Простейшие вероятностные задачи

<u>Классическое</u> определение вероятности

Вероятностью события А при проведении некоторого испытания называют
отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие А, к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания.

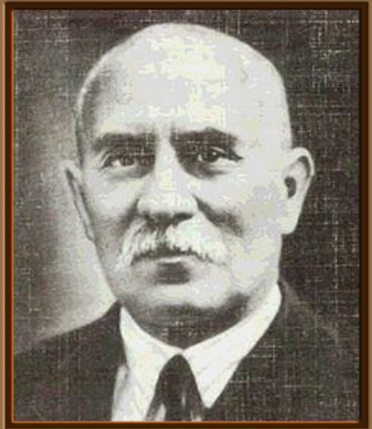
Алгоритм нахождения вероятности случайного события:

1. число N всех возможных исходов данного события;
2. количество $N(A)$ тех исходов, в которых наступает событие А;
3. частное $\frac{N(A)}{N}$ — вероятность события A ($P(A)$).

Карл Пирсон

24000 раз

$p = 0{,}5005$



Всеволод Иванович Романовский

80640 раз

$p = 0{,}4923$

Теория вероятностей

Статистическая обработка данных

Пример:

В связке шаров 14 красных, 13 синих, 11 зелёных и 10 жёлтых.

Решение:

$N =$

а) $N(A) = 14$

$P(A) = \frac{14}{48}$

б) $N(\text{Б}) = 13 + 11$

$P(\text{Б}) = \frac{24}{48}$

в) $N(\text{В}) = 14 + 11 + 10$

$P(\text{В}) = \frac{35}{48}$

Ответ: а) $\frac{7}{24}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{35}{48}$.

Правило умножения

Для того чтобы найти число всех равновозможных исходов независимого проведения двух испытаний А и Б, следует перемножить число всех исходов испытания А и число всех исходов испытания Б.

Пример:

Игральный кубик подб... очков.
Найти вероятности ...

а) равна шести;
б) меньше дву...

Решение:

а) 6

$N(\ldots$

б) $N(\text{Б}$

$P(\text{Б}) = \frac{\ldots}{36}$

в) $N(\text{В}) = 36$

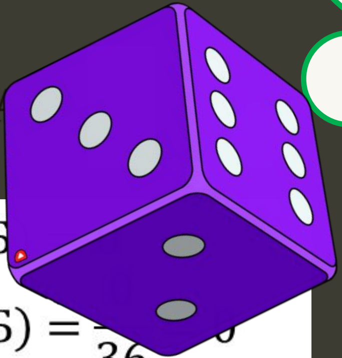
$P(\text{В}) = \frac{36}{36} = 1$

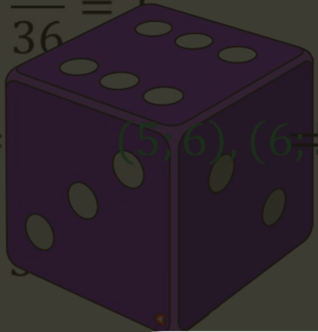
г) $N(\bar{\Gamma}) =$ (5; 6), (6; 5), (6; 6)

$P(\Gamma) =$

Невозможное событие <u>никогда не наступает</u> при проведении данного испытания.

$\boxed{P = 0}$





Достоверное событие

<u>всегда наступает</u>

при проведении данного испытания.

$\boxed{P = 1}$

в) $N(\text{В}) = 36$

$P(\text{В}) = \frac{36}{36} = 1$

а) 6: (1; 5), (5; 1), (2; 4), ... ; 3).

$N(\text{А}) = 5 \Rightarrow P(\text{А}) = \frac{5}{36}$

б) $N(\text{Б}) = 0$

$P(\text{Б}) = \frac{0}{36} = 0$

г) $N(\bar{\text{Г}}) = 3 \Rightarrow N(\text{Г}) = 33$

$P(\text{Г}) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$

Противоположное событие наступает в том и только том случае, когда не наступает интересующее нас событие.

$$\boxed{P(\text{А}) + P(\bar{\text{А}}) = 1}$$

б) $N(\text{Б}) = 0$

$$P(\text{Б}) = \frac{0}{36} = 0$$

в) $N(\text{В}) = 36$

$$P(\text{В}) = \frac{36}{36} = 1$$

г) $N(\bar{\Gamma}) = 3 \Rightarrow N(\Gamma) = 33$

$$P(\Gamma) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

Пример:

Ученику предложили записать на доске любое натуральное число от 100 до 200, не включая. Найти вероятность того, что:

а) это число нечётно;

б) среди цифр этого числа есть 3;

в) это число не является кубом целого числа;

г) сумма его цифр больше 3.

Решение:

а) чётных 49 $\qquad \overbrace{50\ \mathbf{99}}$

$P(\text{А})$

б) $\underbrace{103,113,123,130,131,132,133,134,135,136,137,137,139,143,153,163,173,183,193}_{19}$

$P(\text{Б}) =$

Пример:

Ученику предложили записать на доске любое натуральное число от 100 до 200, не включая. Найти вероятность того, что:

а) это число нечётно;

б) среди цифр этого числа есть 3;

в) это число не является кубом целого числа;

г) сумма его цифр больше 3.

Решение: $101, 102, 103, \ldots, 198, 199 \quad \Longrightarrow \quad N = 99$

в) $125 = 5^3$

$P(\overline{\text{В}})$

$P(\text{В}) + P(\overline{\text{В}}) = 1$

$P(\text{В}) = 1 - \frac{1}{99} = \frac{98}{99}$

Пример:

Ученику предложили записать на доске любое натуральное число от 100 до 200, не включая. Найти вероятность того, что:

а) это число нечётно;
б) среди цифр этого числа есть 3;
в) это число не является кубом целого числа;
г) сумма его цифр больше 3.

Решение: $101, 102, 103, \dots, 198, 199 \quad \Longrightarrow \quad N = 99$

г) $\bar{\Gamma}$: сумма цифр ≤ 3

$$\underbrace{101, 102, 110, 111, 120}_{5}$$

$$P(\bar{\Gamma}) = \frac{5}{99}$$

$$P(\Gamma) + P(\bar{\Gamma}) = 1$$

$$P(\Gamma) = 1 - \frac{5}{99}$$

$$P(\Gamma) = \frac{94}{99}$$

Классическое определение вероятности

$$\underbrace{103,113,123,130,131,132,133,134,135,136,137,137,139,143,153,163,173,183,193}_{19}$$

$$\underbrace{101, 102, 103, \dots, 198, 199}_{99} \quad \Longrightarrow \quad N = 99$$

$\bar{\Gamma}$: сумма цифр ≤ 3

$$\underbrace{101, 102, 110, 111, 120}_{5}$$

ИНСТРУМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ