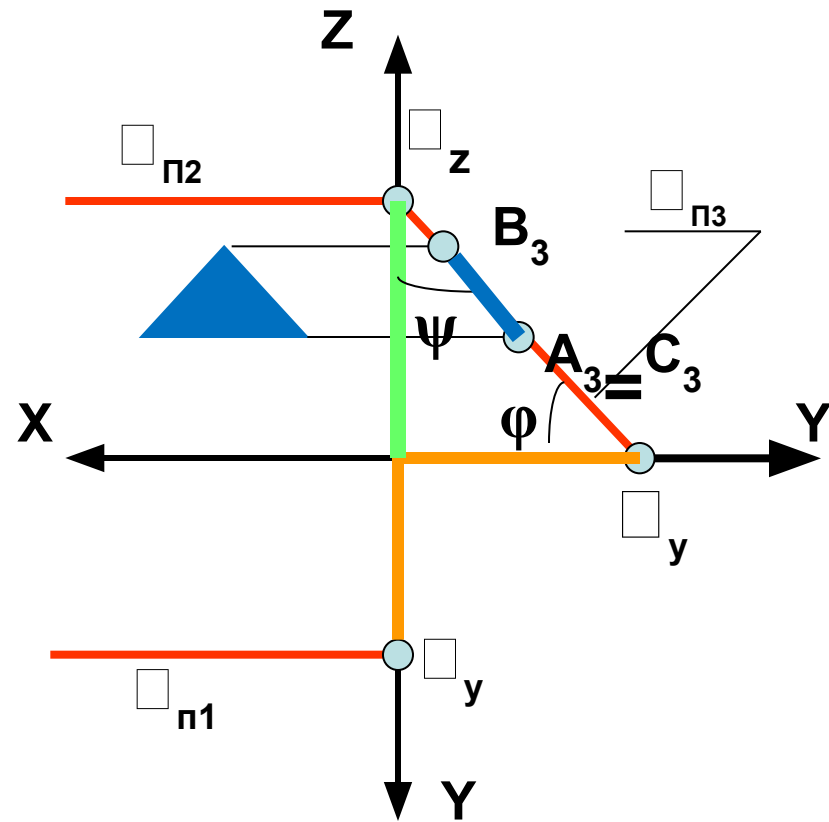
Фронтально проецирующая плоскость $\square \perp \Pi_2$

$\triangle ABC \in \square$



Профильно проецирующая плоскость $\square \perp \Pi_3$

$\triangle ABC \in \square$

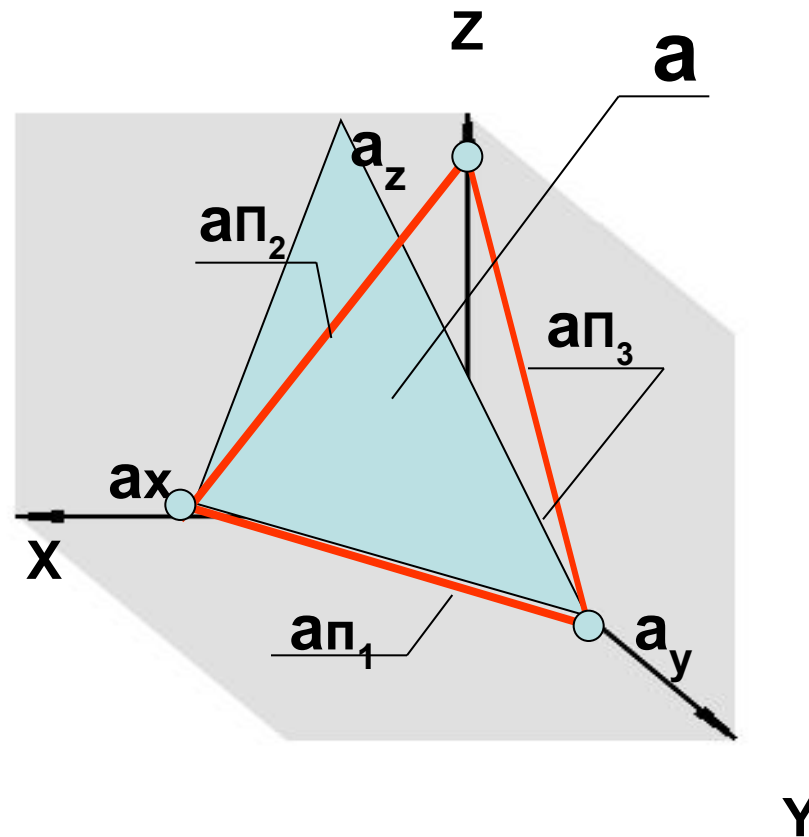


Особенности чертежа проецирующих плоскостей

- Фигуры, принадлежащие проецирующим плоскостям, на перпендикулярную плоскость проекций проецируются в прямую линию (вырожденная проекция)
- Угол наклона между вырожденной проекцией и осями координат равен углу между заданной плоскостью и плоскостью проекций

ПЛОСКОСТЬ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

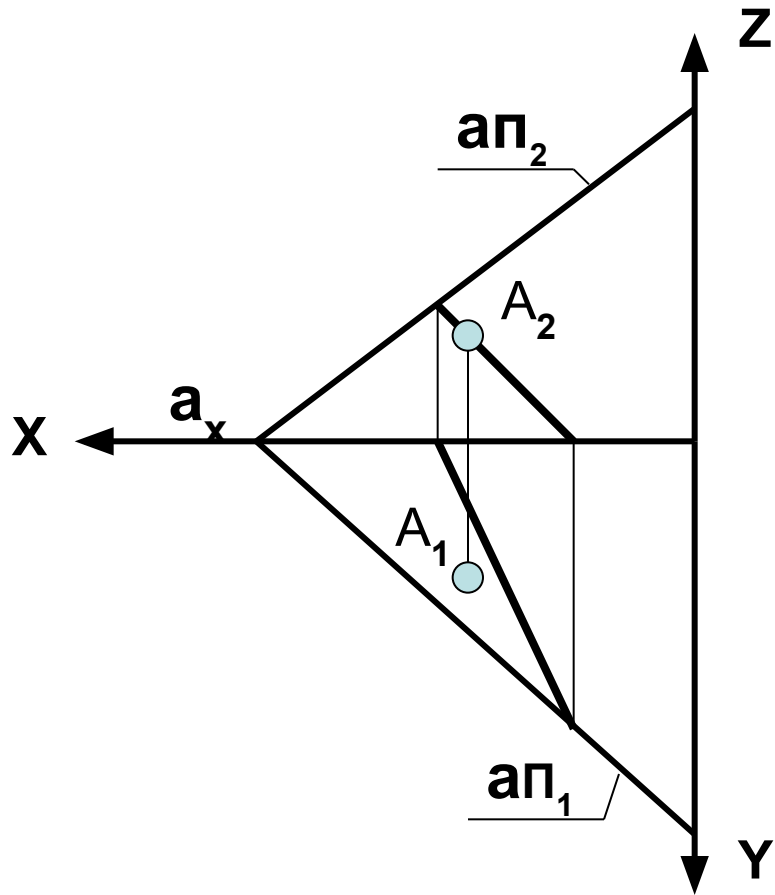
- не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций.



ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ ПЛОСКОСТИ

1. Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой в этой плоскости
2. Прямая принадлежит плоскости, если она имеет с этой плоскостью две общие точки
3. Если прямая принадлежит плоскости, то её следы лежат на одноименных следах плоскости

Принадлежит ли точка A плоскости α ?

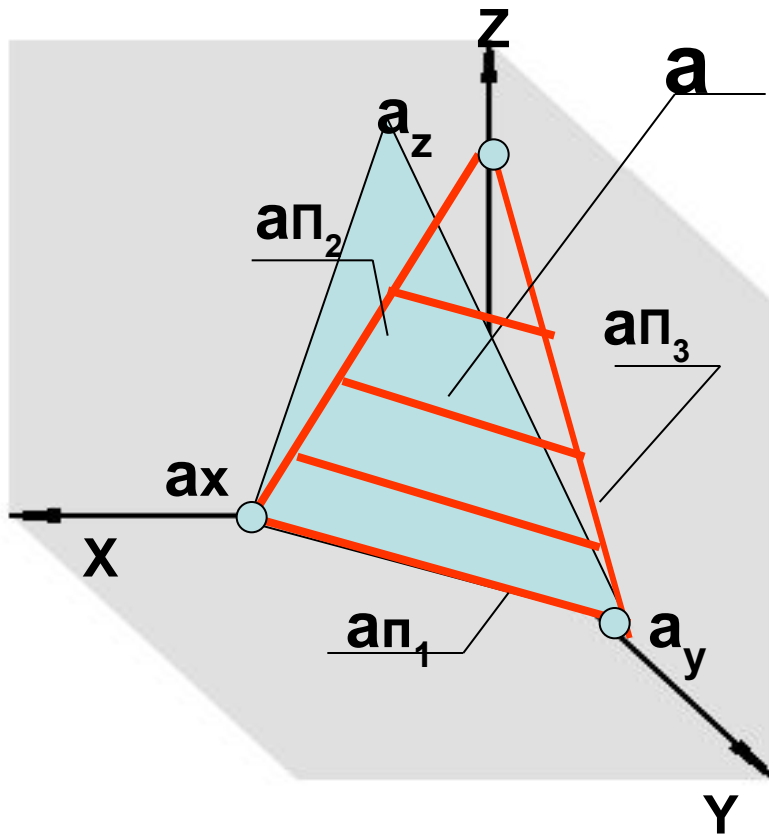


точка A плоскости α
не принадлежит

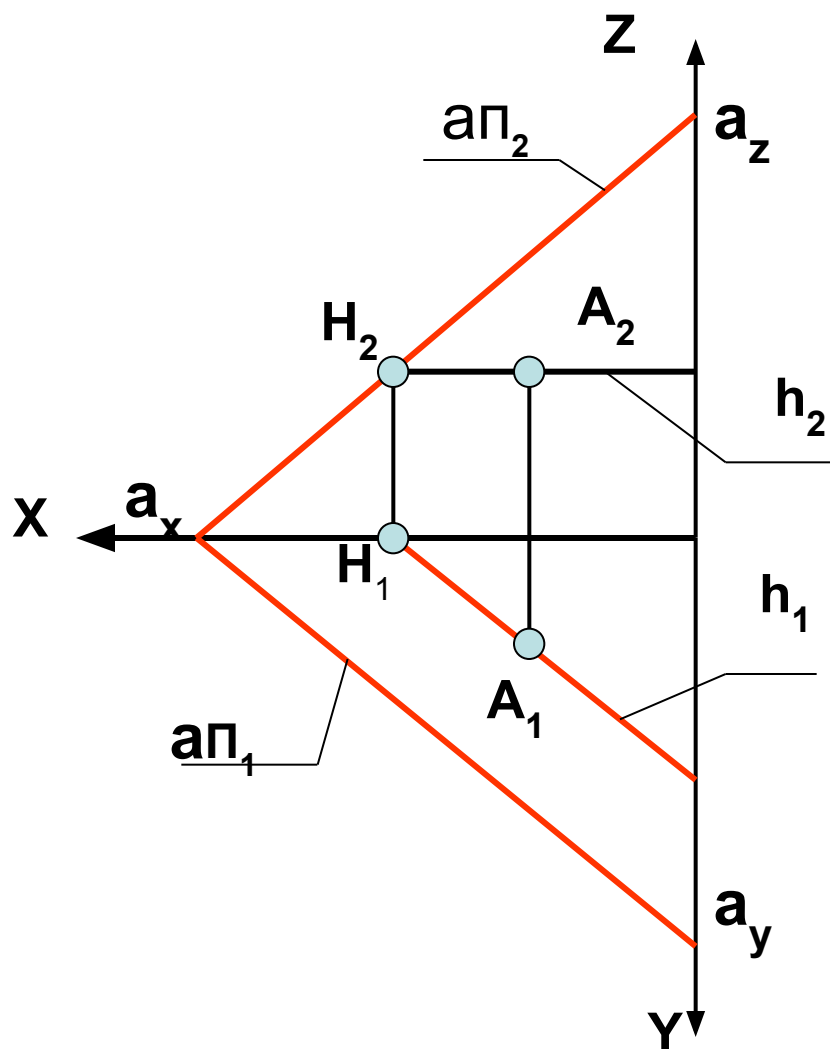
Главные линии плоскости

- Горизонталь плоскости
- Фронталь плоскости
- Линия ската плоскости

Горизонталь плоскости



Горизонталь h параллельна горизонтальной плоскости проекций и принадлежит плоскости α

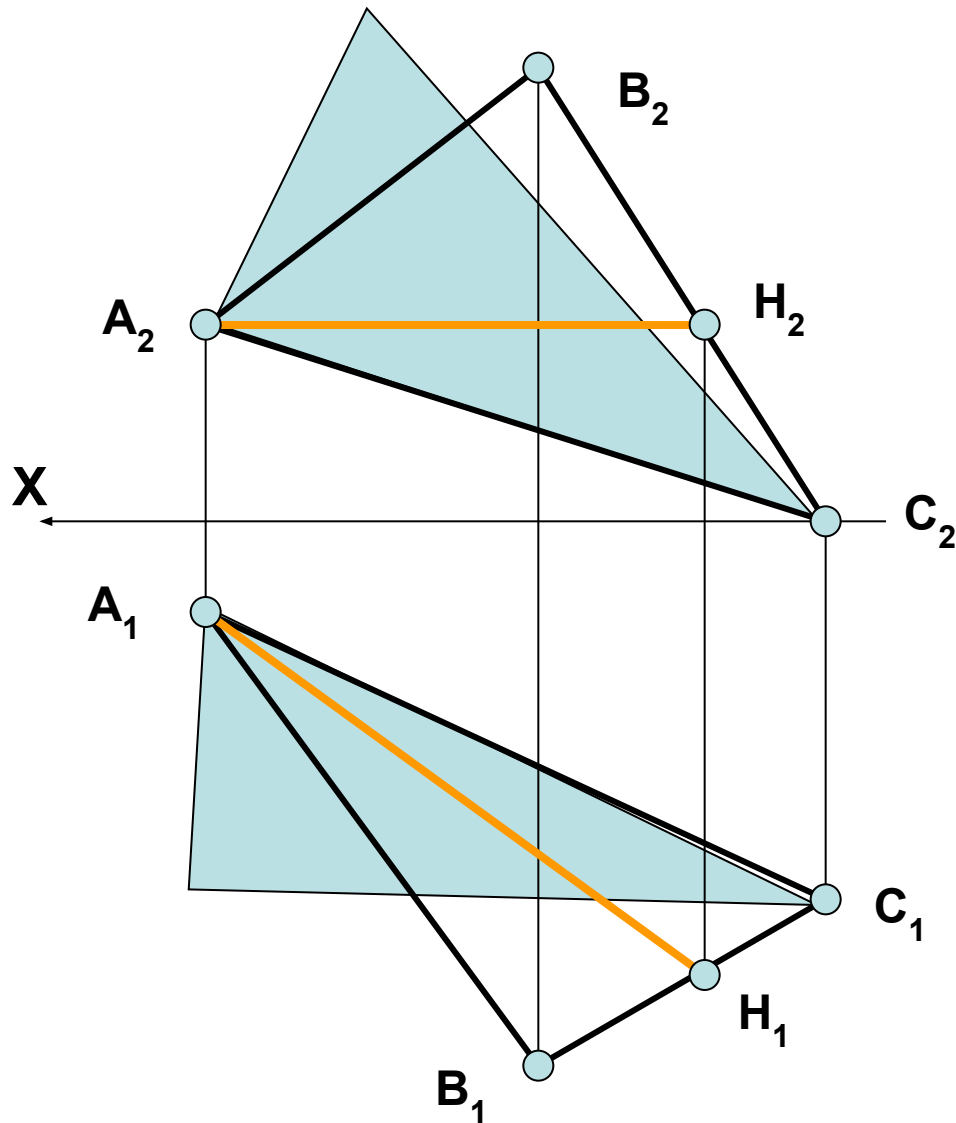


АН(h) горизонталь
плоскости α ;

Следы плоскости –
линии уровня плоскости

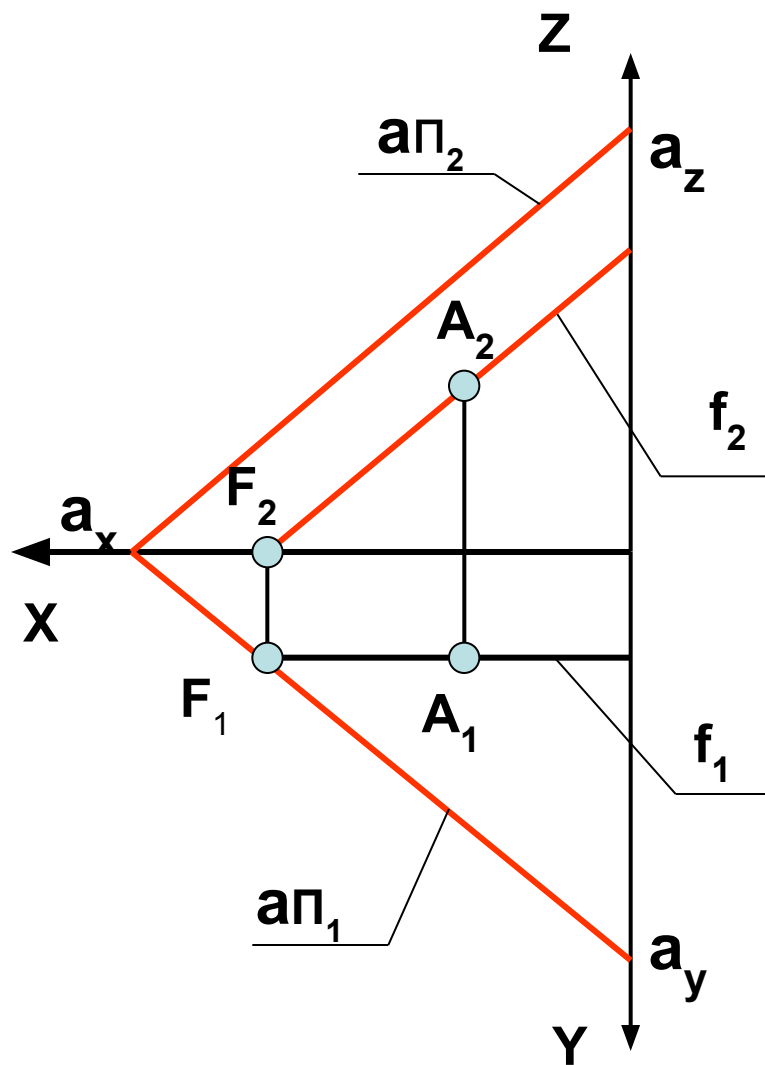
- $п_1$ – горизонталь плоскости
- $п_2$ – фронталь плоскости

Горизонталь плоскости треугольника



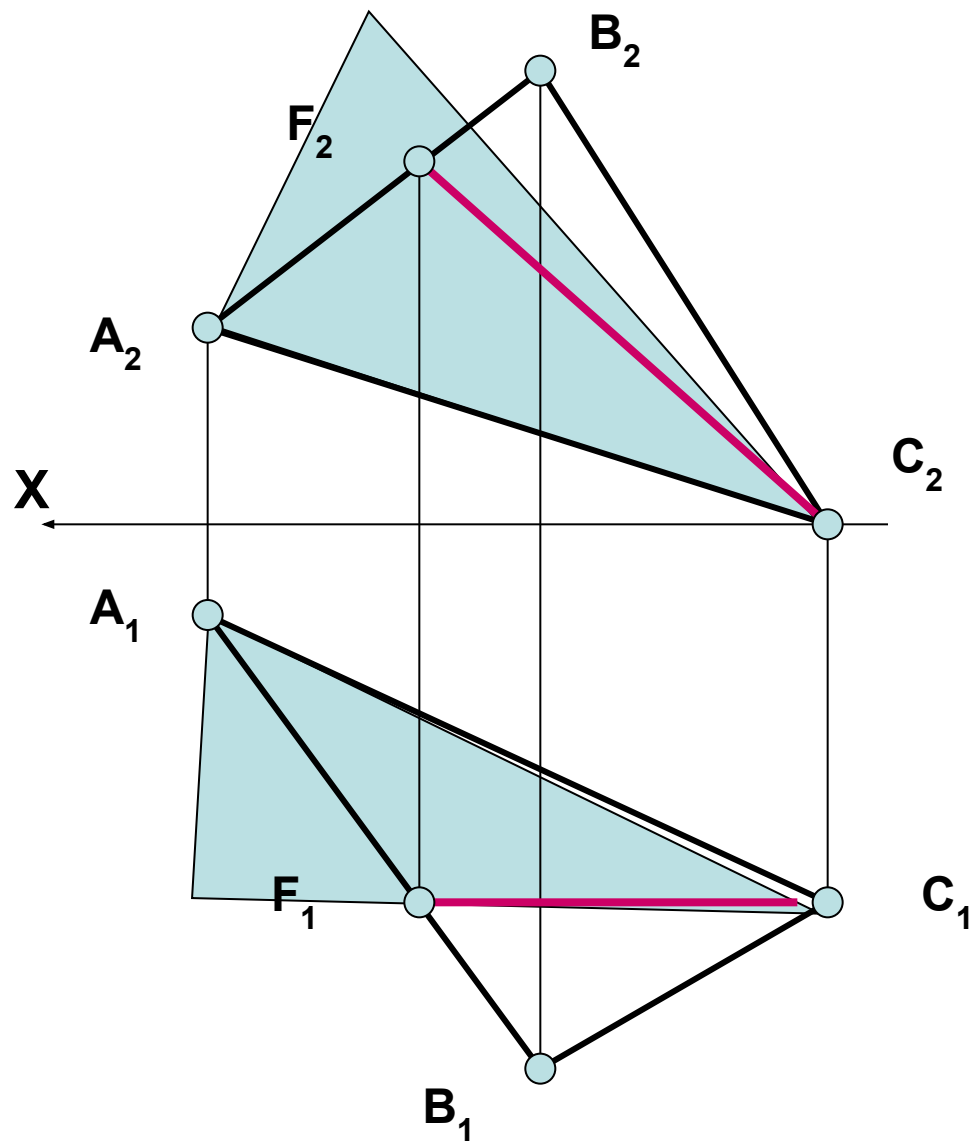
$AH(h)$ —
горизонталь
 $\triangle ABC$

Фронталь плоскости □



AF (f)- фронталь
плоскости α

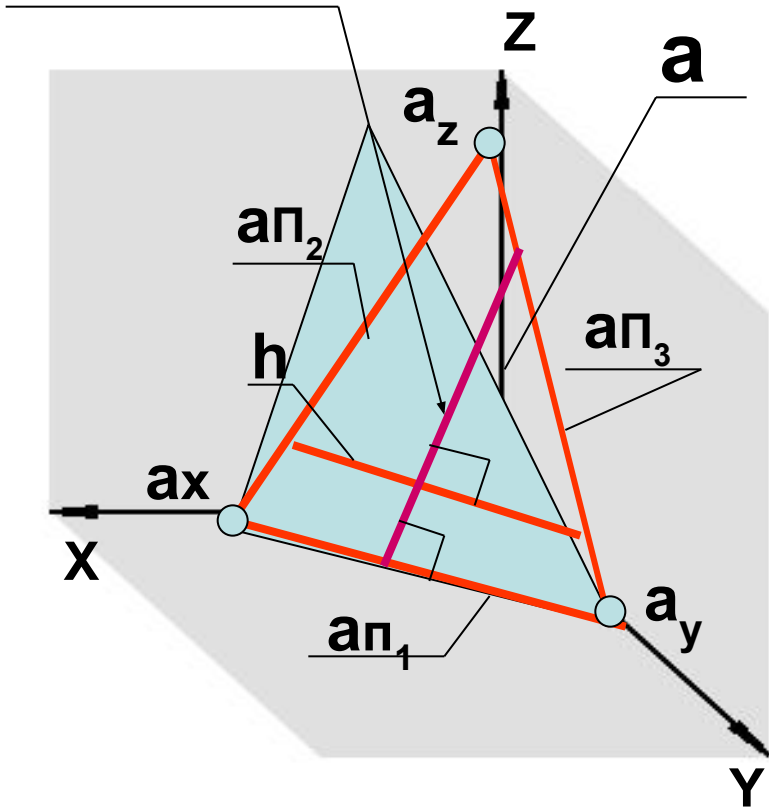
Фронталь плоскости треугольника



CF (f) фронталь
плоскости ΔABC

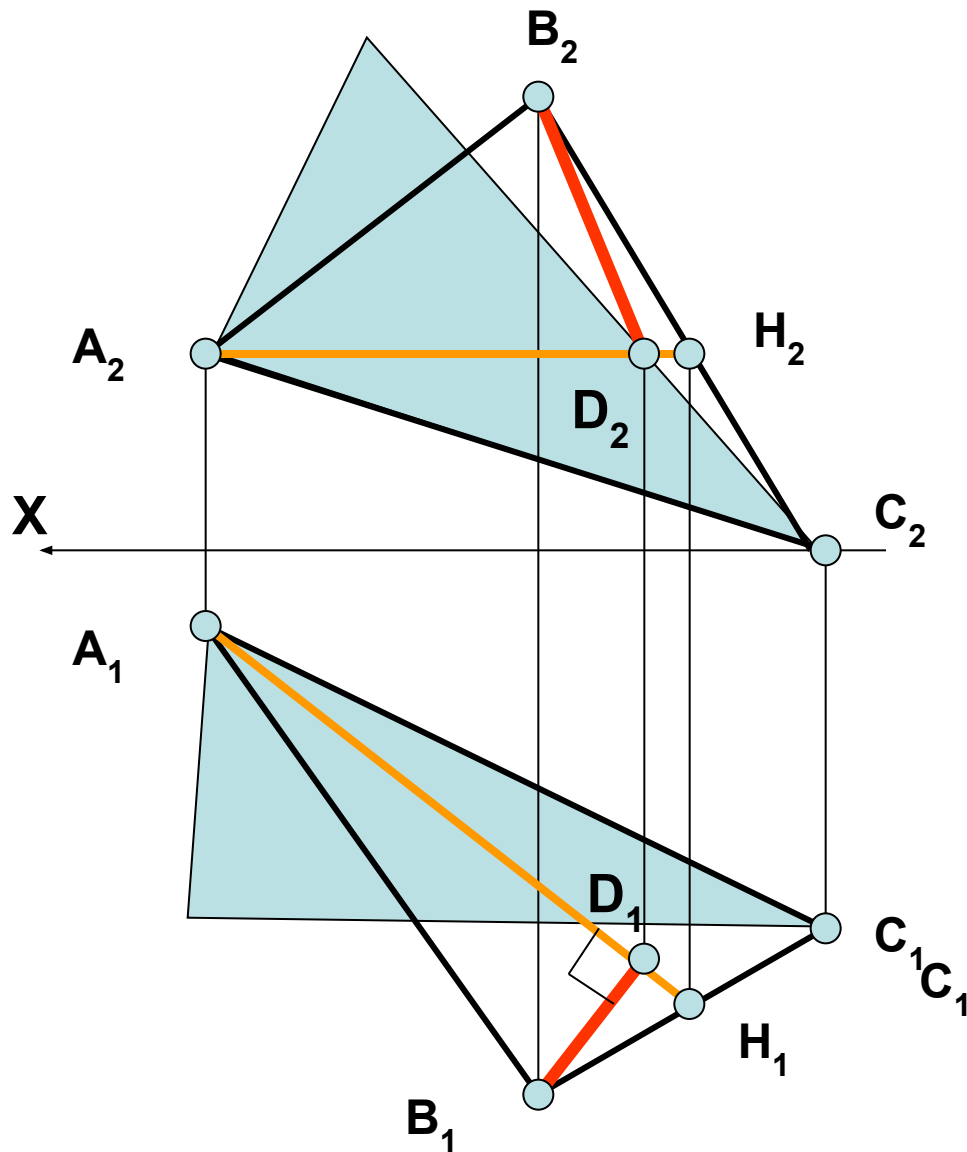
ЛИНИЯ НАИБОЛЬШЕГО СКАТА ПЛОСКОСТИ

Линия ската



1. Линия ската плоскости α - линия наибольшего наклона плоскости α к горизонтальной плоскости проекций
2. Линия ската $\perp \alpha_{п1}$;
3. Линия ската $\perp h_1$.

Линия ската треугольника



1. $B_1D_1 \perp A_1H_1$
2. BD – линия ската треугольника

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ, ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Взаимное положение прямой и плоскости

- Прямая принадлежит плоскости
- Прямая параллельна плоскости
- Прямая пересекает плоскость
- Прямая перпендикулярна плоскости

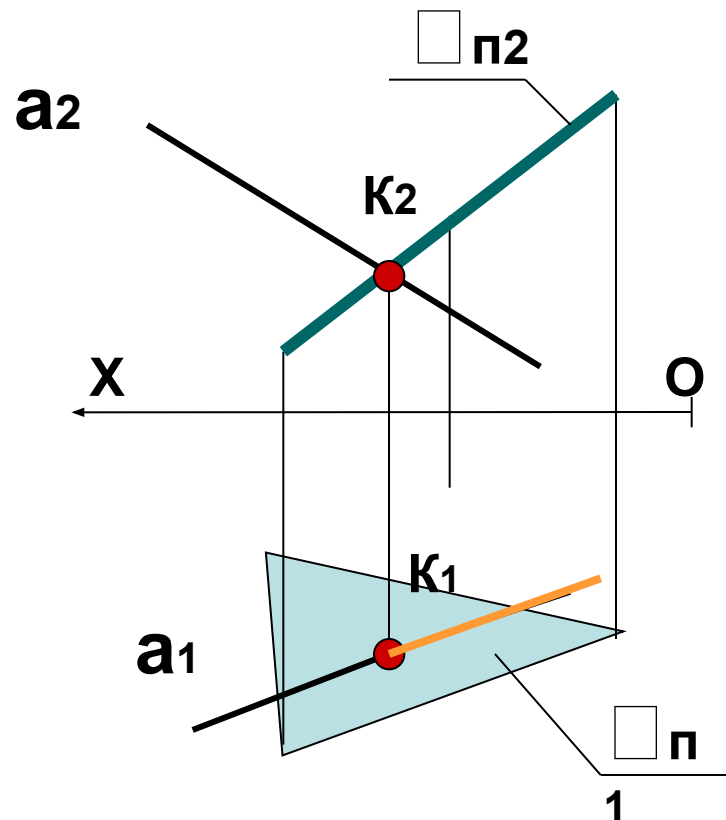
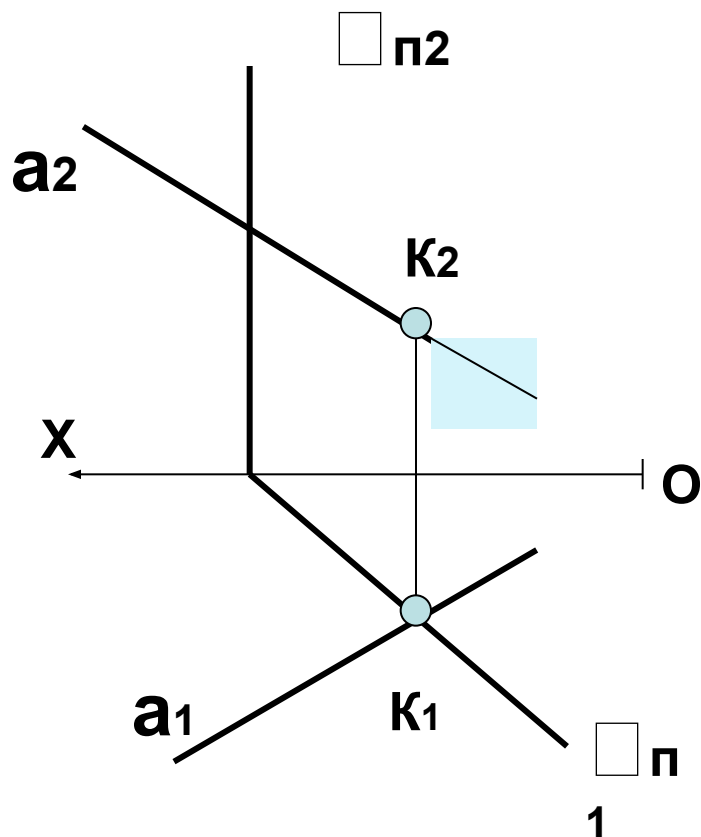
Прямая параллельна плоскости,

если она параллельна хотя бы одной
прямой, лежащей в этой плоскости

Пересечение прямой с плоскостью

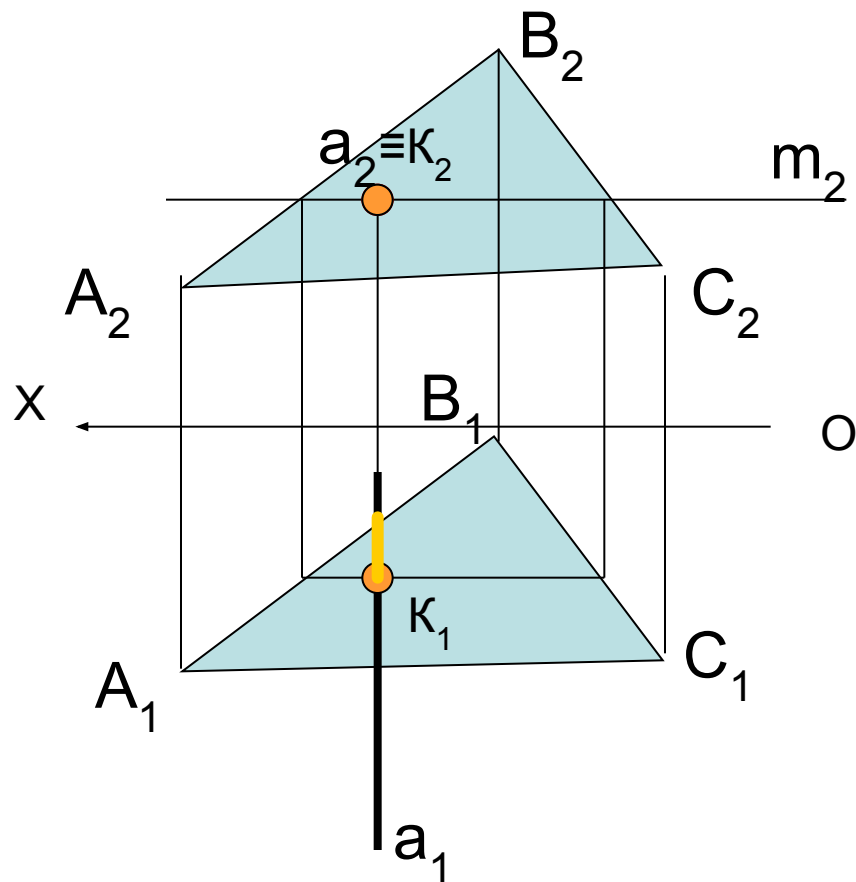
Аксиома:

Если прямая не принадлежит плоскости
и не параллельна ей, то она эту
плоскость пересекает



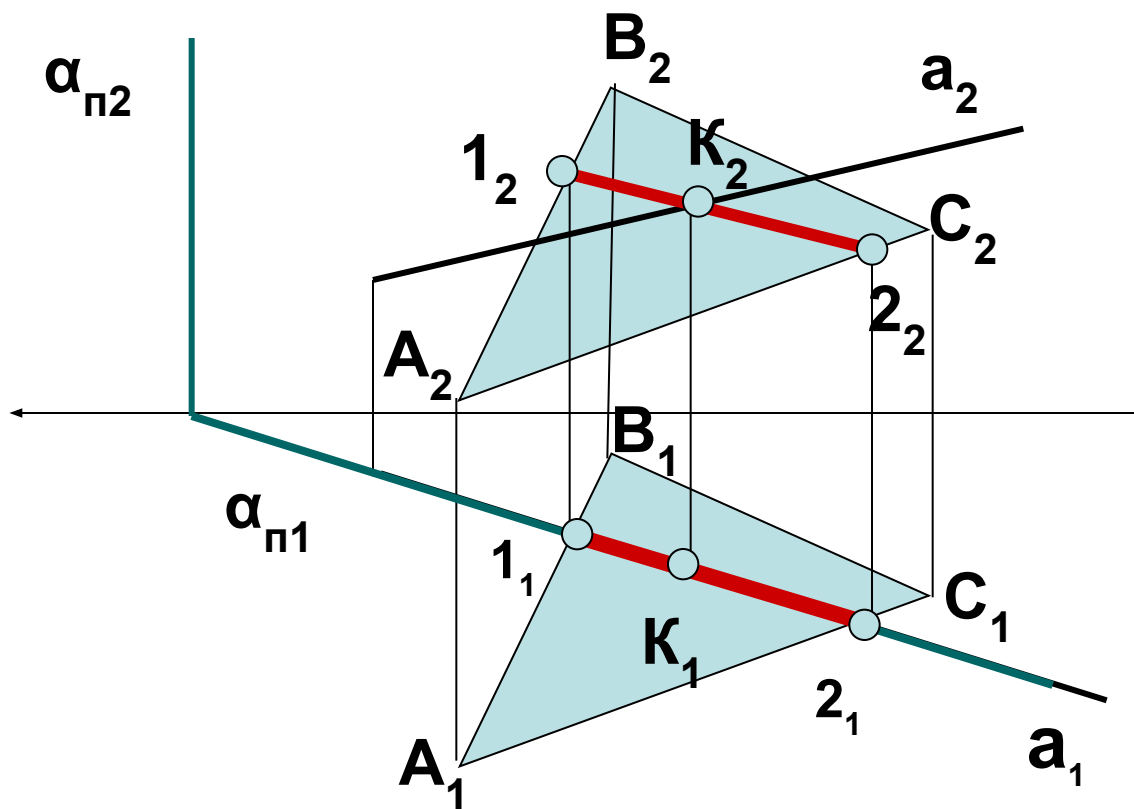
- *Точка пересечения прямой и плоскости частного положения определяется на пересечении следа плоскости и проекции прямой*

Пересечение прямой частного положения и плоскости общего положения



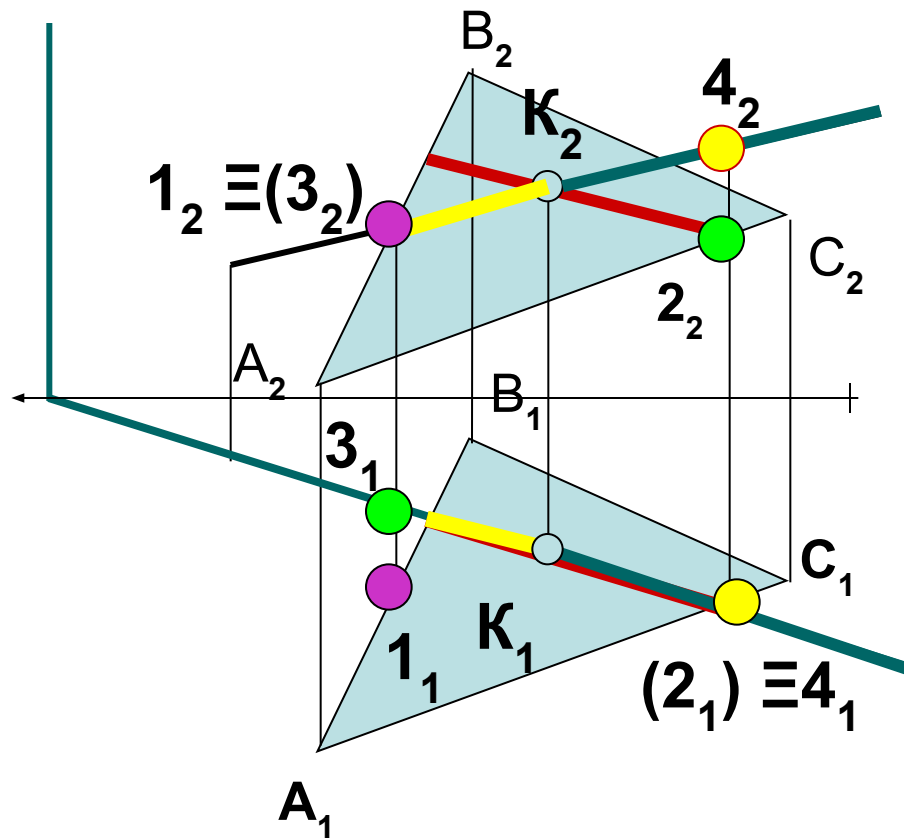
СПОСОБ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ СЕКУЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ

1. Через прямую проводят плоскость частного положения $\alpha \perp P_1$.
2. Определяют линию пересечения заданной плоскости и введенной плоскости α .
3. Определяют точку пересечения заданной прямой и построенной линии пересечения. Это искомая точка пересечения заданной плоскости и прямой a .
4. Определяют видимость заданной прямой.



Видимость прямой определяют по конкурирующим точкам

Определение видимости прямой



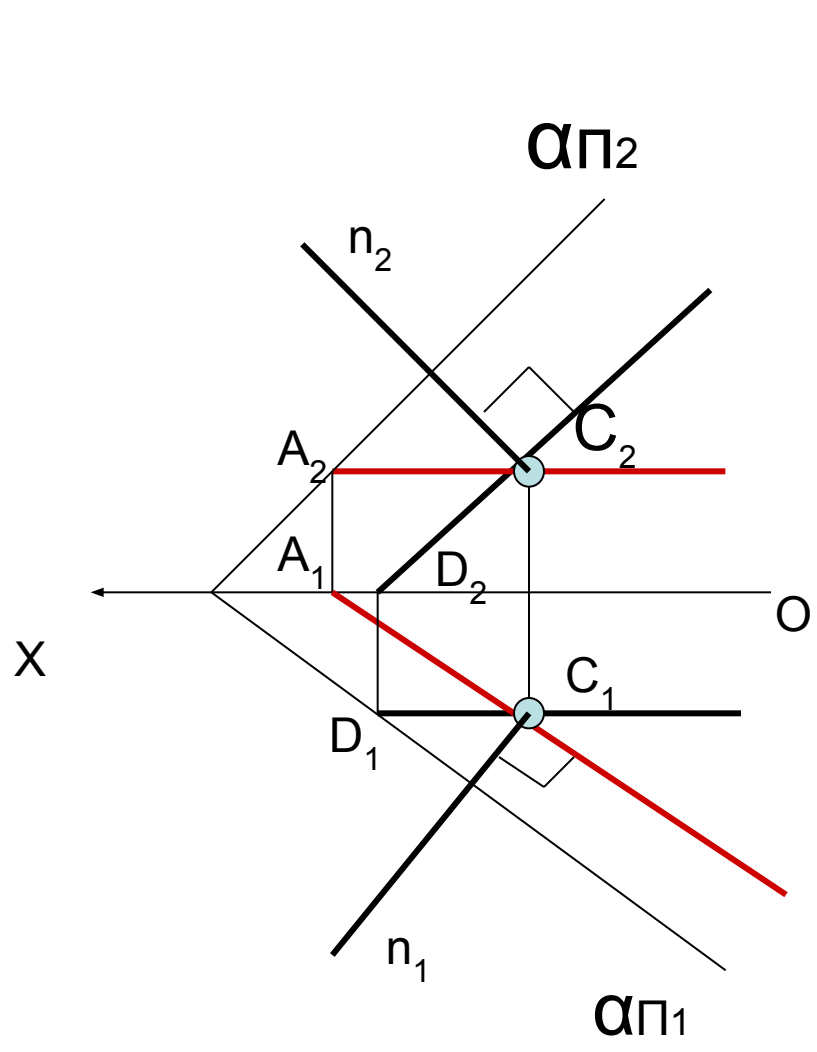
Перпендикулярность прямой и плоскости

Теорема:

Прямая перпендикулярна к плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости

Свойство перпендикуляра к плоскости

Если прямая перпендикулярна плоскости, то ее горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали плоскости (Г.П.Г.) или ее горизонтальному следу, а ее фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали плоскости (Ф.П.Ф.) или ее фронтальному следу



$C \in$
 α

Взаимное положение двух плоскостей

Две плоскости могут быть:

- Параллельны друг другу;
- Пересекаться друг с другом;
- Перпендикулярны друг другу

Условие параллельности двух плоскостей

Теорема:

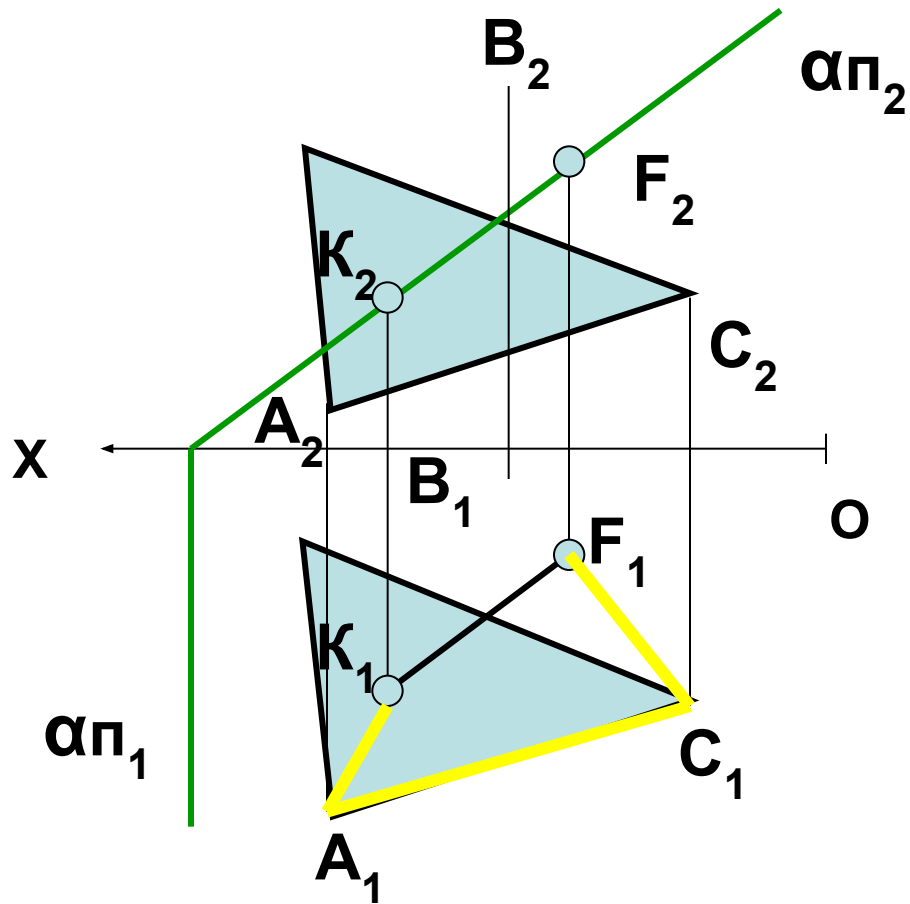
Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то такие плоскости параллельны друг другу.

Следствие:

Если плоскости параллельны, то их одноименные следы также параллельны

Пересечение двух плоскостей

- Для построения линии пересечения двух плоскостей достаточно иметь две точки, общие к обеим плоскостям или одну общую точку и направление линии пересечения
- Если плоскости заданы следами, то общие точки находятся в пересечении одноименных следов



- Линия пересечения фронтально-проецирующей плоскости и плоскости общего положения определяется по точкам пересечения сторон треугольника ΔABC и фронтального следа плоскости α

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

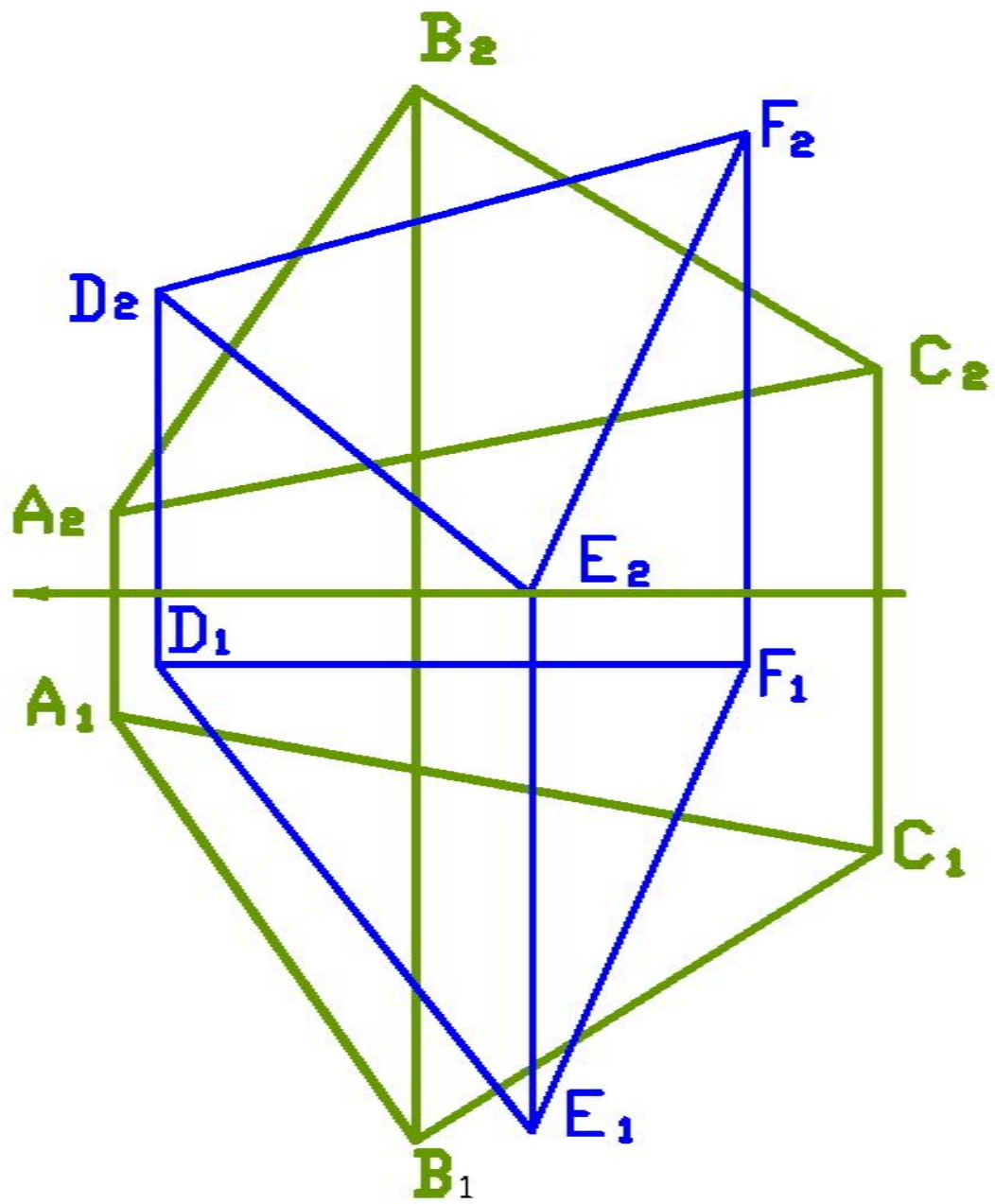
Для построения линии пересечения плоскостей достаточно поочередно найти две точки пересечения двух ребер одной фигуры с другой фигурой.

Соединив эти точки, мы получим линию пересечения двух плоскостей.

Задача

**Построить линию пересечения
треугольников $\triangle ABC$ и $\triangle DEF$.**

**$A(100, 20, 20)$, $B(65, 70, 70)$, $C(10, 30, 25)$,
 $D(90, 10, 55)$, $E(45, 70, 0)$, $F(20, 10, 65)$**



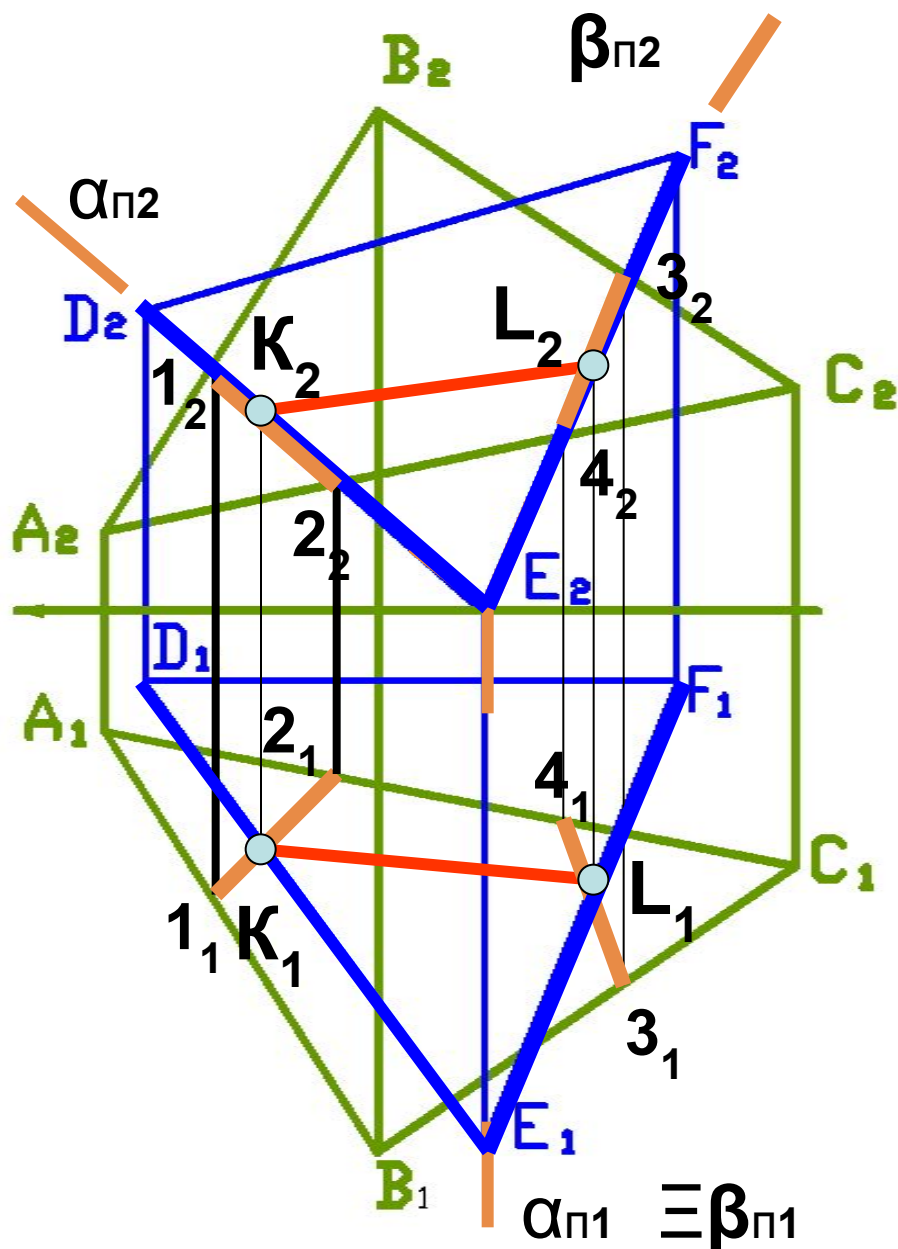
$$1. \quad \square ABC \cap DE = K$$

$$DE \in \square \perp \Pi_2$$

$$2. \quad \square ABC \cap EF = L$$

$$EF \in \square \perp \Pi_2$$

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

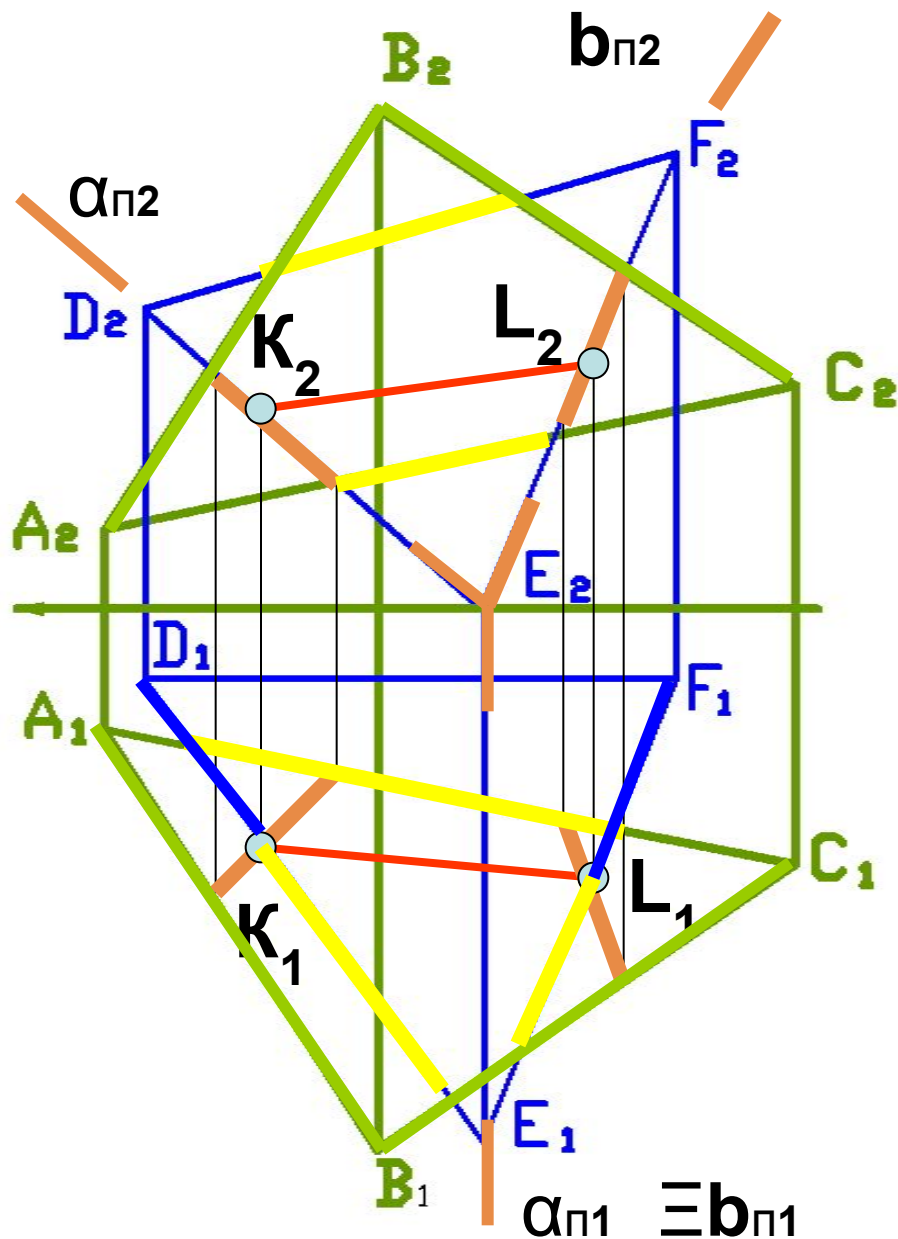


1. $\square ABC \cap \alpha = 1-2$
 $1-2 \cap DE = K$

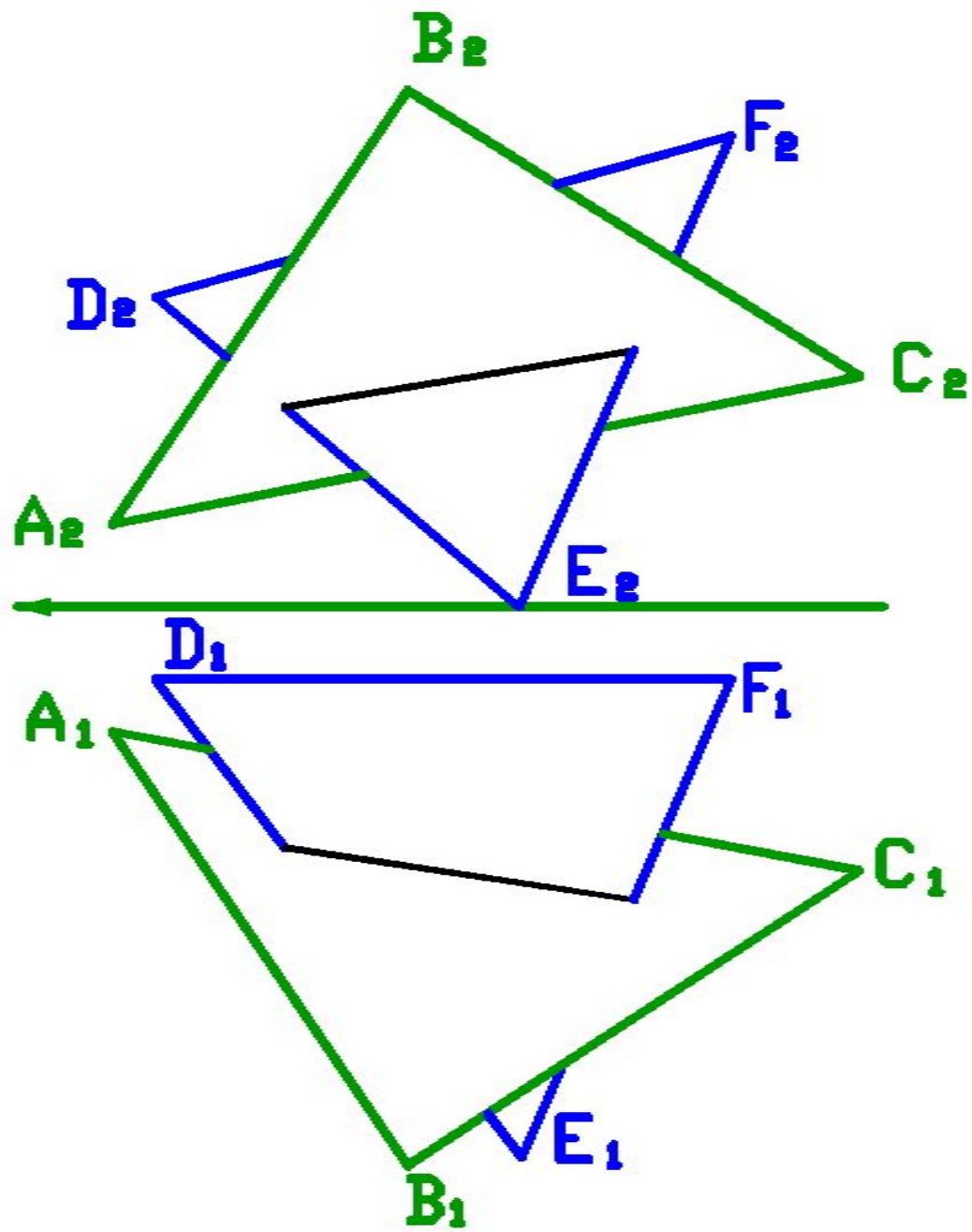
2. $\square ABC \cap \beta =$
 $3-4 \cap EF = L$

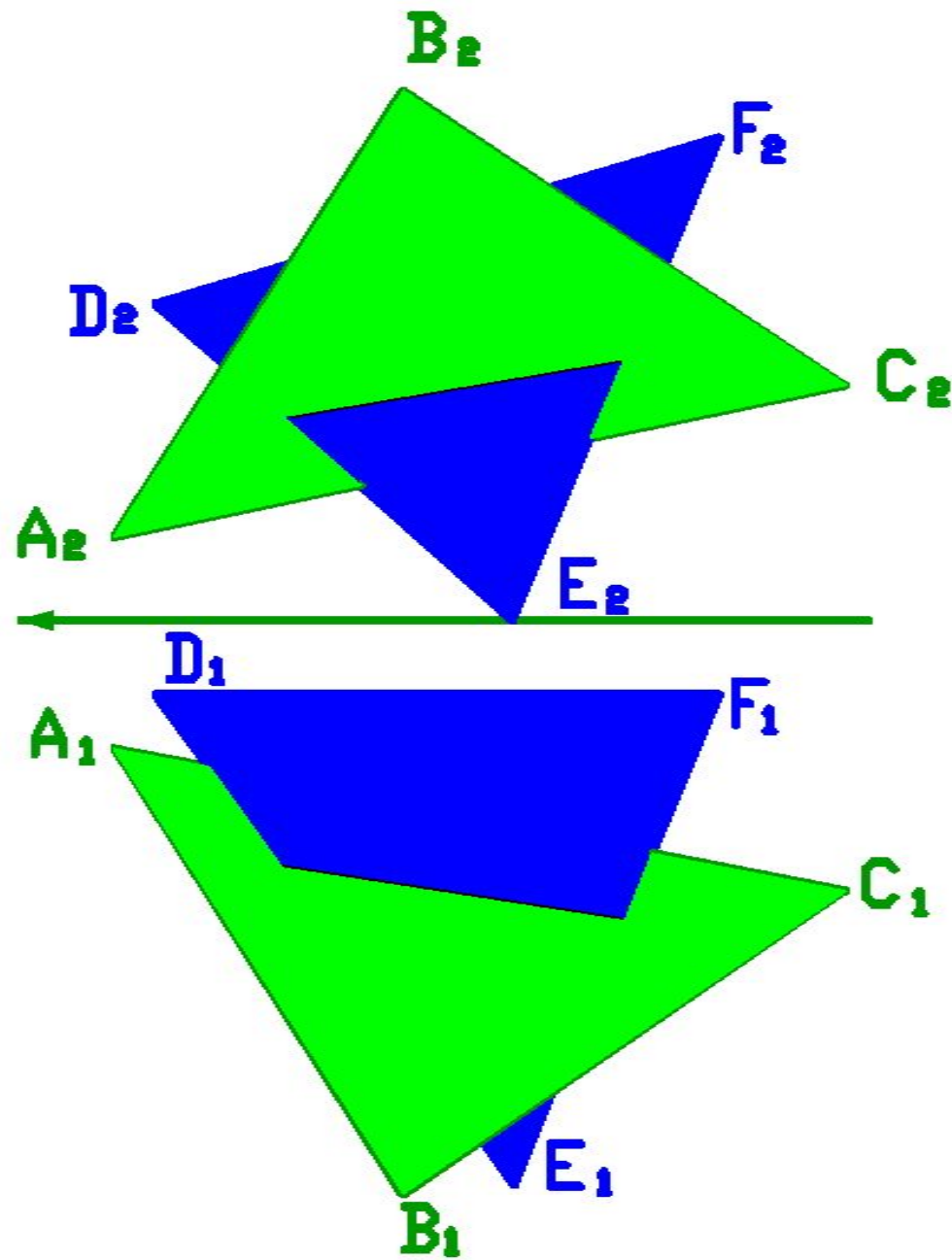
3. Определим видимость
 треугольников.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДИМОСТИ СТОРОН ТРЕУГОЛЬНИКА



- Видимость определяем по конкурирующим точкам или визуально.
- Вершины треугольников B и F имеют большую координату Z (относит. других вершин).
- B и F видимы на Π_1 .
- Вершины B и E имеют большую координату Y (относит. других вершин).
- B и E видимы на Π_2 .



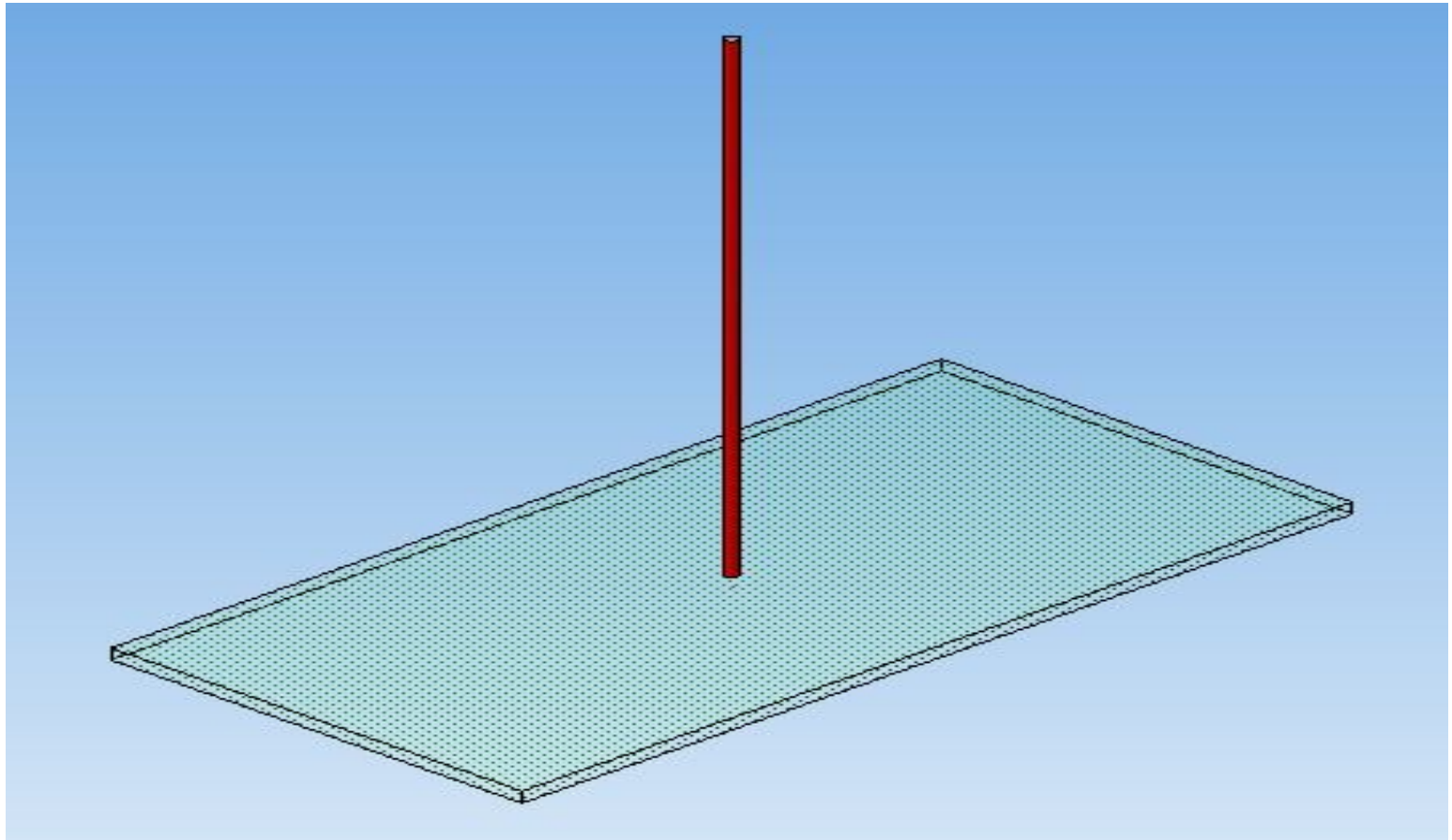


Взаимная перпендикулярность двух плоскостей

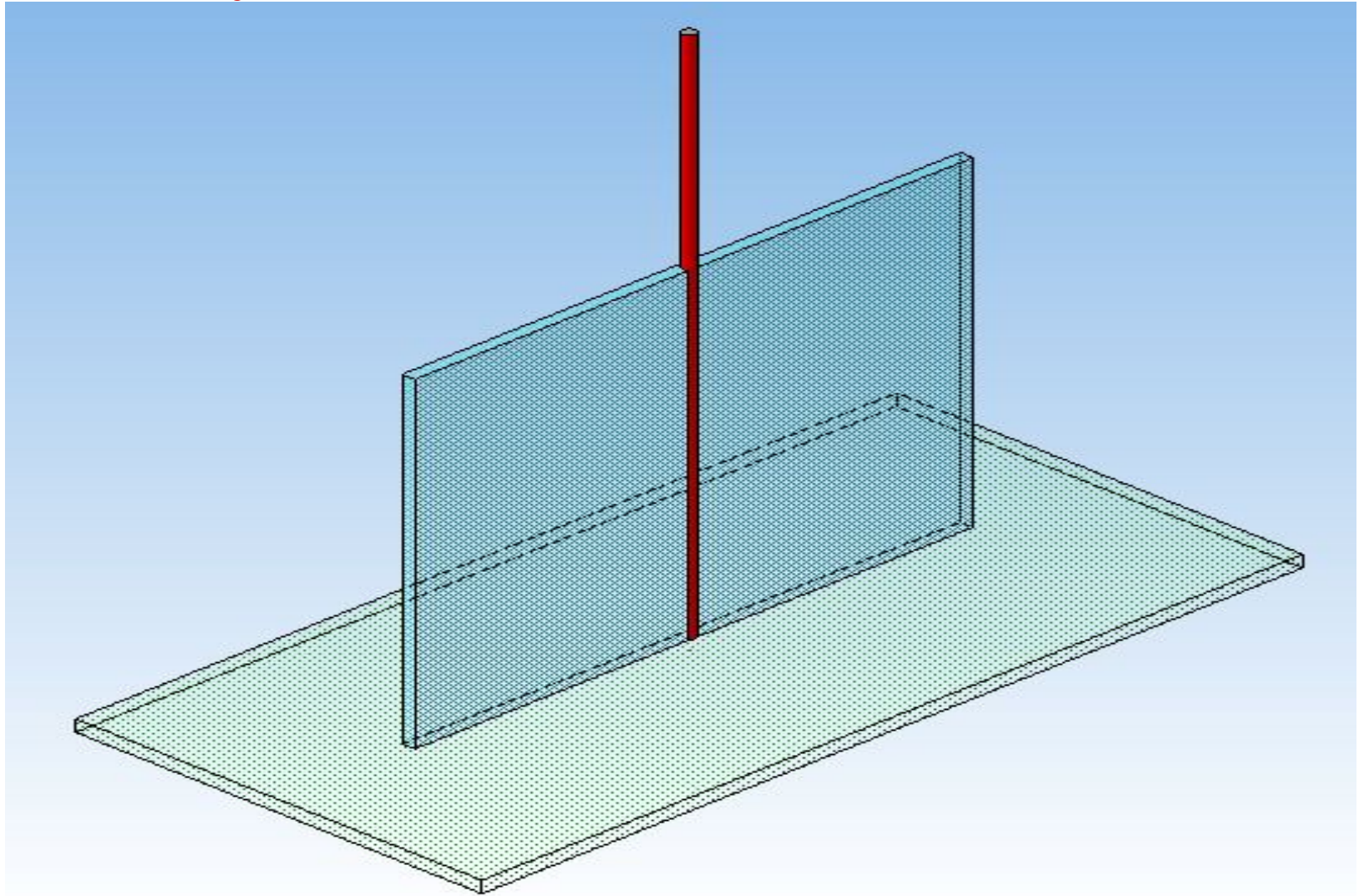
Аксиома:

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой плоскости

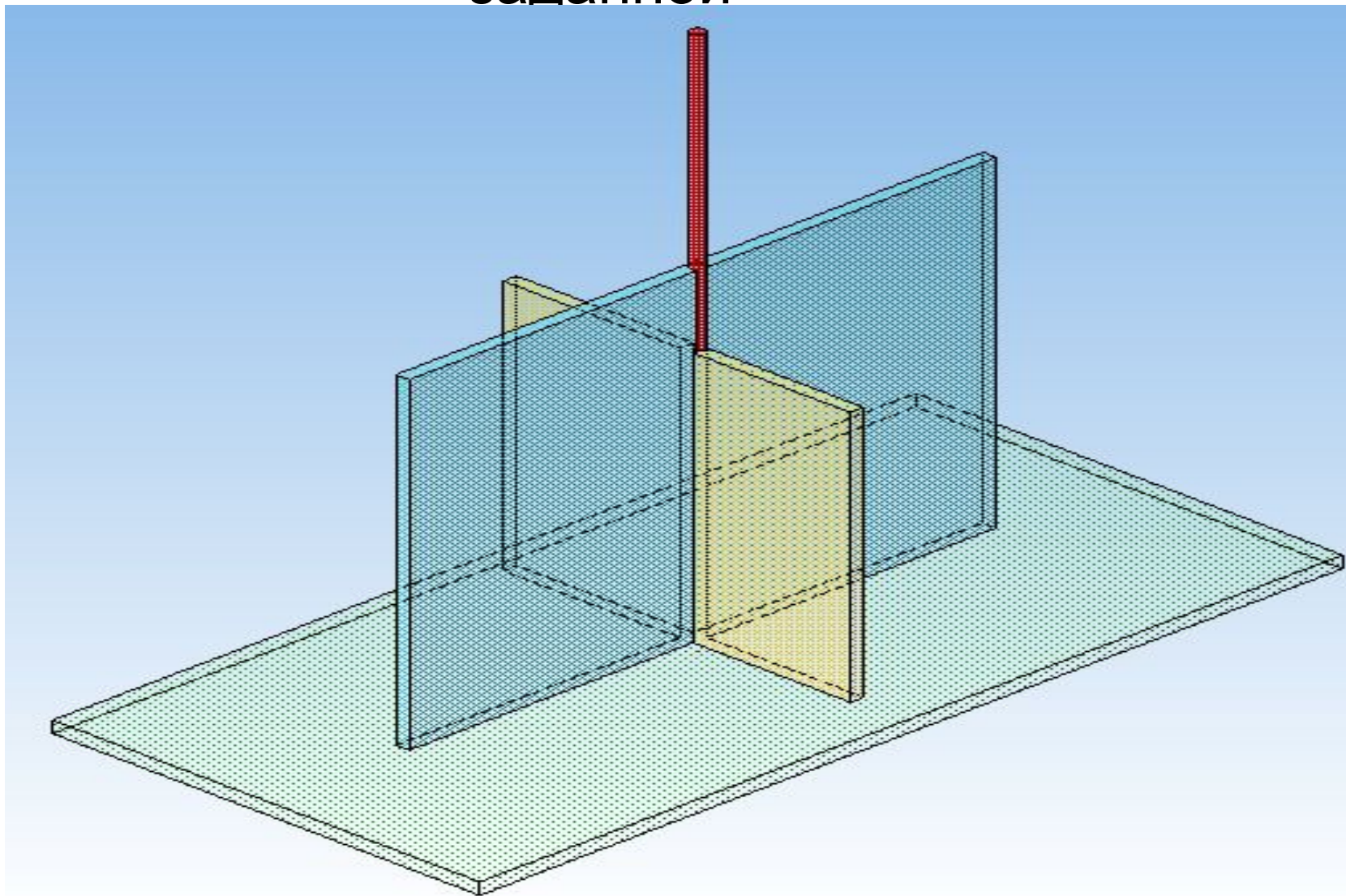
Возьмем плоскость и построим
прямую перпендикулярную к ней



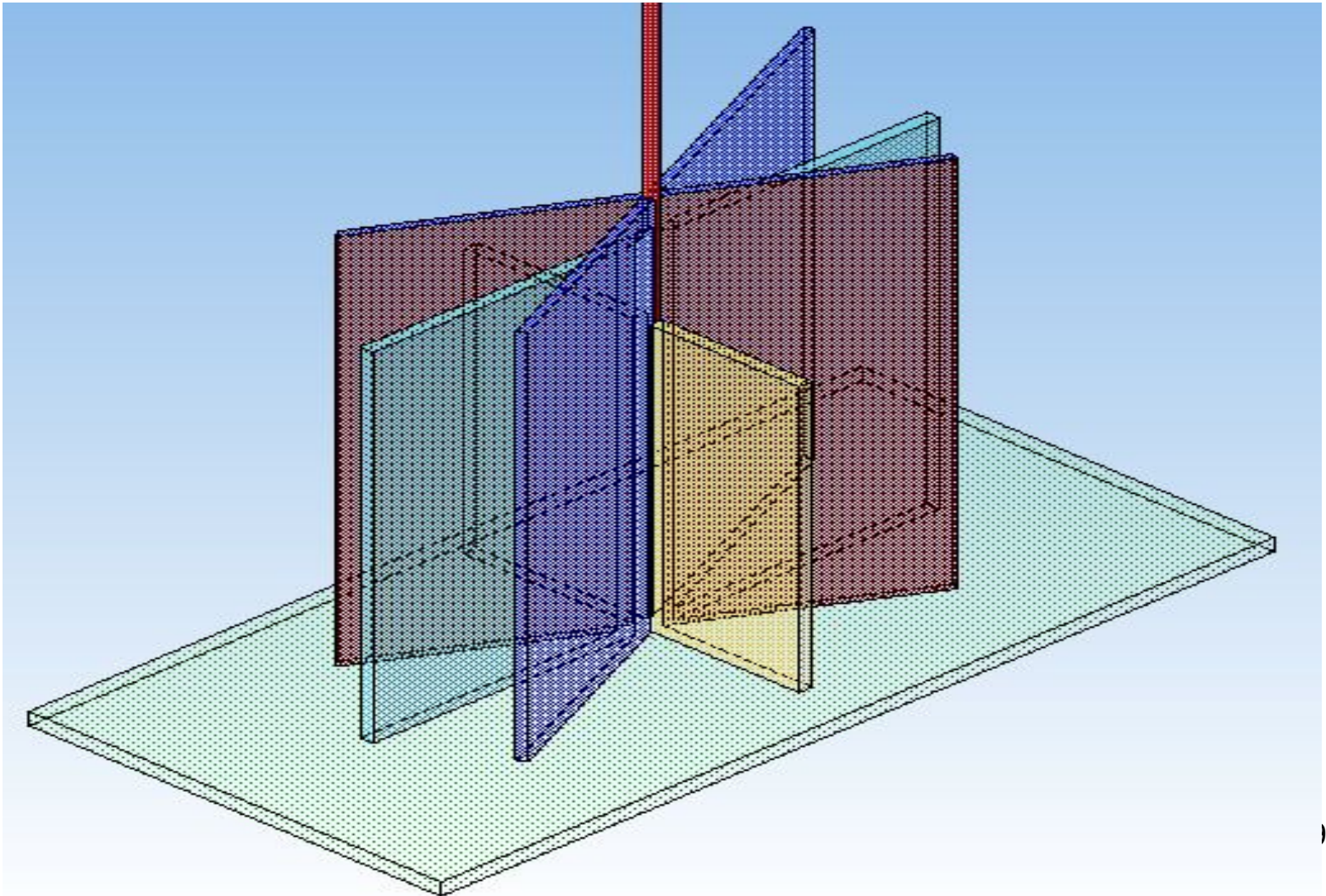
Через прямую проведем произвольную плоскость, и эта плоскость также будет перпендикулярна к заданной плоскости



Еще одна плоскость, проходящая через перпендикуляр, также перпендикулярна заданной



Любая плоскость, **проходящая через перпендикуляр** к другой плоскости, будет **перпендикулярна** к заданной плоскости



Спасибо за внимание!