Начало
Оглавление
Составитель

# АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

***(учебная дисциплина)***

***Составители***

***доценты кафедры математики и моделирования ВГУЭС***

***Шуман Галина Ивановна***

***Волгина Ольга Алексеевна***

ВГУЭС

# Комплéксные числа

ВГУЭС

# Содержание



ВГУЭС

# § 1. Основные понятия

- Величина $\boldsymbol{i}$, определяемая условием $\boldsymbol{i}^2 = -1$, называется **мнимой единицей**.

Число вида $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{yi}$, где $x$ и $y$ – действительные числа, называется **комплексным числом**.

Число $x$ называется **действительной частью** комплексного числа $z$ и обозначается $\boldsymbol{x} = Re\boldsymbol{z}$, а $y$ – **мнимой частью** $z$, $\boldsymbol{y} = Im\boldsymbol{z}$.

# § 1. Основные понятия

- Если $x = 0$, то число $z = yi$ называется **чисто мнимым**, если $y = 0$, то число $z = x$ отождествляется с действительным числом $x$, а это означает, что множество $R$ всех действительных чисел является подмножеством множества $C$ всех комплексных чисел, то есть $R \subset C$.

ВГУЭС

# § 1. Основные понятия

- Два комплексных числа $z_1 = x_1 + y_1 i$ и $z_2 = x_2 + y_2 i$ называются **равными** ($z_1 = z_2$), если соответственно равны их действительные и мнимые части: $x_1 = x_2, y_1 = y_2$.

Комплексное число $-z = -x - yi$ называется **противоположным** комплексному числу $z = x + yi$.

# § 1. Основные понятия

- Комплексное число $\boldsymbol{x-yi}$ называется **сопряженным** с комплексным числом $z=x+yi$ и обозначается $\bar{\boldsymbol{z}}$.

Понятия «больше» и «меньше» для комплексных чисел не вводятся.

ВГУЭС

# § 2. Геометрическое изображение



- Комплексные числа удобно изображать точками $M(x; y)$ на комплексной плоскости. На оси $Ox$ расположены действительные числа, на оси $Oy$ – мнимые числа; ось $Ox$ называется **действительной осью**, ось $Oy$ – **мнимой осью**.

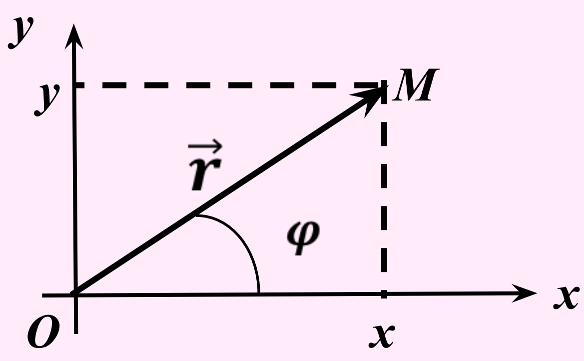
Начало

Оглавление

Составитель

# § 2. Геометрическое изображение

- Комплексное число $z = x + yi$ можно задавать с помощью радиус-вектора $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$. Длина вектора $\vec{r}$, изображающего комплексное число $z$, называется **модулем** этого числа и обозначается $|z|$ или $r$. $|\mathbf{z}| = \sqrt{\boldsymbol{x^2 + y^2}}$ .




ВГУЭС

# § 2. Геометрическое изображение

- Величина угла между положительным направлением действительной оси и вектором $\vec{r}$, изображающим комплексное число, называется **аргументом** этого комплексного числа, обозначается $\boldsymbol{Arg\ z}$ или $\boldsymbol{\varphi}$.

Аргумент комплексного числа $z = 0$ не определен.

# § 2. Геометрическое изображение

- $Arg\, z = \arg z + 2\pi k, k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots,$ где $\arg z$ - **главное значение аргумента**, заключенное в промежутке $(-\pi; \pi]$, то есть $-\pi < \arg z \leq \pi$ (иногда в качестве главного значения аргумента берут величину, принадлежащую промежутку $[0; 2\pi)$).

# § 3. Формы записи комплексных чисел

- Запись числа $z = x + yi$ называется **алгебраической формой** комплексного числа. Из рисунка видно, что $x = r\cos\varphi, y = r\sin\varphi$, $tg\varphi = \frac{y}{x}$. Следовательно, $z = r\cos\varphi + ir\sin\varphi$ или $\boldsymbol{z = r(cos\,\varphi + sin\,\varphi)}$ **- тригонометрическая форма** записи комплексного числа.

# § 3. Формы записи комплексных чисел


Начало

Оглавление

Составитель


$$
\arg z = \begin{cases} \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x} & \text{для внутренних точек } I, IV \text{ четвертей,} \\ \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x} + \pi & \text{для внутренних точек } II \text{ четверти,} \\ \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x} - \pi & \text{для внутренних точек } III \text{ четверти} \end{cases}
$$

ВГУЭС

Начало

Оглавление

Составитель

# § 4. Действия над комплексными числами

- **Суммой** двух комплексных чисел $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$ называется комплексное число, определяемое равенством

$$\boldsymbol{z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)}.$$

**Разностью** двух комплексных чисел $z_1$ и $z_2$ называется комплексное число, определяемое равенством

$$\boldsymbol{z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2)}.$$

ВГУЭС

# § 4. Действия над комплексными числами



- **Произведением** двух комплексных чисел $z_1$ и $z_2$ называется комплексное число, определяемое равенством

$$z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + y_1 x_2).$$

**Частным** двух комплексных чисел $z_1$ и $z_2$ называется комплексное число, определяемое равенством

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i\frac{y_1 x_2 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}.$$

ВГУЭС