ЧИСЛОВАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Пусть дана функциональная зависимость вида

$x_n = f(n)$,

где n- натуральное число. Бесконечная система чисел

$x_n = \{ x_1, x_2, \ldots \}$

называется числовой последовательностью. Числа $x_1, x_2, \ldots$ – члены этой числовой последовательности, или ее элементы.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Числовая последовательность называется ограниченной сверху (соответственно снизу), если существует такое число M (соответственно m), что все члены ч.п. не больше (не меньше) этого числа.

Пусть в числовой последовательности, хотя бы начиная с некоторого номера n_0 , выполняется неравенство $x_{n+1} > x_n$ то называется строго монотонно возрастающей.

Аналогично определяются монотонно убывающая ($x_{n+1} < x_n$), монотонно невозрастающая ($x_{n+1} \leq x_n$), и монотонно неубывающая ($x_{n+1} \geq x_n$)). Все такие числовые последовательности называют монотонными, а остальные – немонотонными.

ПРИМЕРЫ БЕСКОНЕЧНЫХ ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

1, 2, 3, 4, 5, … - последовательность натуральных чисел.

2, 4, 6, 8, 10,… - последовательность чётных чисел.

1, 3, 5, 7, 9,… - последовательность нечётных чисел.

1, 4, 9, 16, 25,… - последовательность квадратов натуральных чисел.

2, 3, 5, 7, 11… - последовательность простых чисел.

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Аналитический. С помощью формулы n-ого члена – позволяет вычислить член последовательности с любым заданным номером

$x_n=3.n+2$

$x_5=3.5+2=17$;

$X_{45}=3.45+2=137$

Рекуррентный (от слова recursio - возвращаться)

$x_1=1$;

$x_{n+1}=(n+1)x_n$, $n=1; 2; 3; \ldots$

можно записать с многоточием 1; 2; 6; 24; 120; 720; …

Словесный способ.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ЧИСЕЛ ФИБОНАЧЧИ

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, …

каждое последующее число, начиная с третьего, является суммой двух предыдущих:

2 = 1 + 1;

3 = 2 + 1;…

Последовательность чисел Фибоначчи Филлотаксис (листорасположение) — правило, по которому располагаются, например, семечки в соцветии подсолнуха. Семечки упорядочены в два ряда спиралей, один из которых идет по часовой стрелке, другой против неё.

ПРОВЕРЬ СЕБЯ

1. 1; 4; 7; 10; 13;…
2. 10; 19; 37; 73; 145; …
3. 6; 8; 16; 18; 36; …
4. ½; 1/3; ¼; 1/5; 1/6;
5. 1; 3; 5; 7; 9; …
6. 5; 10; 15; 20; 25; …

Найдите закономерности

1	2	3	4	5	6

А) В порядке возрастания положительные нечетные числа

Б) В порядке убывания правильные дроби с числителем, равным 1

В) В порядке возрастания положительные числа, кратные 5

Г) Увеличение на 3

Д) Чередовать увеличение на 2 и увеличение в 2 раза

Е) Увеличение в 2 раза и уменьшение на 1

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Числовую последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и одного и того же числа d, называют арифметической прогрессией, а число d – разностью арифметической прогрессии.

Числовую последовательность, все члены которой отличны от нуля и каждый член которой, начиная со второго, получается из предыдущего члена умножением на одно и то же число q, называют геометрической прогрессией, а число q – знаменателем геометрической прогрессии.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Действительное число а есть предел числовой последовательности

{ x n } , если какова бы ни была окрестность этого числа, все члены данной числовой последовательности, начиная с некоторого, попадают в эту окрестность.

Пишут:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a$$

ОКРЕСТНОСТЬ ТОЧКИ, РАДИУС ОКРЕСТНОСТИ

Укажите окрестность точки а радиуса r в виде интервала, если:

а) а = 0 r = 0,1

b) a = -3 r = 0,5

в) а = 2 r = 1

г) а = 0,2 r = 0,3

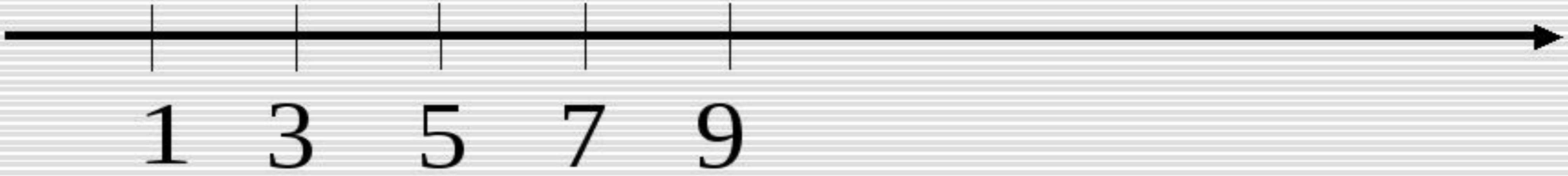
1. (-0,1, 0,1)
2. (-3,5, -2,5)
3. (1, 3)
4. (-0,1, 0,5)

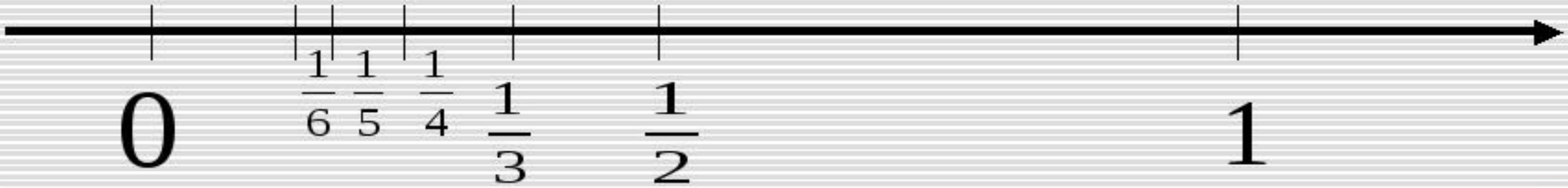
1	2	3	4

Рассмотрим две последовательности:

$$(y_n): 1, 3, 5, 7, 9, \ldots, 2n-1, \ldots;$$

$$(x_n): 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots$$





Свойства

1) Предел суммы равен сумме пределов

$$\lim_{n\to\infty}(x_n + y_n) = \lim_{n\to\infty} x_n + \lim_{n\to\infty} y_n$$

2) Предел произведения равен произведению пределов

$$\lim_{n\to\infty}(x_n y_n) = \lim_{n\to\infty} x_n \bullet \lim_{n\to\infty} y_n$$

3) Предел частного равен частному от пределов

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x_n}{y_n}\right) = \frac{\lim\limits_{n\to\infty} x_n}{\lim\limits_{n\to\infty} y_n}$$

4) Постоянный множитель можно вынести за знак предела

$$\lim_{n\to\infty}(kx_n) = k\lim_{n\to\infty} x_n$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Решить №6,10 стр 73 из учебника Богомолова Н. В. «Практические занятия по математике.