ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(государственный университет)

Оптимизация деталей ГТД

Бакалаврская диссертация студента 865 группы ФАЛТ
Калинчевой Марии Викторовны

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Темис Юрий Моисеевич

Москва, 2012

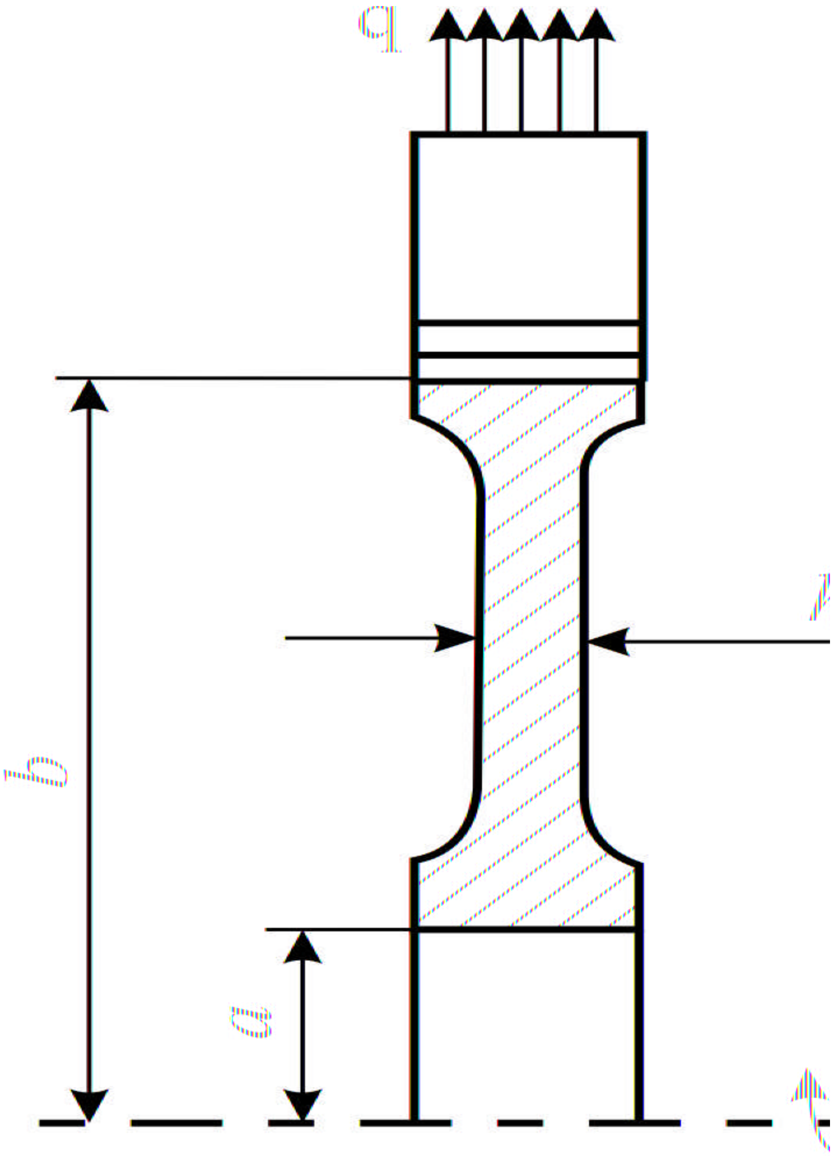
План

- Постановка задачи:

вывод основных уравнений;
метод чувствительности на примере задачи оптимизации диска
методы расчета диска

- Описание программного комплекса
- Результаты расчетов
- Заключение

Постановка задачи



Функция цели:

$$F[h] = 2\pi \int_a^b \rho\, h(r)\, r\, dr \to \min$$

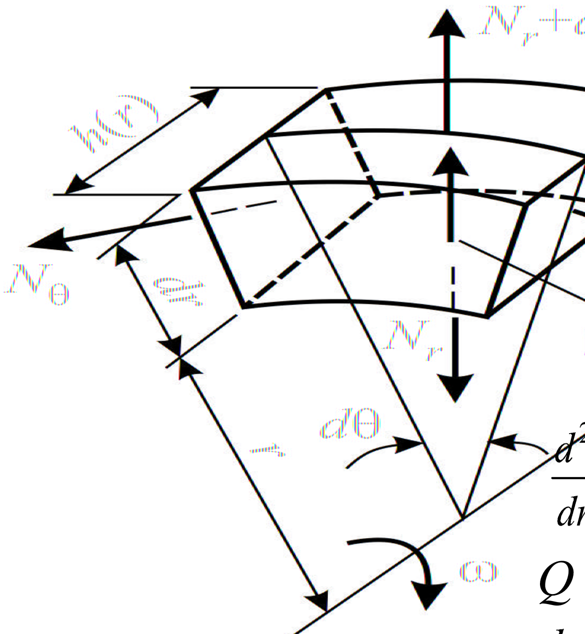
Ограничения:

$$h_{\min}(r) \le h(r) \le h_{\max}(r)$$

$$\sigma_i(r) \le [\sigma]$$

$$\forall r \in [a, b];$$

Вывод основных уравнений равновесия диска



Равновесие элемента диска:

$$-N_r r d\theta + (N_r + dN_r)(r+dr)d\theta - 2N_\theta dr \sin\frac{d\theta}{2} + \rho\omega^2 h r^2 dr d\theta = 0$$

$$\frac{dN_r}{dr} + \frac{1}{r}(N_r - N_\theta) + \rho\omega^2 h r = 0$$

Уравнение равновесия в перемещениях:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{h(r)}\frac{dh}{dr}\right)\frac{du}{dr} + \left(\frac{\mu}{rh(r)}\frac{dh}{dr} - \frac{1}{r^2}\right)u = -\frac{(1-\mu^2)\rho\omega^2 r}{E} + \frac{E}{1+\mu}\left(\frac{d}{dr}\alpha T + \frac{dh}{dr}\alpha T\right)$$

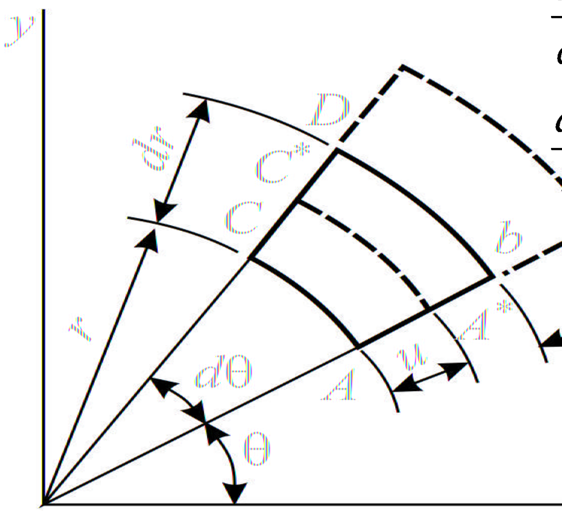
$$Q = \sigma_r h r$$

$$\frac{du}{dr} = -\frac{\mu}{r}u + \frac{1-\mu^2}{Er}\frac{1}{h}Q + \alpha(1+\mu)T$$

$$\frac{dQ}{dr} = \frac{E}{r}hu + \frac{\mu}{r}Q + \left(-E\alpha T - \rho\omega^2 r^2\right)h.$$

$$\alpha_1 u(a) + \beta_1 Q(a) = \eta_1$$

$$\alpha_2 u(b) + \beta_2 Q(b) = \eta_2$$



$r=a$		Задано перемещение	Задана сила
	α_1	1	0
	β_1	0	1
	η_1	u_a	$N_a \cdot a$
$r=b$		Задано перемещение	Задана сила
	α_2	1	0
	β_2	0	1
	η_2	u_b	$N_b \cdot b$

Метод чувствительности на примере задачи оптимизации вращающегося диска

Исходная задача:

$$[J]\begin{Bmatrix} u \\ Q \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha(1+\mu) \\ (-E\alpha T - q_r r)h \end{Bmatrix} =$$

$$\Phi_1[h] = \int_a^b \Phi_1(r, h, u, Q)\, dr =$$

$$= \int_a^b \left(\left[\left(\frac{\sigma_u(r)}{\sigma} \right)^2 - 1 \right]_+ \right)^2 dr = 0$$

$$\alpha_1 u(a) + \beta_1 Q(a) = \eta_1$$

$$\alpha_2 u(b) + \beta_2 Q(b) = \eta_2$$

Вариация толщины:

$$h_1(r)$$

$$h_2(r) = h_1(r) + v(r)$$

$$\delta F[v] = 2\pi \int_a^b \rho\, r\, v\, dr = \int_a^b w v\, dr$$

$$w = 2\pi\rho\, r$$

$$\delta F_1[v] \approx \int_a^b \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial u} \delta u + \frac{\partial \Phi_1}{\partial Q} \delta Q + \frac{\partial \Phi_1}{\partial h} v \right) dr$$

Уравнение в вариациях:

$$[J]\begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta Q \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial h} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial h} \end{Bmatrix} \delta h = 0$$

$$\alpha_1 \delta u(a) + \beta_1 \delta Q(a) = 0$$

$$\alpha_2 \delta u(b) + \beta_2 \delta Q(b) = 0$$

$$\int_a^b \{\delta x\}^T [J]^* \{\psi\}\, dr + \int_a^b \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial h} & \dfrac{\partial f_2}{\partial h} \end{bmatrix} \{\psi\}\, \delta h dr = 0$$

Сопряженная задача:

$$[J]^* \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial \Phi_1}{\partial u} \\ \dfrac{\partial \Phi_1}{\partial Q} \end{Bmatrix} \qquad [J]^* = \begin{bmatrix} -\dfrac{d}{dr} + \dfrac{\mu}{r} & -\dfrac{Eh}{r} \\ -\dfrac{1-\mu^2}{Erh} & -\dfrac{d}{dr} - \dfrac{\mu}{r} \end{bmatrix}$$

$$-\beta_1 \psi_1(a) + \alpha_1 \psi_2(a) = 0$$

$$-\beta_2 \psi_1(b) + \alpha_2 \psi_2(b) = 0$$

$$\delta F_1[v] = \int_a^b \left\{ \frac{\partial f_1}{\partial h} \psi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial h} \psi_2 + \frac{\partial \Phi_1}{\partial h} \right\} v(r)\, dr = \int_a^b w_1(r) v(r)\, dr$$

$$w_1(r) = \left\{ \frac{\partial f_1}{\partial h}, \frac{\partial f_2}{\partial h}, \frac{\partial \Phi_1}{\partial h} \right\} \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Метод чувствительности на примере задачи оптимизации вращающегося диска

Задача нахождения минимума линейного функционала:

$$F\left[h_1\right]+\delta F\left[v\right]=2\pi\int\limits_a^b \rho h_1\left(r\right)r dr+\int\limits_a^b w\left(r\right)v\left(r\right)dr=C+\int\limits_a^b w\left(r\right)v\left(r\right)dr\to\min,$$

$$F_1\left[h_1\right]+\int\limits_a^b w_1\left(r\right)v\left(r\right)dr=0,$$

$$\int\limits_a^b \left(v\left(r\right)\right)^2 dr-\varepsilon^2=0,$$

$$v\left(r\right)=\frac{1}{\gamma}\left(-w+\frac{\int\limits_a^b w w_1 dr}{\int\limits_a^b w_1^2 dr}w_1\right)-\frac{F_1}{\int\limits_a^b w_1^2 dr}w_1$$

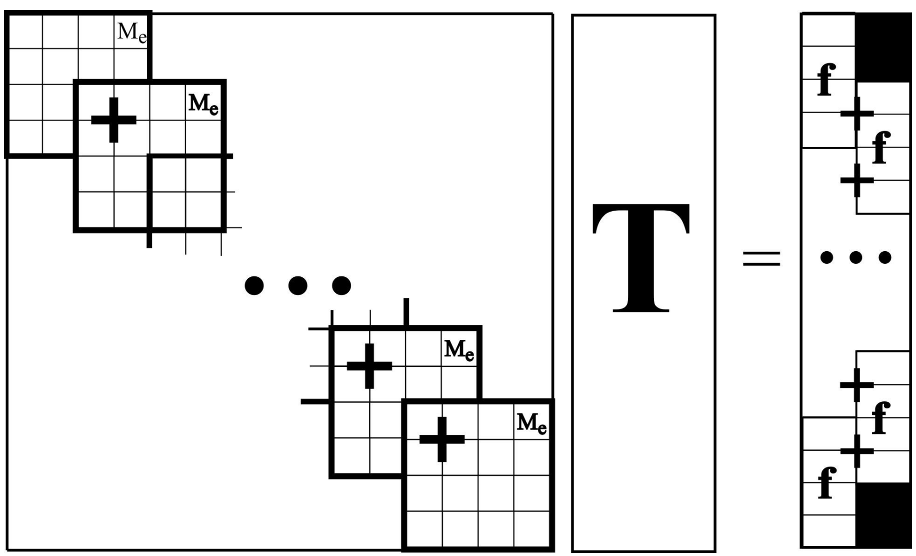
Методы расчета диска

МКЭ

$$\int_a^b R\{\omega\} = \int_a^b \left([J]\begin{Bmatrix} u \\ Q \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix} \right)\{\omega\}\, dr = 0$$

$$\sum_{e=1}^{N}\{\omega\}\int_e^{e+1}[N]^T[N]dr[T] - \sum_{e=1}^{N}\{\omega\}\int_e^{e+1}[N]^T[D][N]dr[T] = -\sum_{e=1}^{N}\{\omega\}\int_e^{e+1}[N]^T[f]dr$$

$$[M_e]_{4\times4} = [M_1]_{4\times4} - [M_2]_{4\times4} \qquad \begin{Bmatrix} u \\ Q \end{Bmatrix} = T$$



МКР

$$\begin{Bmatrix} u(b) \\ Q(b) \end{Bmatrix}^{(1)} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \qquad \begin{Bmatrix} u(b) \\ Q(b) \end{Bmatrix}^{(2)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

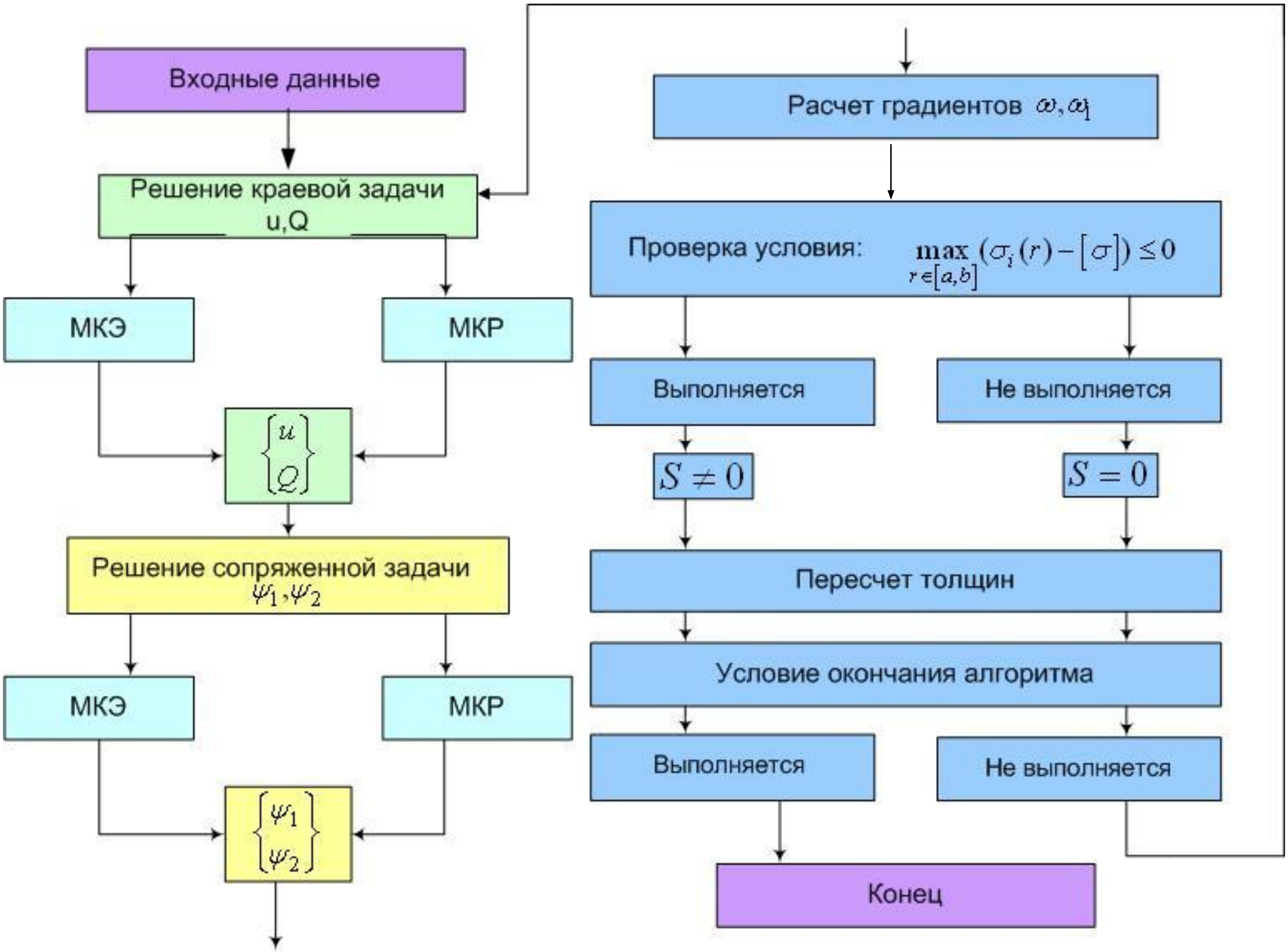
$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u(b) \\ Q(b) \end{Bmatrix}^{(0)} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha(1+\mu) \\ (-E\alpha T - q_r r)h \end{Bmatrix}$$

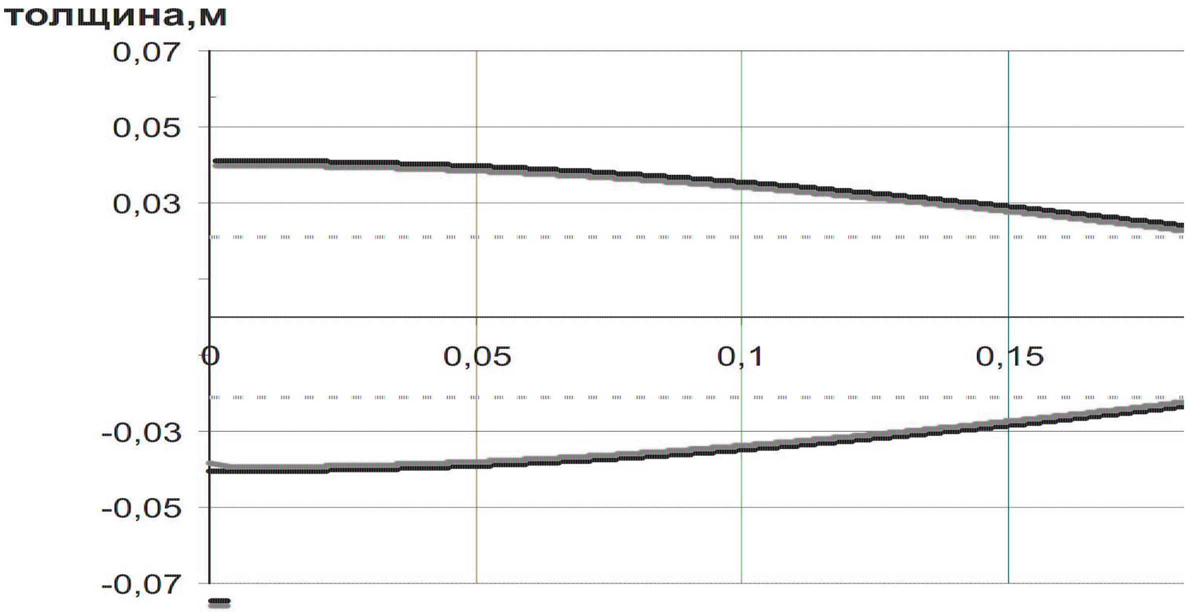
Общее решение системы:

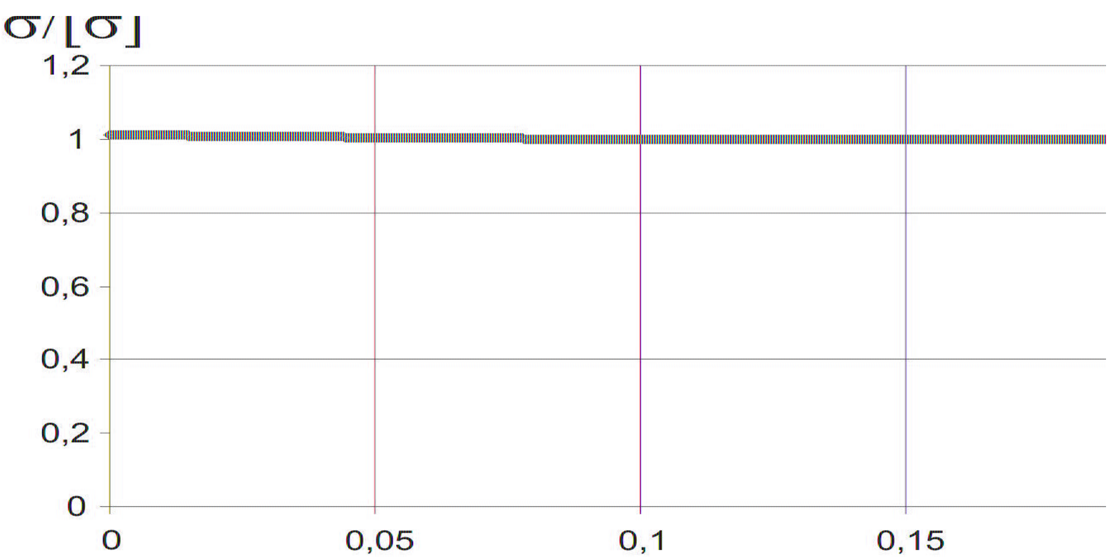
$$\begin{Bmatrix} u \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(r) \\ Q(r) \end{Bmatrix}^{(0)} + \sum_{k=1}^{2} C_k \begin{Bmatrix} u(r) \\ Q(r) \end{Bmatrix}^{(k)}$$

Описание программного комплекса



Результаты расчетов





Равнопрочный диск:

Аналитическое решение

$$h(r) = h_c e^{\frac{\rho\omega^2}{2\sigma}(c^2 - r^2)}$$

Параметры диска

$$R_a = 0$$

$$R_b = 0.22$$

$$\omega = 500\, рад / с$$

$$E = 201$$

$$\rho = 8300\, кг / м^3$$

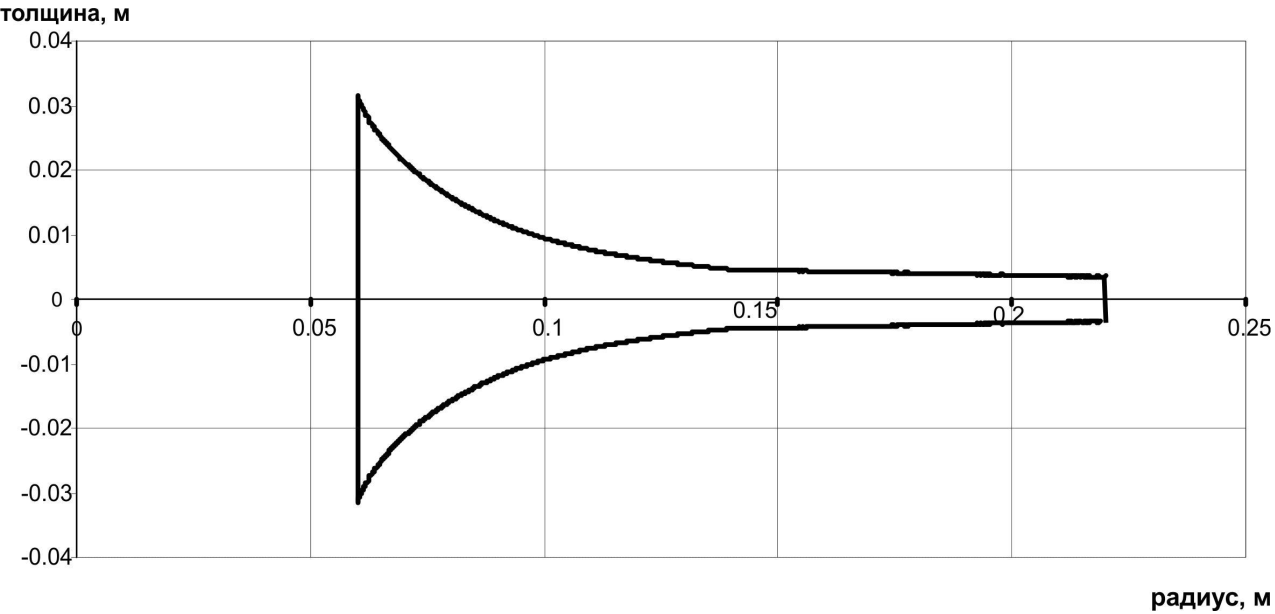
$$\mu = 0.28$$

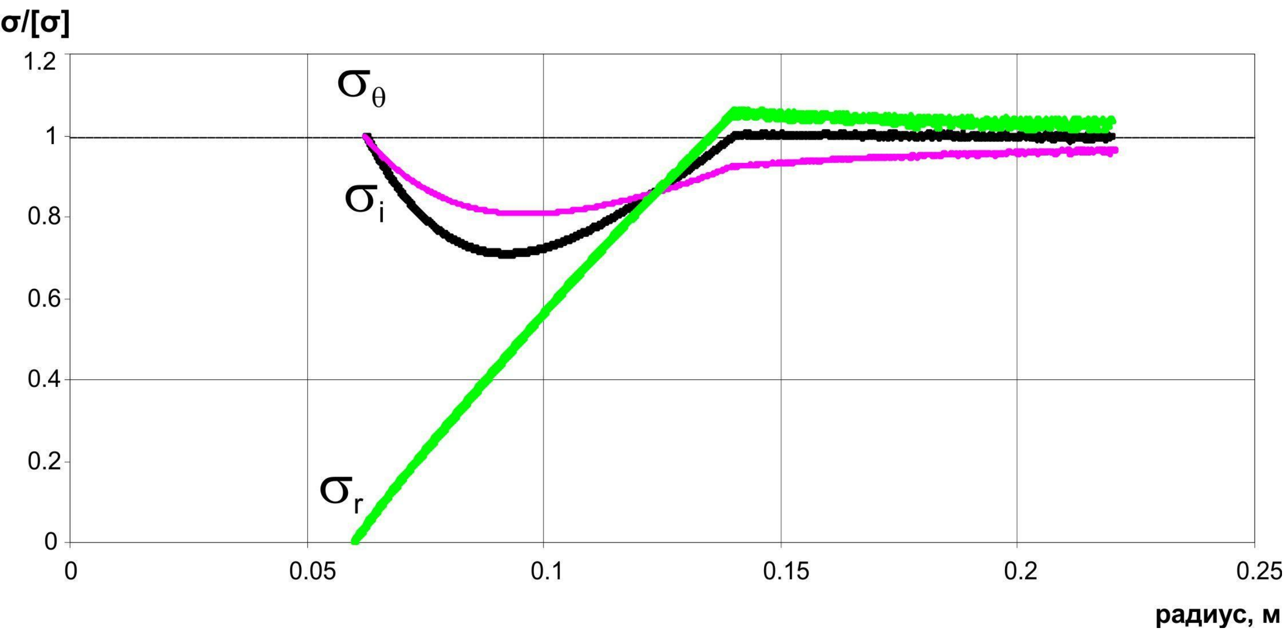
$$h_0 = 0.04$$

аналитическое решение

расчетное решение

Результаты расчетов





Расчет диска с ограничением по величине напряжений

Параметры диска

$$R_a = 0.06 \text{ м}$$

$$R_b = 0.22 \text{ м}$$

$$\omega = 500\, рад/с$$

$$E = 201 \text{ ГПа}$$

$$\rho = 8300 кг/м^3$$

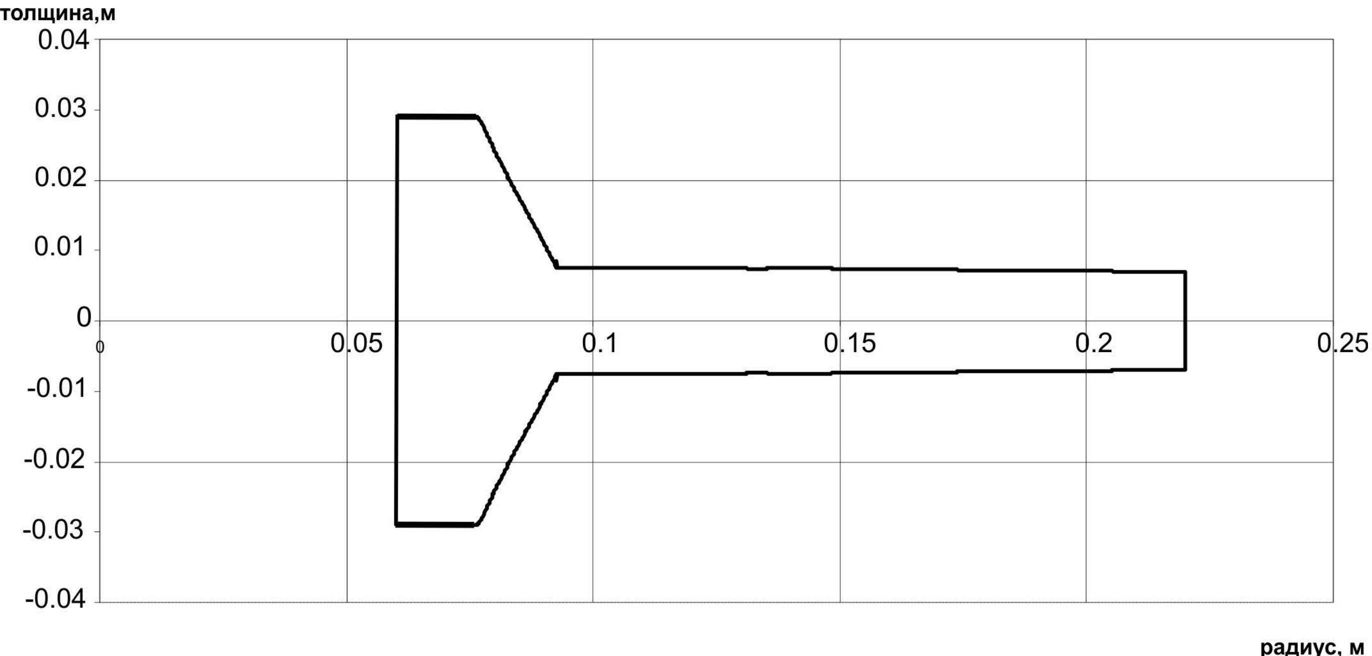
$$\mu = 0.28$$

$$h_0 = 0.04 \text{ м}$$

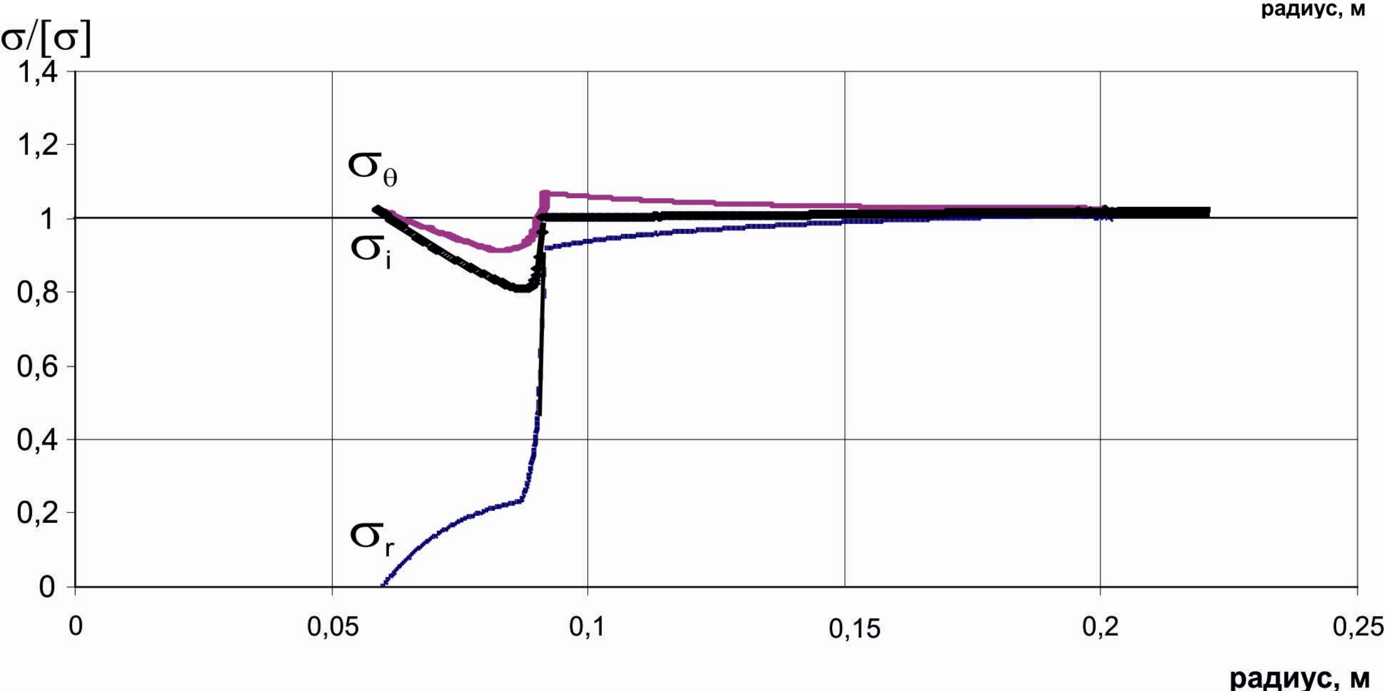
$$\sigma_{rb} = 350 МПа$$

$$[\sigma] = 500 МПа$$

Результаты расчетов



Расчет диска с ограничением по величине напряжений



Параметры диска

$R_a = 0.06$ м

$R_b = 0.22$ м

$\omega = 500\, рад/с$

$E = 201$ ГПа

$\rho = 8300\, кг/м^3$

$\mu = 0.28$

$h_0 = 0.04$ м

$\sigma_{rb} = 350\, МПа$

$[\sigma] = 500\, МПа$

Заключение

- Решена задача оптимизации вращающегося осесимметричного диска методом чувствительности, что позволило сократить время расчета в задаче оптимального проектирования.

- Реализован алгоритм метода чувствительности, метода конечных элементов и метода конечных разностей.

- Решена задача оптимизации диска методом чувствительности с введением дополнительных ограничений на максимальную (или минимальную) ширину диска.

- В ходе выполнения работы написаны программы метода чувствительности для оптимизации диска.

Спасибо за внимание!