



ЧИСЛОВАЯ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Пусть дана функциональная зависимость вида

$$x_n = f(n),$$

где n - натуральное число. Бесконечная система чисел

$$x_n = \{ x_1, x_2, \dots \}$$

называется **числовой последовательностью**.

Числа x_1, x_2, \dots – члены этой **числовой последовательности**, или ее **элементы**.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Числовая последовательность называется **ограниченной сверху (соответственно снизу)**, если существует такое число M (соответственно m), что все члены ч.п. не больше (не меньше) этого числа.

Пусть в числовой последовательности, хотя бы начиная с некоторого номера n_0 , выполняется неравенство $x_{n+1} > x_n$ то называется строго **монотонно возрастающей**.

Аналогично определяются **монотонно убывающая** ($x_{n+1} < x_n$), **монотонно невозрастающая** ($x_{n+1} \leq x_n$), и **монотонно неубывающая** ($x_{n+1} \geq x_n$). Все такие числовые последовательности называют **монотонными**, а остальные – **немонотонными**.

ПРИМЕРЫ БЕСКОНЕЧНЫХ ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

1, 2, 3, 4, 5, ... - последовательность натуральных чисел.

2, 4, 6, 8, 10, ... - последовательность чётных чисел.

1, 3, 5, 7, 9, ... - последовательность нечётных чисел.

1, 4, 9, 16, 25, ... - последовательность квадратов натуральных чисел.

2, 3, 5, 7, 11 ... - последовательность простых чисел.

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Аналитический. С помощью формулы n-ого члена – позволяет вычислить член последовательности с любым заданным номером

$$x_n = 3 \cdot n + 2$$

$$x_5 = 3 \cdot 5 + 2 = 17;$$

$$x_{45} = 3 \cdot 45 + 2 = 137$$

Рекуррентный (от слова recursio - возвращаться)

$$x_1 = 1;$$

$$x_{n+1} = (n+1)x_n, \quad n=1; 2; 3; \dots$$

можно записать с многоточием 1; 2; 6; 24; 120; 720; ...

Словесный способ.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ЧИСЕЛ ФИБОНАЧЧИ

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

каждое последующее число, начиная с третьего, является суммой двух предыдущих:

$$2 = 1 + 1;$$

$$3 = 2 + 1; \dots$$

Последовательность чисел Фибоначчи Филлотаксис (листорасположение) — правило, по которому располагаются, например, семечки в соцветии подсолнуха. Семечки упорядочены в два ряда спиралей, один из которых идет по часовой стрелке, другой против неё.

ПРОВЕРЬ СЕБЯ

1. 1; 4; 7; 10; 13; ...
2. 10; 19; 37; 73; 145; ...
3. 6; 8; 16; 18; 36; ...
4. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$;
5. 1; 3; 5; 7; 9; ...
6. 5; 10; 15; 20; 25; ...

Найдите закономерности

1	2	3	4	5	6

А) В порядке возрастания положительные нечетные числа

Б) В порядке убывания правильные дроби с числителем, равным 1

В) В порядке возрастания положительные числа, кратные 5

Г) Увеличение на 3

Д) Чередовать увеличение на 2 и увеличение в 2 раза

Е) Увеличение в 2 раза и уменьшение на 1

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Числовую последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и одного и того же числа d , называют **арифметической прогрессией**, а число d – разностью арифметической прогрессии.

Числовую последовательность, все члены которой отличны от нуля и каждый член которой, начиная со второго, получается из предыдущего члена умножением на одно и то же число q , называют **геометрической прогрессией**, а число q – знаменателем геометрической прогрессии.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Действительное число a есть **предел числовой последовательности** $\{ x_n \}$, если какова бы ни была окрестность этого числа, все члены данной числовой последовательности, начиная с некоторого, попадают в эту окрестность.

Пишут:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$$

ОКРЕСТНОСТЬ ТОЧКИ, РАДИУС ОКРЕСТНОСТИ

Укажите окрестность точки a
радиуса r в виде интервала,
если:

а) $a = 0$ $r = 0,1$

б) $a = -3$ $r = 0,5$

в) $a = 2$ $r = 1$

г) $a = 0,2$ $r = 0,3$

1. $(-0,1, 0,1)$

2. $(-3,5, -2,5)$

3. $(1, 3)$

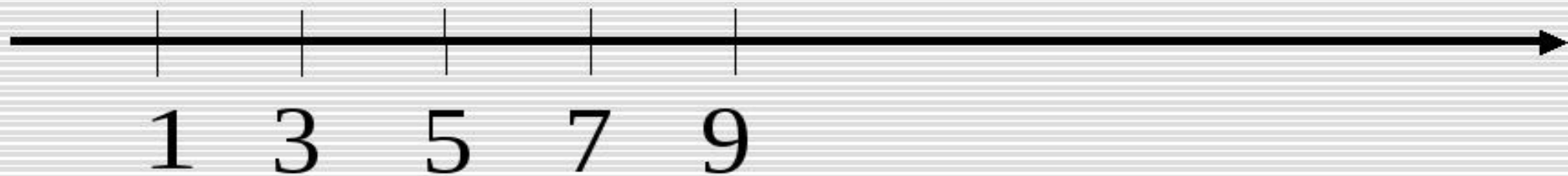
4. $(-0,1, 0,5)$

1	2	3	4

Рассмотрим две последовательности

$$(y_n) : 1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2n-1, \dots;$$

$$(x_n) : 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$$



Свойства

1) Предел суммы равен сумме пределов

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n + \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$$

2) Предел произведения равен произведению пределов

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$$

3) Предел частного равен частному от пределов

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_n}{y_n} \right) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} x_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} y_n}$$

4) Постоянный множитель можно вынести за знак предела

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (kx_n) = k \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Решить №6,10 стр 73 из учебника Богомолова Н. В.
«Практические занятия по математике.